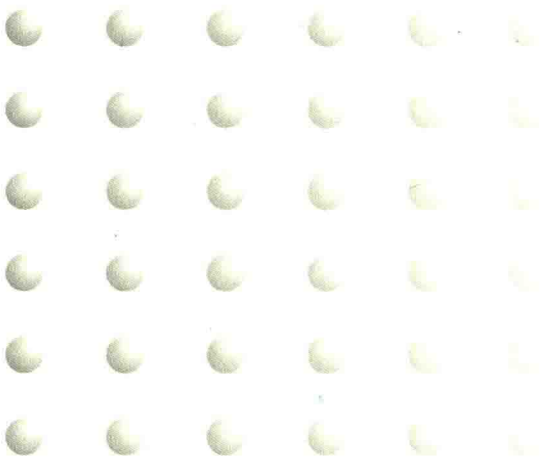
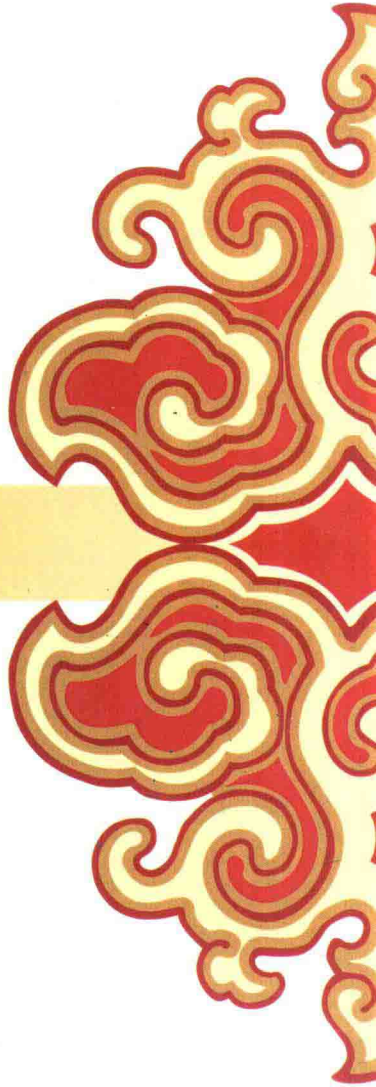




“十三五”规划教材

理论力学

主 编 王慧萍 李一帆



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

普通高等学校“十三五”规划教材

理论力学

主 编 王慧萍 李一帆
参 编 张耀强 侯中华 魏豪杰 宁惠君
杜 翠 韩彦伟 辛士红

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书是根据教育部最新颁布的高等学校本科理论力学教学的基本要求,并根据作者多年来的教学实践及教学改革成果编写而成的。全书共三篇 15 章,内容涵盖了理论力学中最基本的知识。第一篇为静力学,内容包括静力学公理和物体的受力分析、平面力系、空间力系及摩擦;第二篇为运动学,内容包括点的运动学、刚体的简单运动、点的合成运动及刚体的平面运动;第三篇为动力学,内容包括质点动力学的基本方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理及拉格朗日方程。每章都有丰富的例题、思考题及习题,书末附有习题参考答案。

本书可作为普通高等院校土木工程、机械工程、材料工程等专业的教材,也可供相关工程专业技术人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/王慧萍,李一帆主编. —西安:西安电子科技大学出版社,2018.1
ISBN 978 - 7 - 5606 - 4722 - 7

I. ① 理… II. ① 王… ② 李… III. ① 理论力学 IV. O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 268304 号

策 划 刘小莉

责任编辑 武翠琴

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西天意印务有限责任公司

版 次 2018 年 1 月第 1 版 2018 年 1 月第 1 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 23.5

字 数 557 千字

印 数 1 - 3000

定 价 48.00 元

ISBN 978 - 7 - 5606 - 4722 - 7/O

XDUP 5014001 - 1

* * * 如有印装问题可调换 * * *

前 言

本书是根据教育部最新颁布的高等学校本科理论力学教学的基本要求，并根据作者多年来的教学实践及教学成果编写而成的。由于总学时的限制，理论力学的课时被压缩，但教学内容又相对稳定，因此使理论力学的课程教学面临新的挑战。在编写本书时，力求做到基本概念清楚，重点内容突出，叙述简明，不仅重视基础理论，而且遵循学习的心理活动规律，重点培养学生分析问题和解决问题的能力，所编内容以必需、够用为度，同时又兼顾到各专业不同的教学要求，留有一定的余地。书中附有思考题和丰富的习题，以供不同专业和不同要求的读者选用，书末附有习题参考答案。

全书分为三篇，共 15 章。第 1、2 章由宁惠君编写，第 3、4 章由韩彦伟编写，第 5、6、7 章由魏豪杰编写，第 8、9 章由辛士红编写，第 10、11 章由张耀强编写，第 12、13 章由侯中华编写，第 14、15 章由杜翠编写。全书由王慧萍、李一帆担任主编并统稿。

