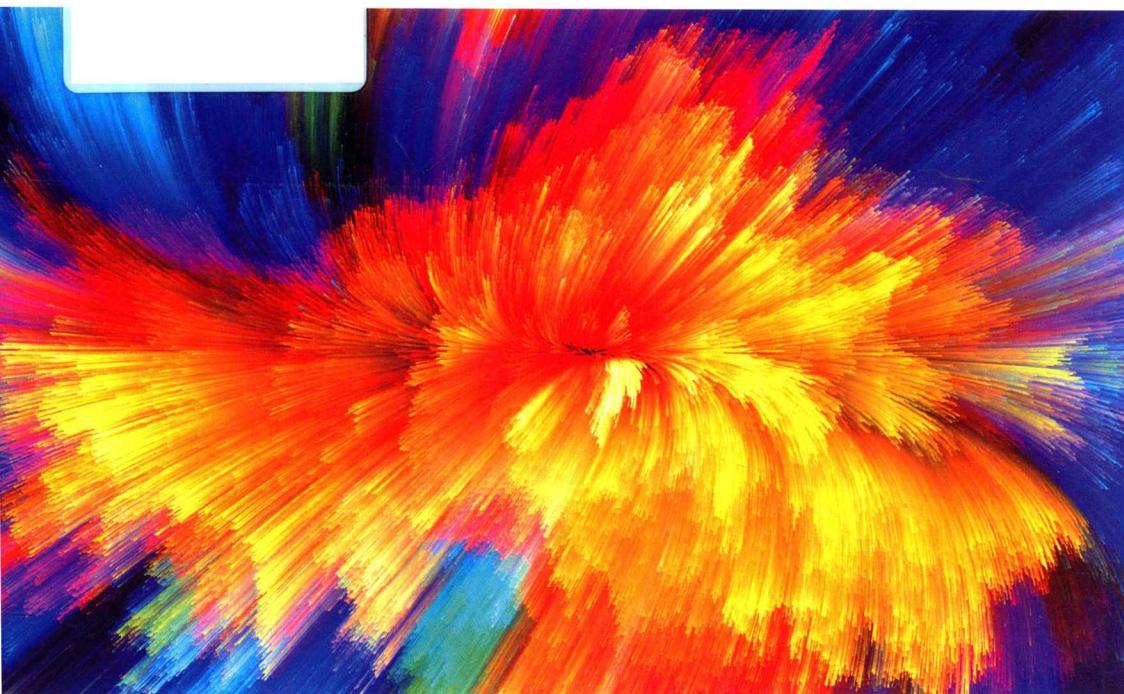


- 《算法详解》四部曲第一卷，详细讲解算法基础，展现算法本质
- 集斯坦福大学教授多年教学经验，深入浅出，通俗易懂



算法详解（卷1）

——算法基础

Algorithms Illuminated
Part 1: The Basics

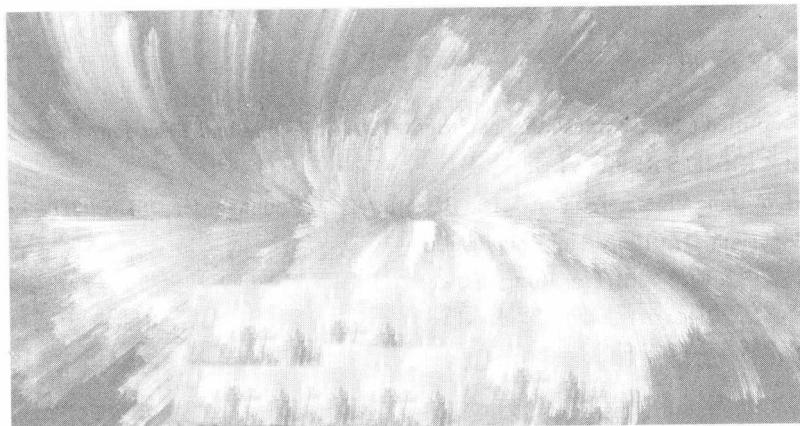
[美] 蒂姆·拉夫加登 (Tim Roughgarden) 著 徐波 译



中国工信出版集团



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS



算法详解 (卷1) ——算法基础

Algorithms Illuminated

Part 1: The Basics

[美] 蒂姆·拉夫加登 (Tim Roughgarden) 著 徐波 译

人民邮电出版社
北京

图书在版编目 (C I P) 数据

算法详解. 卷1, 算法基础 / (美) 蒂姆·拉夫加登
(Tim Roughgarden) 著 ; 徐波 译. -- 北京 : 人
民邮电出版社, 2019.1

