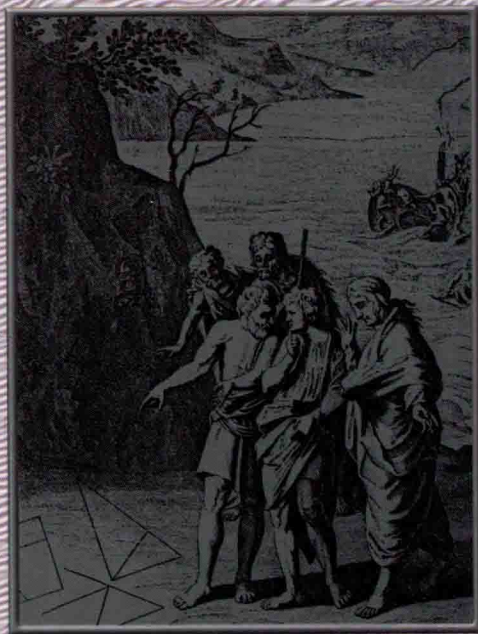


数学千字文

吴振奎 俞晓群 编



- 杜西现象与柳维尔发现
- 麦比乌斯带的一个问题
- ABC 猜想及柯拉柯斯基数列
- 希尔伯特的 23 个问题
- 七桥问题
- 数字的演化



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

数学千字文

吴振奎 俞晓群 编



- ◎ 杜西现象与柳维尔发现
- ◎ 麦比乌斯带的一个问题
- ◎ ABC 猜想及柯拉柯斯基数列
- ◎ 希尔伯特的 23 个问题
- ◎ 七桥问题
- ◎ 数字的演化



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

这是一本数学科普读物,书中介绍了数学中新颖、有趣、实用的问题,每篇千余字,故称“数学千字文”。它对大学生、中学生补充数学知识,提高学习数学的兴趣大有益处。

本书适合大学生、中学生及数学爱好者参考阅读。

图书在版编目(CIP)数据

数学千字文/吴振奎,俞晓群编.——哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2018.10

ISBN 978 - 7 - 5603 - 7316 - 4

I. ①数… II. ①吴…②俞… III. ①数学 - 通俗读物 IV.

①O1 - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 076306 号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 邵长玲
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451 - 86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂
开 本 787mm×960mm 1/16 印张 36.25 字数 416 千字
版 次 2018 年 10 月第 1 版 2018 年 10 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978 - 7 - 5603 - 7316 - 4
定 价 68.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

◎ 小 序

数学——科学的王后、智慧的摇篮，“上帝用来书写宇宙的文字。”（伽利略）正如华罗庚教授说的：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，地球之变，生物之谜——无不可用数学去描述。”

数学中有着多少迷人的幽境？感人的奥秘？古往今来，多少学者、才子为之倾心，为之拜倒，为之献身。

为了探索某一奥秘，为了揭示某一规律，成千上万人耗费着几十年、几百年，甚至上千年的光阴——然而他们在所不惜。

如果说海王星的存在是由计算而发现的有些夸张，那么爱因斯坦运用数学工具创立“相对论”从而指出了寻找新能源——原子核裂变的方向，确实是近代科学史上的奇迹。

当今，被称为“信息的时代”“知识爆

炸的时代”，数学对当今的科学产生着无与伦比的影响，数学自身也在这激流的时代中发生着日新月异的变化。

许多古老的难题被攻破；许多新颖的方法被发现；许多深邃的奥秘被揭示；许多崭新的课题被提出；许多细微的分支被创立……

尽管一个人（甚至是数学工作者）不可能精通全部数学，但上述种种动向人们需要了解——至少应该粗知。这正是本书编写的宗旨。当然，我们选题的标准是：一要新颖，二要有趣，三要通俗（不过多展开）。

诚然，本书所列举的内容只是浩瀚数海之点滴，只是无垠数境之些微，然而目的是让读者能透过这些去窥数海之一斑，领略数学奇境之爪鳞。

现代数学的原野上到处百花盛开，即使走马观花，也会让人觉得眼花缭乱，也会使人看到万紫嫣红。

当真如此？倘若您不信，就请您慢慢浏览、细细品嚼，或许能尝到一些滋味。

吴 旻
2018 年 5 月

前言

据说德国数学家高斯在大学时因找到正十七边形尺规作图法(这是自欧几里得以来人们长期在寻觅的),便放弃学习语言的打算而转为研究数学,因而在数学上取得了巨大的成功,这或许出于他的兴趣。