在编写过程中，多位长期从事理论力学教学的老师对本书提出了很多指导性的意见，河南科技大学教务处及土木工程学院的领导和力学系的全体教师也给予了大力支持。此外，本书也参考了国内外一些优秀的教材，在此一并表示衷心感谢！

由于编者水平所限，书中不足之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

编 者

2017 年 9 月

主要符号表



a	加速度	L	拉格朗日函数
a_N	法向加速度	L_O	刚体对点 O 的动量
a_τ	切向加速度	L_C	刚体对质心的动量矩
a_a	绝对加速度	m	质量
a_e	牵连加速度	M_z	对 z 轴的矩
a_C	科氏加速度	M	力偶矩, 主矩
A	面积, 自由振动振幅	$M_O(\mathbf{F})$	力 F 对点 O 的矩
f_d	动摩擦因数	M_1	惯性力的主矩
f_s	静摩擦因数	n	质点数目
F	力	O	参考坐标系的原点
F_R	主矢	p	动量
F_s	静滑动摩擦力	P	重量, 功率
F_N	法向约束力	q	载荷集度, 广义坐标
F_{ie}	牵连惯性力	Q	广义力
F_{ic}	科氏惯性力	r	半径
F_I	惯性力	r	矢径
g	重力加速度	r_O	点 O 的矢径
h	高度	r_C	质心的矢径
i	x 轴的基矢量	R	半径
I	冲量	s	弧坐标, 频率比
j	y 轴的基矢量	t	时间
J_z	刚体对 z 轴的转动惯量	T	动能, 周期
J_{xy}	刚体对 x 、 y 轴的惯性积	v	速度
J_C	刚体对质心的转动惯量	v_a	绝对速度
k	弹簧的刚度系数	v_e	牵连速度
k	z 轴的基矢量	v_r	相对速度
l	长度	v_C	质心速度
		V	势能, 体积

目 录

绪论	1
----------	---

第一篇 静 力 学

第 1 章 静力学公理和物体的受力分析 ...	4	2.4.1 平面任意力系的平衡条件	37
1.1 刚体和力的概念	4	2.4.2 平面任意力系平衡方程的 三种形式	38
1.1.1 刚体的概念	4	2.4.3 平面平行力系的平衡方程	41
1.1.2 力的概念	5	2.5 静定和超静定问题及物体系统的平衡 ...	42
1.2 静力学公理	5	2.6 平面静定桁架的内力计算	47
1.3 约束和约束力	8	2.6.1 桁架及其基本假设	47
1.4 物体的受力分析和受力图	12	2.6.2 计算桁架内力的节点法	47
小结	19	2.6.3 计算桁架内力的截面法	48
思考题	19	小结	50
习题	20	思考题	51
第 2 章 平面力系	23	习题	55
2.1 平面汇交力系	23	第 3 章 空间力系	67
2.1.1 平面汇交力系合成与平衡的 几何法	23	3.1 空间汇交力系	67
2.1.2 平面汇交力系合成与平衡的 解析法	25	3.1.1 力在直角坐标轴上的投影	67
2.2 平面力对点之矩及平面力偶理论	28	3.1.2 空间汇交力系的合力	68
2.2.1 力对点之矩	28	3.1.3 空间汇交力系的平衡条件	69
2.2.2 合力矩定理与力矩的解析表达式 ...	28	3.2 力对点的矩和力对轴的矩	70
2.2.3 力偶与力偶矩	30	3.2.1 力对点的矩的矢量表示—— 力矩矢	70
2.2.4 平面力偶的等效定理	30	3.2.2 力对轴的矩	71
2.2.5 平面力偶系的合成和平衡条件	31	3.2.3 力对点的矩与力对通过该点的 轴的矩的关系	73
2.3 平面任意力系向作用面内一点简化	32	3.3 空间力偶	74
2.3.1 力的平移定理	32	3.3.1 力偶矩以矢量表示及空间力偶 等效条件	74
2.3.2 平面任意力系向作用面内一点 简化——主矢和主矩	33	3.3.2 空间力偶系的合成与平衡条件	75
2.4 平面力系的平衡条件和平衡方程	37		

3.4 空间任意力系向一点的简化	78	习题	92
3.4.1 空间任意力系向一点的简化	78	第4章 摩擦	99
3.4.2 空间任意力系简化结果的讨论	79	4.1 滑动摩擦力、摩擦角与自锁现象	99
3.5 空间任意力系的平衡问题	80	4.1.1 滑动摩擦力	99
3.5.1 空间任意力系的平衡方程	80	4.1.2 摩擦角	101
3.5.2 空间约束的类型举例	81	4.1.3 自锁现象	102
3.5.3 空间力系平衡问题举例	82	4.2 考虑摩擦时物体的平衡问题	103
3.6 重心	85	4.3 滚动摩阻	105
3.6.1 重心坐标公式	85	小结	108
3.6.2 确定物体重心的方法	86	思考题	108
小结	90	习题	109
思考题	92		