ISBN 978-7-115-49352-1

I. ①算… II. ①蒂… ②徐… III. ①电子计算机—
算法理论 IV. ①TP301. 6

中国版本图书馆CIP数据核字 (2018) 第212257号

版权声明

Simplified Chinese translation copyright ©2018 by Posts and Telecommunications Press.
ALL RIGHTS RESERVED.

Algorithms Illuminated Part 1:The Basics, by Tim Roughgarden, ISBN 9780999282908.

Copyright © 2017 by Tim Roughgarden.

本书中文简体版由 **Tim Roughgarden** 授权人民邮电出版社出版。未经出版者书面许可，对本
书的任何部分不得以任何方式或任何手段复制和传播。

版权所有，侵权必究。

◆ 著 [美]蒂姆·拉夫加登 (Tim Roughgarden)

译 徐 波

责任编辑 武晓燕

责任印制 焦志炜

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路 11 号

邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

固安县铭成印刷有限公司印刷

◆ 开本：720×960 1/16

印张：12.75

字数：200 千字 2019 年 1 月第 1 版

印数：1—4 000 册 2019 年 1 月河北第 1 次印刷

著作权合同登记号 图字：01-2017-9353 号

定价：49.00 元

读者服务热线：(010) 81055410 印装质量热线：(010) 81055316

反盗版热线：(010) 81055315

广告经营许可证：京东工商广登字 20170147 号

内容提要

算法是计算机科学领域最重要的基石之一。算法是程序的灵魂，只有掌握了算法，才能轻松地驾驭程序开发。

《算法详解》系列图书共有 4 卷，本书是第 1 卷——算法基础。本书共有 6 章，主要介绍了 4 个主题，它们分别是渐进性分析和大 O 表示法、分治算法和主方法、随机化算法以及排序和选择。附录 A 和附录 B 简单介绍了数据归纳法和离散概率的相关知识。本书的每一章均有小测验、章末习题和编程题，这为读者的自我检查以及进一步学习提供了较多的便利。

本书为对算法感兴趣的广大读者提供了丰富而实用的资料，能够帮助读者提升算法思维能力。本书适合计算机专业的高校教师和学生，想要培养和训练算法思维以及计算思维的 IT 专业人士，以及在准备面试的应聘者和面试官阅读参考。

前　　言

本书是在我的在线算法课程的基础之上编写的，是四卷本系列的第 1 卷。这个在线课程 2012 年起就定期举行，它建立在我在斯坦福大学教授多年的本科课程的基础之上。

本书涵盖的内容

本书对以下 4 个主题进行了介绍。

渐进性分析和大 O 表示法

渐进性表示法为讨论算法的设计和分析提供了基本术语。它的关键概念是大 O 表示法，这是一种用于衡量算法的运行时间粒度的建模选择。我们将会看到，清晰的高层算法设计思想的一大优点就是可以忽略常数因子和低阶项，把注意力集中在算法的性能与输入长度之间的关系上。

分治算法和主方法

算法设计中不存在万能的捷径，不存在适用于所有的计算问题的一种解决问题的方法。但是，还是存在一些通用的算法设计技巧适用于一定范围内的不同领域。在本系列的第 1 卷中，我们将讨论“分治”技巧。分治法的思路是把一个问题分解为几个更小的子问题，然后递归地解决这些子问题，并把它们的解决方案快速组合在一起形成原始问题的解决方案。我们将讨论用于排序、整数乘法、矩阵乘法和基本的计算几何学问题的快速分治算法。我们还将讨论主方法，它是一个强大的工具，用于分析分治算法的运行时间。