我国数学家陈景润因中学时听了数学老师介绍“哥德巴赫猜想”而立志去攻克它,终于取得了名扬中外的成果,这也许是因为他的好奇。

兴趣、好奇对于学习,特别对数学学习来讲是重要的。然而,兴趣的培养却是一件复杂的事情,好奇首先也要了解那些值得“称奇”的问题。

可以这样说:如果您认为数学没有意思,那是因为没有了解数学中那些引人入胜的问题和故事;如果您认为数学杂乱且无头绪,那是因为没有搞清数学中那些

既纵横交错,又互相制约着的关系;如果您认为学习数学是困难的,那是您不掌握数学中那些灵活巧妙的方法.一句话:如果您对数学怀有偏见,那是因为没有了解数学中许多奇妙的结论,没能进入数学中那些诱人的奇境.

数学工作者有义务向我们的青年朋友们介绍这些,而这些又往往是教科书所忽略的内容.

几年来,我们曾陆续在报刊上发表了一些这方面内容的短文(每篇千余字),颇受中学师生的欢迎.于是,积少成多,集腋成裘,便汇集成了这本小册子,希望它能对中学师生们做数学、学数学有些帮助——至少是在提高对数学学习的兴趣上.

限于篇幅,本书不可能包罗万象(这也是编者力所不能及的),还有许多有趣的东西没能收入,书中许多问题没有过多展开(考虑读者对象),只望读者能借此去“窥”数学之一“斑”,对它有个较肤浅、稍全面的了解.

效果如何?只赖读者的品鉴了.

编 者

2000年1月

◎
目
录

第1章 数字篇	//1
§1 10个数字组成的算题	//1
§2 数的金字塔形状	//12
§3 数字与圆圈	//18
§4 数字与直线	//24
§5 由同一数字组成的数	//27
§6 仅由数字1组成的素数	//31
§7 史密斯数和卡密切尔数	//33
§8 自守数趣谈	//36
§9 耐人寻味的“魔术数”	//38
§10 两组“怪”数	//40
§11 从 $3^2 + 4^2 = 5^2$ 谈起	//44
§12 回文勾股数及其他	//49
§13 有趣的6 174	//51
§14 数字之谜	//54
§15 杜西现象与柳维尔发现	//59
§16 奇数与偶数	//60
§17 循环小数的一个问题	//64

- § 18 漫话埃及分数 //68
- § 19 再谈数论中的埃及分数 //72
- § 20 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$ 有多大 //74
- § 21 有趣的 π //77
- § 22 在祖冲之之前 //78
- § 23 小数点后 10 万亿位 //80
- § 24 用根式近似表示 π //85
- § 25 利用格点法计算圆周率 //87
- § 26 利用投针法计算圆周率 //88
- § 27 π 的数字中的有趣现象 //89
- § 28 π 值的记忆 //94
- § 29 说说逆素数与回文数 //97
- § 30 梅森素数小谈 //102
- § 31 现今最大的素数 //103
- § 32 寻找素数表达式 //106
- § 33 再谈素数表达式 //113
- § 34 素数的个数与其证明 //115
- § 35 不大于 x 的素数的个数 //117
- § 36 伪素数与“中国定理”之谜 //119
- § 37 素数的快速鉴定法 //123
- § 38 奇妙的乌兰现象 //125
- § 39 大合数的因子分解 //128
- § 40 相亲数对的启示 //130
- § 41 自然数中的瑰宝 //132
- § 42 数论中的明珠 //135

§ 43	多角数	//135
§ 44	四角(形)数	//137
§ 45	三角数	//137
§ 46	华林问题	//138
§ 47	自然数表为四次方数问题	//139
§ 48	一个算术数列的定理	//140
§ 49	和谐的数字	//142
§ 50	诸数之最	//145
§ 51	首一自然数的个数	//147
§ 52	算术素数列	//149
§ 53	趣谈 13	//150
第 2 章	图形篇	//153
§ 1	几何中的珍珠(上)	//153
§ 2	几何中的珍珠(下)	//156
§ 3	尺规作图三大难题	//160
§ 4	用线段表示 $\frac{355}{113}$	//164
§ 5	拼正方形的数学	//166
§ 6	圆面积的三等分	//173
§ 7	图形的镶嵌	//176
§ 8	边长为整数的正三角形铺凸多边形	//180
§ 9	五边形的镶嵌	//182
§ 10	图形的面积相等和组成相等	//183
§ 11	五角星里的学问	//185
§ 12	书籍开本的知识	//188
§ 13	复印纸中的数学	//190