第二篇 运 动 学

第5章 点的运动学	114	6.5 以矢量表示角速度和角加速度及以 矢积表示点的速度和加速度	136
5.1 矢量法研究点的运动	114	小结	138
5.1.1 运动方程	114	思考题	138
5.1.2 速度	114	习题	139
5.1.3 加速度	115	第7章 点的合成运动	143
5.2 直角坐标法研究点的运动	115	7.1 点的合成运动的基本概念	143
5.3 自然法研究点的运动	116	7.2 点的速度合成定理	146
5.3.1 弧坐标	117	7.3 牵连运动为平移时点的加速度 合成定理	148
5.3.2 自然轴系	117	7.4 牵连运动为转动时点的加速度 合成定理	150
5.3.3 点的速度	118	小结	156
5.3.4 点的切向加速度和法向加速度	118	思考题	157
小结	123	习题	158
思考题	124	第8章 刚体的平面运动	162
习题	125	8.1 刚体平面运动的概述和运动分解	162
第6章 刚体的简单运动	128	8.2 平面图形内各点之间的速度关系	164
6.1 刚体的平行移动	128	8.2.1 基点法	164
6.2 刚体的定轴转动	129	8.2.2 速度投影法	166
6.3 定轴转动刚体内各点的速度和 加速度	131	8.2.3 速度瞬心法	167
6.4 定轴轮系的传动比	133		
6.4.1 齿轮传动	134		
6.4.2 带轮传动	135		

8.3 用基点法求平面图形内各点的 加速度.....	170	小结	179
8.4 运动学综合应用举例.....	173	思考题	179
		习题	183

第三篇 动 力 学

第 9 章 质点动力学的基本方程	190	11.2.3 质点系的动量矩定理	224
9.1 动力学的基本定律.....	190	11.2.4 质点系的动量矩守恒定律	225
9.2 质点运动微分方程.....	191	11.3 刚体绕定轴转动微分方程	227
9.3 质点动力学的两类基本问题.....	192	11.4 刚体对轴的转动惯量	229
9.4 质点在非惯性参考系中的运动.....	196	11.4.1 刚体的转动惯量	229
小结	198	11.4.2 简单几何形状的均质刚体的 转动惯量	230
思考题	198	11.4.3 惯性半径	231
习题	199	11.4.4 平行轴定理	232
第 10 章 动量定理	202	11.5 质点系相对于质心的动量矩定理	233
10.1 动量与冲量	202	11.6 刚体的平面运动微分方程	236
10.1.1 质点的动量	202	小结	239
10.1.2 质点系的动量	203	思考题	240
10.1.3 力的冲量	203	习题	241
10.2 动量定理	203	第 12 章 动能定理	250
10.2.1 质点的动量定理	203	12.1 力的功	250
10.2.2 质点系的动量定理	204	12.1.1 常力在直线运动中的功	250
10.2.3 质点系的动量守恒定律	207	12.1.2 变力在曲线运动中的功	250
10.3 质心运动定理	209	12.1.3 几种常见力的功	251
10.3.1 质心	209	12.2 质点和质点系的动能	255
10.3.2 质心运动定理	210	12.2.1 质点的动能	255
10.3.3 质心运动守恒定律	213	12.2.2 质点系的动能	255
小结	214	12.3 动能定理	258
思考题	215	12.3.1 质点的动能定理	258
习题	216	12.3.2 质点系的动能定理	258
第 11 章 动量矩定理	221	12.4 功率、功率方程与机械效率	266
11.1 质点和质点系的动量矩	221	12.4.1 功率	266
11.1.1 质点的动量矩	221	12.4.2 功率方程	266
11.1.2 质点系的动量矩	222	12.4.3 机械效率	267
11.2 动量矩定理	223	12.5 势力场、势能与机械能守恒定律	267
11.2.1 质点的动量矩定理	223	12.5.1 势力场	267
11.2.2 质点的动量矩守恒定律	224		