随机化算法

随机化算法在运行时采用了“掷硬币”的方式，它的行为取决于掷硬币的结果。令人吃惊的是，随机化常常能够带来简单、优雅且实用的算法。其中一个经典例子是随机化的快速排序（QuickSort）算法，我们将详细介绍这个算法并分析其运行时间。我们还将在《算法详解》系列的第2卷看到随机化算法的进一步应用。

排序和选择

作为前3个主题研究的附加成果，我们将学习几个著名的排序和选择算法，包括归并排序（MergeSort）、快速排序和线性时间级的选择（包括随机化版本和确定性版本）。这些算法具有令人炫目的高速度，以至于它们的运行时间较之读取输入所需要的时间并没有多出很多。创建类似这样的“低代价基本操作”集合，既可以直接用它来操作数据，也可以将其作为更困难问题的解决方案的基本单位。

关于本书内容的更详细介绍，可以阅读每章的“本章要点”，它对每一章的内容进行了总结，特别是那些重要的概念。

《算法详解》系列其他几卷所涵盖的主题

《算法详解（卷2）》讨论了数据结构（堆、平衡搜索树、散列表、布隆过滤器）、图形基本单元（宽度和深度优先的搜索、连通性、最短路径）以及它们的应用（从消除重复到社交网络分析）。卷3重点讨论了贪婪算法（调度、最小生成树、集群、霍夫曼编码）和动态编程（背包、序列对齐、最短路径、最佳搜索树等）。卷4则介绍了NP完整性及其对算法设计师的意义，还讨论了处理难解的计算问题的一些策略，包括对试探法和局部搜索的分析。

本书经常会出现“Q.e.d”等字样，它是 quod erat demonstrandum 的缩写，表示“证明完毕”。在数学著作中，它出现在证明过程的最后，表示证明已经完成。

读者的收获

精通算法需要大量的时间和精力，那为什么要学习算法呢？

成为更优秀的程序员

读者将学习一些令人炫目的用于处理数据的高速子程序以及一些实用的数据结构，它们用于组织数据，并可以直接部署到自己的程序中。实现和使用这些算法将会扩展并提高读者的编程技巧。读者还将学习基本的算法设计范式，它们与许多不同领域的不同问题密切相关，并且可以作为预测算法性能的工具。这些“算法设计模式”可以帮助读者为自己碰到的问题设计新算法。

加强分析技巧

读者将会获得大量的实践以对算法进行描述和推导。通过数学分析，读者将对《算法详解》系列图书所涵盖的特定算法和数据结构产生深刻的理解。读者还将掌握一些广泛用于算法分析的实用数学技巧。

形成算法思维

在学习了算法之后，很难发现有什么地方没有它们的踪影。不管是坐电梯、观察鸟群，还是管理自己的投资组合，甚至是观察婴儿的认知，算法思维都如影随行。算法思维在计算机科学之外的领域，包括生物学、统计学和经济学越来越实用。

融入计算机科学家的圈子

研究算法就像是观看计算机科学最近 60 年的精彩剪辑。当读者参加一个计算机科学的鸡尾酒会时，会上有人讲了一个关于 Dijkstra 算法的笑话时，你就不会感觉自己被排除在这个圈子之外了。在阅读了本书系列之后，读者将会了解许多这方面的知识。

在技术访谈中脱颖而出

在过去这些年里，有很多学生向我讲述了《算法详解》系列图书是怎样帮助他们在技术访谈中大放异彩。

其他算法教材

《算法详解》系列图书只有一个目标：尽可能以读者容易接受的方式介绍算法的基础知识。读者可以把本书看成是专家级算法教师的课程记录，教师们以课

程的形式传道解惑。

市面上还有一些非常优秀的更为传统、全面的算法教材，它们都可以作为《算法详解》系列关于算法的其他细节、问题和主题的有益补充。我鼓励读者探索和寻找自己喜欢的其他教材。另外还有一些图书的出发点有所不同，它们偏向于站在程序员的角度寻找一种特定编程语言的成熟算法实现。网络中存在大量免费的这类算法。