§ 14	蜂房的几何学	//193
§ 15	完美正方块	//195
§ 16	从一个电路的设计谈起	//200
§ 17	机器证明与叠纸	//203
§ 18	从漏窗涂色到密码编制	//205
§ 19	能描绘雪花的几何	//207
§ 20	外角定理推广	//210
§ 21	影子的数学妙用	//212
§ 22	图形给眼睛带来的错觉	//214
§ 23	谈谈数形结合	//217
§ 24	用方格填满图形问题	//220
§ 25	球的翻转	//222
§ 26	麦比乌斯带的一个问题	//224
§ 27	苹果手机 Logo 设计中的数学	//226
§ 28	尼科梅切斯定理的几何解释	//228
§ 29	旅行家的路线	//231
§ 30	货郎担问题	//233
§ 31	直线不一定是捷径	//235
第 3 章	知识篇	//239
§ 1	抽屉里的数学	//239
§ 2	从美国前 36 任总统生死日期所想到的	//241
§ 3	月历的数学	//247
§ 4	植树的数学	//253
§ 5	自然选择中的数学	//255
§ 6	蜂房的故事	//257

- § 7 生小兔问题引起的数列问题 //260
- § 8 植物叶序与黄金分割 //263
- § 9 漫话螺线 //266
- § 10 糊涂账里有学问 //270
- § 11 “百里挑一”的问题 //273
- § 12 “算”出来的行星 //275
- § 13 数学竞赛题与数字减影诊断 //276
- § 14 在精确和近似之外 //280
- § 15 数字与形象 //284
- § 16 包装、砝码、年龄卡及其他 //290
- § 17 买秋菜的决策 //300
- § 18 如何公平分配 //302
- § 19 波斯特问题 //305
- § 20 在“无穷”的王国里 //307
- § 21 谈谈数学中的猜想 //312
- § 22 再谈数学中的猜想 //316
- § 23 ABC 猜想及柯拉柯斯基数列 //320
- § 24 整数表为方幂和 //322
- § 25 数学中的巧合、联系与统一 //326
- § 26 国际数学家大会和菲尔兹奖 //331
- § 27 高斯墓碑上的趣谜 //333
- § 28 监狱里的数学研究 //335
- § 29 描述人体脏器的数学方程 //336
- § 30 生物蚕食与数学方程 //340
- § 31 人口模型的数学表达及其他 //342

- § 32 密码与因子分解 //345
- § 33 谈可靠性 //347
- § 34 囚徒悖论与纳什均衡 //349
- § 35 奇妙的联系 //351
- § 36 分数维几何学 //354
- § 37 算法几何学 //356
- § 38 计算几何学 //358
- § 39 《几何原本》与《数学原理》 //359
- § 40 希尔伯特的 23 个问题 //361
- § 41 一个令人感叹的“规划” //364
- § 42 希尔伯特第七问题与“哥廷根精神” //366
- § 43 浅谈黎曼猜想 //368
- § 44 数学中的“可知”与“不可知” //370
- § 45 “费马猜想”获证 //372
- § 46 费马素数与尺规作图 //375
- § 47 斯佩纳定理与不动点 //377
- § 48 再谈不动点理论 //379
- § 49 高斯素数猜测获解 //381
- § 50 比伯巴赫猜想获证 //384
- § 51 围绕“比伯巴赫猜想”的奇闻 //386
- § 52 庞加莱猜想获证 //388
- § 53 孤立子的发现及研究 //390
- § 54 研究“突变”的数学 //392
- § 55 一百多名学者共同撰写的论文 //393
- § 56 数学规划理论中的明珠 //396