12.5.2 势能	267	14.1.2 定常约束和非定常约束	314
12.5.3 机械能守恒定律	269	14.1.3 双向约束和单向约束	314
12.6 动力学普遍定理的特点及综合应用	272	14.1.4 完整约束和非完整约束	315
12.6.1 动力学普遍定理的特点	272	14.2 虚位移、虚功和理想约束	315
12.6.2 动力学普遍定理的综合应用	272	14.2.1 虚位移	315
小结	279	14.2.2 虚功	316
思考题	281	14.2.3 理想约束举例	316
习题	283	14.3 虚位移原理	317
综合问题习题	287	小结	323
第 13 章 达朗贝尔原理	289	思考题	324
13.1 惯性力与达朗贝尔原理	289	习题	325
13.1.1 惯性力	289	第 15 章 拉格朗日方程	328
13.1.2 质点的达朗贝尔原理	290	15.1 自由度和广义坐标	328
13.1.3 质点系的达朗贝尔原理	291	15.1.1 自由度	328
13.2 刚体惯性力系的简化	295	15.1.2 广义坐标	329
13.2.1 刚体做平移时惯性力系的简化	295	15.2 以广义坐标表示的质点系平衡条件	330
13.2.2 刚体绕定轴转动(转轴垂直于质量 对称平面)时惯性力系的简化	295	15.3 动力学普遍方程	336
13.2.3 刚体做平面运动(平行于质量 对称面)时惯性力系的简化	297	15.4 拉格朗日方程	337
13.3 绕定轴转动刚体的轴承约束力	305	15.4.1 第一类拉格朗日方程	337
小结	307	15.4.2 第二类拉格朗日方程	339
思考题	308	15.5 拉格朗日方程的初积分	343
习题	309	15.5.1 能量积分	343
第 14 章 虚位移原理	313	15.5.2 循环积分	344
14.1 约束和约束方程	313	小结	346
14.1.1 位置约束和速度约束	313	思考题	347
		习题	348
习题参考答案	352		
参考文献	366		

绪 论

1. 理论力学的研究对象和内容

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

物体在空间的位置随时间的改变,称为机械运动。机械运动是人们生活和生产实践中最常见的一种运动。平衡是机械运动的特殊情况。在客观世界中,存在各种各样的物质运动,例如发热、发光和产生电磁场等物理现象,化合和分解等化学变化,以及人的思维活动等。在物质的各种运动形式中,机械运动是最简单的一种。物质的各种运动形式在一定的条件下可以相互转化,而且在高级和复杂的运动中,往往存在着简单的机械运动。

本课程研究的内容是速度远小于光速的宏观物体的机械运动,它以伽利略和牛顿总结的基本定律为基础,属于古典力学的范畴。至于速度接近于光速的物体和基本粒子的运动,则必须用相对论和量子力学的观点才能完善地予以解释。宏观物体远小于光速的运动是日常生活及一般工程中最常遇到的,古典力学有着最广泛的应用。理论力学所研究的则是这种运动中最一般、最普遍的规律,是各门力学分支的基础。

本课程的内容包括以下三个部分:

静力学——主要研究受力物体平衡时作用力所应满足的条件;同时也研究物体受力的分析方法,以及力系简化的方法等。

运动学——只从几何的角度来研究物体的运动(如轨迹、速度和加速度等),而不研究引起物体运动的物理原因。

动力学——研究受力物体的运动与作用力之间的关系。

2. 理论力学的研究方法

科学研究的过程,就是认识客观世界的过程,任何正确的科学研究方法,一定要符合辩证唯物主义的认识论。理论力学也必须遵循这个正确的认识规律进行研究和发展的。

(1) 通过观察生活和生产实践中的各种现象,进行多次的科学实验,经过分析、综合和归纳,总结出力学的最基本的规律。

远在古代,人们为了提水,制造了辘轳;为了搬运重物,使用了杠杆、斜面和滑轮;为了利用风力和水力,制造了风车和水车,等等。制造和使用这些生活和生产工具,使人类对于机械运动有了初步的认识,并积累了大量的经验,经过分析、综合和归纳,逐渐形成了如“力”和“力矩”等基本概念,以及如“二力平衡”、“杠杆原理”、“力的平行四边形法则”和“万有引力定律”等力学的基本规律,并总结于科学著作中。我国的墨翟(公元前 468—前 382 年)所著的《墨经》,是一部最早记述有关力学理论的著作。人们为了认识客观规律,不仅在生活和生产实践中进行观察与分析,还要主动地进行实验,定量地测定机械运动中各因素之间的关系,找出其内在规律性。例如,伽利略(公元 1564—1642 年)对自由落体和物体在斜面上的运动做了多次实验,从而推翻了统治多年的错误观点,并引出“加速度”的概念。此外,如摩擦定律、动力学三定律等,都是建立在大量实验基础之上的。实验是形成理论的重要基础。