本书的目标读者

《算法详解》系列图书以及建立在它的基础之上的在线课程的整体目标是尽可能地扩展读者群体的范围。学习我的在线课程的人们具有不同的年龄、背景、生活方式，有大量来自全世界各个角落的学生（包括高中生、大学生等）、软件工程师（包括现在的和未来的）、科学家和专业人员。

本书并不是讨论编程的，理想情况下读者应该已经了解了一种标准语言（例如 Java、Python、C、Scala、Haskell 等）并掌握了基本的编程技巧。作为一个立竿见影的试验，读者可以试着阅读第 1.4 节的代码。如果读者觉得自己能够看懂，那么看懂本书的其他部分应该也没有问题。

如果读者想要提高自己的编程技巧，那么可以观看一些非常优秀的讲述基础编程的免费在线课程。

我们还会根据需要使用数学分析帮助读者理解算法为什么能够实现目标，是怎样实现目标的。Eric Lehman 和 Tom Leighton 关于计算机科学的数学知识的免费课程是极为优秀的，可以帮助读者复习数学记法（例如 Σ 和 \forall ）、数学证明的基础知识（归纳、悖论等）、离散概率等更多知识。附录 A 和附录 B 分别提供了数学归纳法和离散概率的快速回顾。带星号的章节是最强调数学背景的。对数学不太精通或者时间较为紧张的读者可以在第一次阅读时跳过这些章节，这种做法并不会影响全书内容的连续性。

其他资源

《算法详解》系列的在线课程当前运行于 Coursera 和 Stanford Lagunita 平台。

另外还有一些资源可以帮助读者根据自己的心愿提升对在线课程的体验。

视频。如果读者觉得相比阅读文字，更喜欢听和看，那么可以在 YouTube 的视频播放列表中观看。这些视频涵盖了《算法详解》系列的所有主题。我希望它们能够激发读者学习算法的持续热情。当然，它们并不能完全取代书的作用。

小测验。读者怎么才能知道自己是否完全理解了本书所讨论的概念呢？散布于全书的小测验及其答案和详细解释就起到了这个作用。当读者阅读到这块内容时，最好能够停下来认真思考，然后再继续阅读接下来的内容。

章末习题。每章的末尾都有一些相对简单的问题，用于测试读者对该章内容的理解。另外还有一些开放性的、难度更大的挑战题。本书并未包含章末习题的答案，但是读者可以通过本书的论坛（稍后介绍）与我以及其他读者进行交流。

编程题。许多章的最后部分是一个建议的编程项目，其目的是通过创建自己的算法工作程序，来培养读者对算法的完全理解。读者可以在 www.algorithmsilluminated.org 上找到数据集、测试例以及它们的答案。

论坛。在线课程能够取得成功的一个重要原因是它们为参与者提供了互相帮助的机会，读者可以通过论坛讨论课程材料和调试程序。本书系列的读者也有同样的机会，你可以通过 www.algorithmsilluminated.org 参与互动。

致谢

如果没有过去几年里我的算法课程中数以千计的参与者的热情和渴望，《算法详解》系列图书就不可能面世。这些课程既包括斯坦福校园里的课程，也包括在线平台的课程。我特别感谢那些为本书的早期草稿提供详细反馈的人们：Tonya Blust、Yuan Cao、Jim Humelsine、Bayram Kuliyev、Patrick Monkellban、Kyle Schiller、Nissanka Wickremasinghe 和 Daniel Zingaro。

我非常欣赏来自读者的建议和修正意见，读者最好通过上面所提到的讨论组与我进行交流。

Tim Roughgarden 斯坦福大学
加利福尼亚 斯坦福，2017年9月

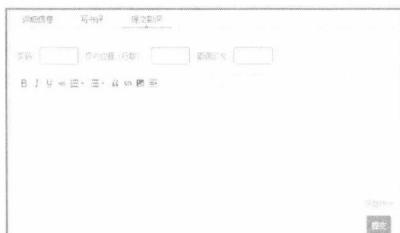
资源与支持

本书由异步社区出品，社区（<https://www.epubit.com/>）为您提供相关资源和后续服务。

提交勘误

作者和编辑尽最大努力来确保书中内容的准确性，但难免会存在疏漏。欢迎您将发现的问题反馈给我们，帮助我们提升图书的质量。

当您发现错误时，请登录异步社区，按书名搜索，进入本书页面，点击“提交勘误”，输入勘误信息，点击“提交”按钮即可。本书的作者和编辑会对您提交的勘误进行审核，确认并接受后，您将获赠异步社区的 100 积分。积分可用于在异步社区兑换优惠券、样书或奖品。