§ 57	一个数列的定理	//398
§ 58	柯克曼女生问题	//400
§ 59	结的数学表示的新发现	//404
第4章 游戏篇 //407		
§ 1	妙趣横生的纵横图	//407
§ 2	洛书中的奥秘	//415
§ 3	谈一个填数问题	//417
§ 4	拉丁方阵的猜想	//421
§ 5	残棋盘上的数学问题	//425
§ 6	棋盘格点上的一个数学问题	//428
§ 7	谈谈“四色定理”	//432
§ 8	七桥问题	//434
§ 9	三门问题(扣碗猜球)	//436
§ 10	一笔画和邮递线路	//438
§ 11	食物链与哈密顿图	//441
§ 12	中国的魔方——七巧板	//445
§ 13	魔方的玩耍	//449
§ 14	谈谈“数独”游戏	//453
§ 15	下棋游戏与摆棒游戏	//456
§ 16	折纸的数学	//463
§ 17	黄金分割与折纸游戏	//470
第5章 历史篇 //472		
§ 1	数字的演化	//472
§ 2	用图形表示的方程式	//476

§ 3	算筹与筹算	//478
§ 4	八卦图与二进制	//484
§ 5	第一张对数表	//486
§ 6	谈谈一元方程的公式解	//488
§ 7	400 年前的数学竞赛	//489
§ 8	数学史上的四位大师	//492
§ 9	两位英年早逝的数学家	//497
§ 10	只靠“猜想”的数学家	//499
§ 11	数学家中的“怪杰”	//503
§ 12	一位独步天涯的伟人	//506
§ 13	开普勒和葡萄酒桶	//509
§ 14	卡瓦利里和不可分量	//511
§ 15	山洞里的数学研究班	//513
§ 16	数学世家	//515
§ 17	第一个发现者当属谁	//517
§ 18	国际数学奥林匹克(IMO)	//521
附录 1	数概念的进化里程碑	//524
附录 2	某些数学符号发明年代及发明者	//525
附录 3	中国大数与小数的称谓	//526
后记	文章见报后的几件“囡事”	//527
编辑手记		//533

数字篇

第 1 章

§1 10 个数字组成的算题

10 个数字 $0, 1, 2, \dots, 8, 9$ 虽然看似简单,但是如果用这 10 个数字组成算题,则是五花八门,令人眼花缭乱.

最简单的问题比如:用 $0, 1, \dots, 9$ 这 10 个数字(每个数字只许用一次)组成三个算式,它们分别含有加、减和乘法运算

$$7 + 1 = 8, 9 - 6 = 3, 5 \times 4 = 20$$

(当然要是仅用 $1 \sim 9$ 这 9 个数字,则所组成的算式分别是 $4 + 5 = 9, 8 - 7 = 1$ 和 $2 \times 3 = 6$)

再来看由 $1 \sim 9$ 组成的最大与最小数之差仍包含 $1 \sim 9$ 这 9 个数字,即

$$987\ 654\ 321 - 123\ 456\ 789 = 864\ 197\ 532$$

而 $1 \sim 9$ 加上 0 后的是 10 数字组成的最大和最小数之差也有些性质

$$9\ 876\ 543\ 210 - 0\ 123\ 456\ 789 = 9\ 753\ 086\ 421$$

下面我们来看几个这方面的问题.
再重复一次:这些数字只许用一次.

(1) 完全平方数和 3,4 次幂

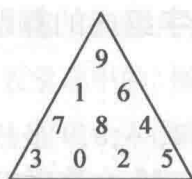
数字 0~9 可以组成 4 个完全平方数(要求一、二、三、四位数各一个)

$$9(=3^2), 16(=4^2), 784(=28^2), 3\ 025(=55^2)$$

要是用数字 1~9 则可以组成 3 个三位的完全平方数
 $361(=19^2), 529(=23^2), 784(=28^2)$

它们分别组成了一个“金字塔”和一个“九宫格”。

(图 1)



金字塔
(1)

3	6	1
5	2	9
7	8	4

九宫格
(2)

图 1

下面算式中的奇特组也不难发现

$$69^2 = 4\ 761, 69^3 = 328\ 509$$

$$18^3 = 5\ 832, 18^4 = 104\ 976$$

请注意两组式子右边均包含 0~9 这 10 个数字。

(2) 3 个 3 的倍数

用 1~9 这 9 个数字组成 3 个三位数,它们都是 3 的倍数,且其中的一个是另外两个的算术平均数(换言之,它们组成一个等差数列)。这 3 个数是 123,456,789。

它们都是 3 的倍数容易验证,另外注意到

$$\frac{1}{2}(123 + 789) = 456$$

再来看看下面的算式,其中的奥妙你会不难发现

$$51\ 249\ 876 \times 3 = 153\ 749\ 628$$

$$16\ 583\ 742 \times 9 = 149\ 253\ 678$$