(2) 在对事物观察和实验的基础上, 经过抽象化建立力学模型, 形成概念, 在基本规律的基础上, 经过逻辑推理和数学演绎, 建立理论体系。

客观事物都是具体的、复杂的, 为找出其共同规律性, 必须抓住主要因素, 舍弃次要因素, 建立抽象化的力学模型。例如: 忽略一般物体的微小变形, 建立在受力作用下物体大小和形状均不改变的刚体模型; 抓住不同物体间机械运动的相互限制的主要方面, 建立一些典型的理想约束模型; 为分析复杂的振动现象, 建立弹簧质点的力学模型等。这种抽象化、理想化的方法, 一方面简化了所研究的问题, 另一方面也更深刻地反映出事物的本质。当然, 任何抽象化的模型都是相对的。当条件改变时, 必须再考虑到影响事物的新的因素, 建立新的模型。例如, 在研究物体受外力作用而平衡时, 可以忽略物体形状的改变, 采用刚体模型; 但要分析物体内部的受力状态或解决一些复杂物体体系的平衡问题时, 必须考虑到物体的变形, 建立弹性体的模型。生产实践中的问题是复杂的, 不是一些零散的感性知识所能解决的。理论力学成功地运用逻辑推理和数学演绎的方法, 由少量最基本的规律出发, 得到了从多方面揭示机械运动规律的定律、定理和公式, 建立了严密而完整的理论体系。这对于理解、掌握以及应用理论力学都是极为有利的。数学方法在理论力学的发展中起了重大的作用。近代计算机的发展和普及, 不仅能完成力学问题中大量的繁杂的数值计算, 而且在逻辑推演、公式推导等方面也是极有效的工具。

(3) 将理论力学的理论用于实践, 在解释世界、改造世界中不断得到验证和发展。

实践是检验真理的唯一标准, 实践中遇到的问题又是促进理论发展的源泉。古典力学理论在现实生活和工程中被大量实践验证为正确, 并在不同领域的实践中得到发展, 形成了许多分支, 如刚体力学、弹塑性力学、流体力学、生物力学等。大到天体运动, 小到基本粒子的运动, 古典力学理论在实践中又都出现了矛盾, 表现出真理的相对性。在新条件下, 必须修正原有的理论, 建立新的概念, 才能正确指导实践, 改造世界, 并进一步地发展力学理论, 形成新的力学分支。

3. 学习理论力学的目的

理论力学是一门理论性较强的技术基础课。学习理论力学的目的主要有以下三个方面:

(1) 工程专业一般都要接触机械运动的问题。有些工程问题可以直接应用理论力学的基本理论去解决, 有些比较复杂的问题, 则需要用理论力学和其他专门知识共同来解决。所以学习理论力学可为解决工程问题打下一定的基础。

(2) 理论力学是研究力学中最普遍、最基本的规律。很多工程专业的课程, 例如材料力学、机械原理、机械设计、结构力学、弹塑性力学、流体力学、飞行力学、振动理论、断裂力学等, 都要以理论力学为基础。随着现代科学技术的发展, 力学的研究内容已渗入到其他科学领域。例如: 固体力学和流体力学的理论被用来研究人体内骨骼的强度, 血液流动的规律, 以及植物中营养的输送问题等, 形成了生物力学; 流体力学的理论被用来研究等离子体在磁场中的运动, 形成了电磁流体力学; 还有爆炸力学、物理力学等都是力学和其他学科结合而形成的边缘科学。这些新兴学科的建立都必须以坚实的理论力学知识为基础。

(3) 理论力学的研究方法, 与其他学科的研究方法有不少相同之处, 因此充分理解理论力学的研究方法, 不仅可以深入地掌握这门学科, 而且有助于学习其他科学技术理论, 有助于培养辩证唯物主义世界观, 培养正确的分析问题和解决问题的能力, 为今后解决生产实际问题, 从事科学研究工作打下基础。

第一篇 静力学

物体在空间的位置随时间的改变，称为机械运动。这是人们在日常生活和生产实践中最常见到的一种运动形式。静力学是研究物体机械运动的特殊情况——物体的平衡问题的科学。所谓物体的平衡，是指物体相对于地面保持静止或做匀速直线运动的状态。但是，在宇宙中没有绝对的平衡，一切平衡都只是相对的和暂时的。

如果物体处于平衡状态，那么作用于物体的一群力（称为力系）必须满足一定的条件，这些条件称为力系的平衡条件。研究物体的平衡问题，实际上就是研究作用于物体上的力系的平衡条件，并应用这些条件解决工程实际问题。

在研究物体的平衡条件或计算工程实际问题时，须将一些比较复杂的力系进行简化，就是将一个复杂的力系简化为一个简单的力系，使其作用效应相同。这种简化力系的方法称为力系的简化。另一方面，力系简化的结果也是建立平衡条件的依据。因此，在静力学中研究下面两个基本问题：

- (1) 物体的受力和力系的简化；
- (2) 物体在力系作用下的平衡。

静力学在工程技术中有着广泛的应用。例如桥式吊车，它是由桥架、吊钩和钢丝绳等构件所组成的。为了保证吊车能正常地工作，设计时首先必须分析各构件所受的力，并根据平衡条件算出这些力的大小，然后才能进一步考虑选择什么样的材料，并设计构件的尺寸。