扫码关注本书

扫描下方二维码，您将会在异步社区微信服务号中看到本书信息及相关的服务提示。



与我们联系

我们的联系邮箱是 contact@epubit.com.cn。

如果您对本书有任何疑问或建议,请您发邮件给我们,并请在邮件标题中注明本书书名,以便我们更高效地做出反馈。

如果您有兴趣出版图书、录制教学视频,或者参与图书翻译、技术审校等工作,可以发邮件给我们;有意出版图书的作者也可以到异步社区在线提交投稿(直接访问 www.epubit.com/selfpublish/submission 即可)。

如果您是学校、培训机构或企业,想批量购买本书或异步社区出版的其他图书,也可以发邮件给我们。

如果您在网上发现有针对异步社区出品图书的各种形式的盗版行为,包括对图书全部或部分内容的非授权传播,请您将怀疑有侵权行为的链接发邮件给我们。您的这一举动是对作者权益的保护,也是我们持续为您提供有价值的内容的动力之源。

关于异步社区和异步图书

“**异步社区**”是人民邮电出版社旗下 IT 专业图书社区,致力于出版精品 IT 技术图书和相关学习产品,为作译者提供优质出版服务。异步社区创办于 2015 年 8 月,提供大量精品 IT 技术图书和电子书,以及高品质技术文章和视频课程。更多详情请访问异步社区官网 <https://www.epubit.com>。

“**异步图书**”是由异步社区编辑团队策划出版的精品 IT 专业图书的品牌,依托于人民邮电出版社近 30 年的计算机图书出版积累和专业编辑团队,相关图书在封面上印有异步图书的 LOGO。异步图书的出版领域包括软件开发、大数据、AI、测试、前端、网络技术等。



异步社区



微信服务号

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 为什么要学习算法	1
1.2 整数乘法	3
1.2.1 问题和解决方案	3
1.2.2 整数乘法问题	3
1.2.3 小学算法	4
1.2.4 操作数量的分析	5
1.2.5 还能做得更好吗	5
1.3 Karatsuba 乘法	6
1.3.1 一个具体的例子	6
1.3.2 一种递归算法	7
1.3.3 Karatsuba 乘法	9
1.4 MergeSort 算法	11
1.4.1 推动力	11
1.4.2 排序	12
1.4.3 一个例子	13
1.4.4 伪码	14
1.4.5 Merge 子程序	15

1.5 MergeSort 算法分析	16
1.5.1 Merge 的运行时间	17
1.5.2 MergeSort 的运行时间	18
1.5.3 定理 1.2 的证明	19
1.5.4 小测验 1.1~1.2 的答案	23
1.6 算法分析的指导原则	23
1.6.1 第 1 个原则：最坏情况分析	24
1.6.2 第 2 个原则：全局分析	25
1.6.3 第 3 个原则：渐进性分析	26
1.6.4 什么是“快速”算法	27
1.7 本章要点	28
1.8 习题	29
挑战题	31
编程题	31
第 2 章 渐进性表示法	32
2.1 要旨	32
2.1.1 推动力	32
2.1.2 高级思维	33
2.1.3 4 个例子	34
2.1.4 小测验 2.1~2.4 的答案	38
2.2 大 \mathcal{O} 表示法	40
2.2.1 文本定义	40
2.2.2 图形定义	40
2.2.3 数学定义	41