力在物体平衡时所表现出来的基本性质，也同样表现于物体做变速运动的情形中。在静力学里关于力的合成、分解与力系简化的研究结果，可以直接应用于动力学。以后还将看到，动力学问题还可以化为具有静力学问题的形式来解。

由此可见，静力学是设计结构、构件和机械零件时静力计算的基础，在工程中具有广泛的应用，同时也为动力学的学习奠定基础。

第 1 章 静力学公理和物体的受力分析

本章将介绍静力学中的一些基本概念和几个公理，这些概念和公理是静力学的基础。同时介绍工程中常见的约束和约束力的分析及物体的受力图。

1.1 刚体和力的概念

1.1.1 刚体的概念

任何物体在力的作用下，或多或少都要产生变形。而工程实际中构件的变形，通常都非常微小，在许多情形下，可以忽略不计。例如图 1.1 所示的桥式起重机，工作时由于起重物体与它自身的重量，使桥架产生微小的变形，该变形对于应用平衡条件求支座约束力，几乎毫无影响。因此，就可把起重机桥架看成是不变形的刚体。

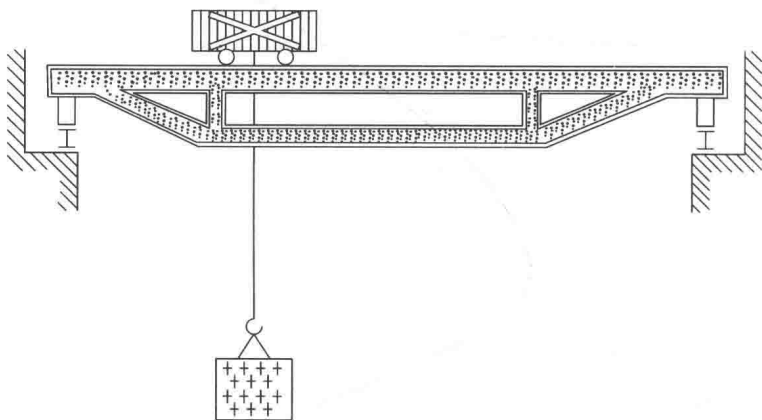


图 1.1

刚体是指在力的作用下不发生变形的物体。或者说，不管物体的受力如何，其内部任意两点之间的距离都保持不变。显然，这是一个抽象化的模型，实际上并不存在这样的物体。这种抽象化的方法，在研究问题时是非常必要的。把实际物体视为刚体来研究，可使问题大为简化。因为只有忽略一些次要的、非本质的因素，才能充分揭露事物的本质。

将物体抽象为刚体是有条件的，这与所研究问题的性质有关。如果在所研究的问题中，物体的变形成为主要因素时，就不能再把物体看成是刚体，而要看成变形体。

在静力学中，所研究的物体只限于刚体。因此，静力学又称为**刚体静力学**。以后，当进一步研究一切变形体问题时，都是以刚体静力学的理论为基础的，不过再加上某些补充条件而已。

1.1.2 力的概念

力的概念是人们在日常生产实践中,通过长期观察和分析而形成的。例如:抬物体的时候,物体压在肩上,由于肌肉紧张而感受到力的作用;用手推小车,小车就由静止开始运动;受地球引力作用自高空落下的物体,速度越来越大;挑担时扁担发生弯曲;落锤锻压工件时,工件就产生变形;等等。人们就是这样从感性到理性,逐步建立起了力的概念。所以,力是物体间相互的机械作用,这种作用使物体的机械运动状态发生变化,或者使物体发生变形。

力使物体的运动状态发生变化的效应,叫做力的外效应。而力使物体发生变形的效应,叫做力的内效应,如弯曲、弹簧伸长等。需要指出,力对物体产生的两种效应是同时出现的,由于本课程所研究的主要对象为刚体,因此主要研究力的外效应。而变形效应与物体在力作用下的变形有关,属于非刚体力学研究范畴,如材料力学、弹性力学等。静力学研究力的外效应。

由实践可知,力对物体的作用效应,取决于力的大小、力的方向和力的作用点,通常称为力的三要素。这三个要素中任意一个改变时,力的作用效应也就不同。

力是一个既有大小又有方向的量,因此,力是矢量。在力学中,矢量可用一个有方向的线段来表示,如图 1.2 所示。用有向线段的起点(或终点)表示力的作用点;用线段的方位和箭头的指向表示力的方向;用线段的长度(按一定的比例尺)表示力的大小。通过力的作用点沿力的方向的直线,称为力的作用线。本书中,力的矢量用黑斜体字母(例如 \boldsymbol{F})表示,而力的大小则用普通字母(例如 F)表示。力的单位是 N 或 kN, $1\text{ N}=1\text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ 。

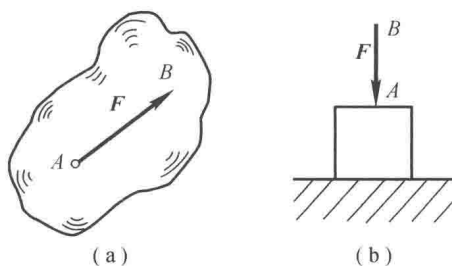


图 1.2

1.2 静力学公理

静力学公理是人们在长期生活和实践中总结概括出来的,它的正确性为大量的实践所证实,也无需证明而为大家所公认。它们是静力学的基础。

公理一 二力平衡公理

作用在刚体上的两个力平衡的必要和充分条件是:这两个力大小相等,方向相反,且作用在同一直线上,简称等值、反向、共线,如图 1.3 所示。

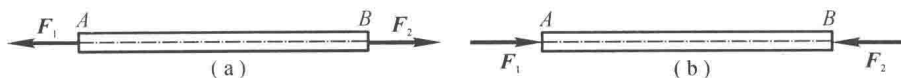


图 1.3

这个公理揭示了作用于物体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。对刚体来说,这个条件是必要与充分的。但是,对于变形体,这个条件是不充分的。如图 1.4 所示,软绳受两个等值反向的拉力可以平衡,当受两个等值反向的压力时,就不能平衡了。



图 1.4

只在两个力作用下处于平衡的构件，称为二力构件(或二力杆)。二力构件的受力特点是，两个力必沿其作用点的连线。工程上存在着许多二力构件，例如，矿井巷道支护的三铰拱(见图 1.5)，其中 BC 杆质量不计，就可以看成是二力构件。

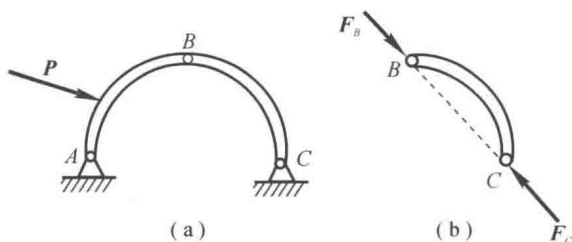


图 1.5

公理二 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的任何一个力系上，加上或减去任一平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。

必须注意，对于实际物体，在它所受的力系上加减一个平衡力系后，力系对物体的外效应不变，但内效应一般将有所改变。因此，此公理不适用于变形体。

推论一 力的可传性原理

作用于刚体上的力，可以沿其作用线移至刚体内任意一点，而不改变它对物体的作用。

这个原理是我们所熟知的。如图 1.6 所示，人们在车后 A 点推车，与在车前 B 点拉车，效果是一样的。这个原理可从公理二来推证。

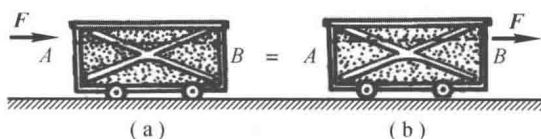


图 1.6

由此可知，对于刚体来说，力作用点已不是决定力作用效果的要素，而是其作用线。因此，作用于刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。

应注意，力的可传性原理只适用于刚体，而不适用于变形体。例如，图 1.7(a)所示的变形杆，受到等值共线反向的拉力作用，杆被拉长；如果把这两个力沿作用线分别移到杆的另一端，如图 1.7(b)所示，此时杆就被压短。



图 1.7

公理三 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点仍在该点，合力的大小和方向由这两个力为邻边所作的平行四边形的对角线来确定。如图 1.8 所示。

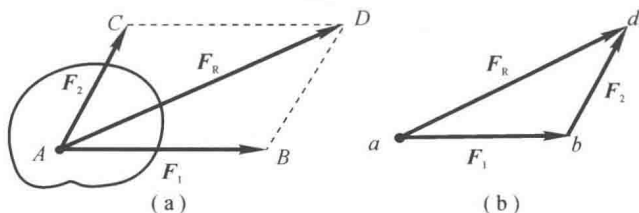


图 1.8

这种合成力的方法，称为矢量加法，合力称为这两力的矢量和(或几何和)。

如图 1.8(a)中，力 F_R 为 F_1 和 F_2 的合力，力 F_1 ， F_2 为 F_R 的分力。合力与分力间的关系可用如下的矢量等式表示：

$$F_R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

为了方便，在用矢量法求合力时，往往不需要画出整个的平行四边形，如图 1.8(b)所示，可从任一点 A 作一个与力 F_1 大小相等、方向相同的矢量 \overline{AB} ，再过 B 点作一个与力 F_2 大小相等、方向相同的矢量 \overline{BC} ，则 \overline{AC} 即表示合力 F_R 的大小和方向。这种求合力的方法称为力的三角形法则。