2.3 两个基本例子	42
2.3.1 k 阶多项式是 $O(n^k)$	42
2.3.2 k 阶多项式不是 $O(n^{k-1})$	43
2.4 大 Ω 和大 Θ 表示法	44
2.4.1 大 Ω 表示法	44
2.4.2 大 Θ 表示法	45
2.4.3 小 O 表示法	46
2.4.4 渐进性表示法的来源	47
2.4.5 小测验 2.5 的答案	48
2.5 其他例子	48
2.5.1 在指数中添加一个常数	48
2.5.2 指数乘以一个常数	49
2.5.3 最大值 vs. 和	49
2.6 本章要点	50
2.7 习题	51

第 3 章 分治算法 53

3.1 分治法规范	53
3.2 以 $O(n \log n)$ 时间计数逆序对	54
3.2.1 问题	54
3.2.2 一个例子	54
3.2.3 协同筛选	55
3.2.4 穷举搜索法	55
3.2.5 分治法	56
3.2.6 高级算法	57
3.2.7 关键思路：站在 MergeSort 的肩膀上	57

3.2.8 重温 Merge.....	58
3.2.9 Merge 和分离逆序对.....	60
3.2.10 Merge_and_CountSplitInv	61
3.2.11 正确性	61
3.2.12 运行时间	62
3.2.13 小测验 3.1~3.2 的答案	62
3.3 Strassen 的矩阵相乘算法.....	63
3.3.1 矩阵相乘	63
3.3.2 例子 ($n = 2$)	64
3.3.3 简单算法	64
3.3.4 分治法	65
3.3.5 节省一个递归调用	67
3.3.6 细节	68
3.3.7 小测验 3.3 的答案	69
*3.4 $O(n \log n)$ 时间的最近点对 (Closest Pair) 算法	70
3.4.1 问题	70
3.4.2 热身: 1D 情况	71
3.4.3 预处理	71
3.4.4 一种分治方法	72
3.4.5 一个微妙的变化	74
3.4.6 ClosestSplitPair	74
3.4.7 正确性	76
3.4.8 辅助结论 3.3 (a) 的证明	77
3.4.9 辅助结论 3.3 (b) 的证明	78
3.4.10 小测验 3.4 的答案	80

3.5 本章要点	80
3.6 习题	81
挑战题	81
编程题	82
第 4 章 主方法	83
4.1 重温整数乘法	83
4.1.1 RecIntMult 算法	84
4.1.2 Karatsuba 算法	84
4.1.3 比较递归过程	85
4.2 形式声明	86
4.2.1 标准递归过程	86
4.2.2 主方法的陈述和讨论	87
4.3 6 个例子	88
4.3.1 重温 MergeSort	89
4.3.2 二分搜索	89
4.3.3 整数乘法的递归算法	90
4.3.4 Karatsuba 乘法	90
4.3.5 矩阵乘法	91
4.3.6 一个虚构的递归过程	92
4.3.7 小测验 4.2~4.3 的答案	93
*4.4 主方法的证明	94
4.4.1 前言	94
4.4.2 重温递归树	95
4.4.3 单层所完成的工作	96
4.4.4 各层累计	97

4.4.5 正义与邪恶：需要考虑 3 种情况	98
4.4.6 预告运行时间上界	99
4.4.7 最后的计算：第一种情况	100
4.4.8 迂回之旅：几何级数	101
4.4.9 最后的计算：第二种情况和第三种情况	102
4.4.10 小测验 4.4~4.5 的答案	103
4.5 本章要点	103
4.6 习题	104
第 5 章 快速排序 (QuickSort)	107
5.1 概述	107
5.1.1 排序	108
5.1.2 根据基准元素进行划分	108
5.1.3 高级描述	110
5.1.4 内容前瞻	110
5.2 围绕基准元素进行划分	111
5.2.1 简易方法	111
5.2.2 原地实现：高级计划	112
5.2.3 例子	113
5.2.4 Partition 子程序的伪码	115
5.2.5 QuickSort 的伪码	117
5.3 良好的基准元素的重要性	117
5.3.1 ChoosePivot 的简单实现	118
5.3.2 ChoosePivot 的过度实现	118
5.3.3 小测验 5.1~5.2 的答案	119