推论二 力的三角形法则

确定两个共点力的合力的大小、方向时，可任选一点将这两个力矢首尾相接，合力矢从先画力矢的起点指到后画力矢的终点。

在应用该推论时，需注意力三角形的矢序规则：合力应从先画分力矢的起点指向后画分力矢的终点。作图时分力矢的先后顺序可以改变，但合力矢不变，读者可自行验证。力的三角形只表明力的大小和方向，它不表示力的作用点或作用线。应用力的三角形法则求解力的大小和方向时，可应用数学中的三角公式求出或在图上量测。

推论三 三力平衡汇交定理

若刚体受不平行的三力作用而平衡，则三力作用线必汇交于一点且位于同一平面内。

证明：如图 1.9 所示，设有不平行的三个力 F_1 ， F_2 和 F_3 ，分别作用于刚体上的 A ， B ， C 三点，使刚体处于平衡。

根据力的可传性原理，将力 F_1 ， F_2 沿其作用线移到 O 点，并按力的平行四边形法则，合成一合力 F_{12} ，则 F_3 应与 F_{12} 平衡。根据二力平衡条件，力 F_3 必定与 F_{12} 共线，所以力 F_3 必通过 F_1 与 F_2 的交点 O ，且 F_3 必与 F_1 和 F_2 在同一平面内。

必须注意，此定理只是不平行三力平衡的必要条件，而非充分条件。刚体受不平行力作用而平衡时，只要知道其中两力的作用线的交点，第三力的方位便可由此定理推知。

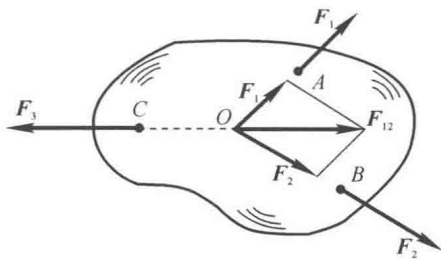


图 1.9

公理四 作用与反作用定律

两物体间相互作用的力，总是大小相等、方向相反，沿着同一直线，分别作用在这两个物体上。

这个定律指出：甲物体给乙物体一作用力的同时，乙物体也给甲物体一反向作用力。虽然这一对力满足等值、反向、共线的条件，但它们是分别作用于两个不同的物体上。因此，决不可认为这两个力互成平衡。这与公理一有本质的区别，不能混同。

公理五 刚化公理

变形体在某一力系作用下处于平衡，若将此变形体看做(刚化)为刚体，则其平衡状态保持不变。

如图 1.10 所示，一根软绳在一对等值、反向、共线的力作用下变形后平衡，若将此软绳刚化为一刚性杆，则这根杆在原力系的作用下处于平衡。而若刚性杆受压力处于平衡，则变为绳子时将不平衡。由此可知，作用于刚体上的平衡力系所满足的条件，只是使变形体平衡的必要条件而非充分条件。

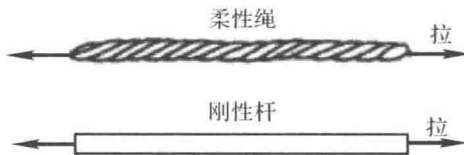


图 1.10

1.3 约束和约束力

能在空间做任意位移的物体称为**自由体**，例如，飞行的飞机、炮弹和火箭等。位移受到某些限制的物体称为**非自由体**，例如，悬挂着的灯就是非自由体，如图 1.11(a)所示。在重力 P 的作用下，灯就不能沿着绳索向下运动。

阻碍非自由体运动的限制条件称为非自由体的**约束**。这些限制条件总是由被约束物体周围的其他物体构成的，因此，为方便起见，通常把与被约束物体相接触的周围其他物体称为**约束**。所以，对灯而言，绳索就是灯的约束。又如，在钢轨上行驶的火车，钢轨是火车的约束；轴承中的轴，轴承是轴的约束；支撑在柱子上的屋架，柱子是屋架的约束等。既然约束能限制物体的运动，也就能改变物体的运动状态，约束对物体的作用，实际上是力，这种力称为**约束力**。例如，图 1.11(b)中的力 T 就是绳索对灯的约束力。

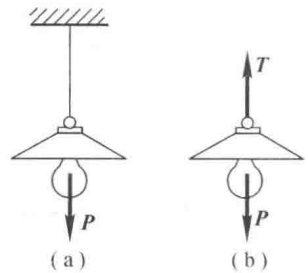


图 1.11

能使物体运动或有运动趋势的力称为**主动力**，如重力、电磁力、流体压力、结构承受的风力、机械中的弹簧力等。

一般情况下，约束力是由主动力的作用引起的，所以约束力也称为**被动力**，它随主动力的改变而变化。

在静力学中，主动力往往是给定的，而约束力是未知的，因此，对约束力的分析，就成