

“十三五”国家重点出版物出版规划项目

经济科学译丛

经济学中的数学

卡尔·P. 西蒙 (Carl P. Simon) 著
劳伦斯·布鲁姆 (Lawrence Blume)

Mathematics for Economists



 中国人民大学出版社

“十三五”国家重点出版物出版规划项目

经济科学译丛

经济学中的数学

卡尔·P. 西蒙 (Carl P. Simon)

劳伦斯·布鲁姆 (Lawrence Blume)

杨介棒 何辉 译

著

Mathematics for Economists



中国人民大学出版社
· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

经济学中的数学/ (美) 卡尔·P. 西蒙 (Carl P. Simon), (美) 劳伦斯·布鲁姆 (Lawrence Blume) 著; 杨介棒, 何辉译. —北京: 中国人民大学出版社, 2018. 11

(经济科学译丛)

ISBN 978-7-300-26292-5

I. ①经… II. ①卡… ②劳… ③杨… ④何… III. ①经济数学 IV. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 220589 号

“十三五”国家重点出版物出版规划项目

经济科学译丛

经济学中的数学

卡尔·P. 西蒙 劳伦斯·布鲁姆 著

杨介棒 何辉 译

Jingjixue zhong de Shuxue

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室)

010-62511770 (质管部)

010-82501766 (邮购部)

010-62514148 (门市部)

010-62515195 (发行公司)

010-62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 涿州市星河印刷有限公司

规 格 185mm×260mm 16 开本

版 次 2018 年 11 月第 1 版

印 张 45.75 插页 2

印 次 2018 年 11 月第 1 次印刷

字 数 1 017 000

定 价 118.00 元

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换

《经济科学译丛》

编辑委员会

学术顾问

高鸿业 王传纶 胡代光 范家骧 朱绍文 吴易风

主 编

陈岱孙

副主编

梁 晶 海 闻

编 委 (按姓氏笔画排序)

王一江 王利民 王逸舟 贝多广 平新乔 白重恩
刘 伟 朱 玲 许成钢 张宇燕 张维迎 李 扬
李晓西 李稻葵 杨小凯 汪丁丁 易 纲 林毅夫
金 碚 姚开建 徐 宽 钱颖一 高培勇 梁小民
盛 洪 樊 纲



《经济科学译丛》总序

中国是一个文明古国，有着几千年的辉煌历史。近百年来，中国由盛而衰，一度成为世界上最贫穷、落后的国家之一。1949年中国共产党领导的革命，把中国从饥饿、贫困、被欺侮、被奴役的境地中解放出来。1978年以来的改革开放，使中国真正走上了通向繁荣富强的道路。

中国改革开放的目标是建立一个有效的社会主义市场经济体制，加速发展经济，提高人民生活水平。但是，要完成这一历史使命绝非易事，我们不仅要从自己的实践中总结教训，也要从别人的实践中获取经验，还要用理论来指导我们的改革。市场经济虽然对我们这个共和国来说是全新的，但市场经济的运行在发达国家已有几百年的历史，市场经济的理论亦在不断发展完善，并形成了一个现代经济学理论体系。虽然许多经济学名著出自西方学者之手，研究的是西方国家的经济问题，但他们归纳出来的许多经济学理论反映的是人类社会的普遍行为，这些理论是全人类的共同财富。要想迅速稳定地改革和发展我国的经济，我们必须学习和借鉴世界各国包括西方国家在内的先进经济学的理论与知识。

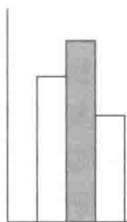
本着这一目的，我们组织翻译了这套经济学教科书系列。这套译丛的特点是：第一，全面系统。除了经济学、宏观经济学、微观经济学等基本原理解之外，这套译丛还包括了产业组织理论、国际经济学、发展经济学、货币金融学、公共财政、劳动经济学、计量经济学等重要领域。第二，简明通俗。与经济学的经典名著不同，这套丛书都是国外大学通用的经济学教科书，大部分都已发行了几版或十几版。作者尽可能地用简明通俗的语言来阐述深奥的经济学原理，并附有案例与习题，对于初学者来说，更容易理解与掌握。

经济学是一门社会科学，许多基本原理的应用受各种不同的社会、政治或

经济体制的影响，许多经济学理论是建立在一定的假设条件上的，假设条件不同，结论也就不一定成立。因此，正确理解掌握经济分析的方法而不是生搬硬套某些不同条件下产生的结论，才是我们学习当代经济学的正确方法。

本套译丛于 1995 年春由中国人民大学出版社发起筹备并成立了由许多经济学专家学者组织的编辑委员会。中国留美经济学会的许多学者参与了原著的推荐工作。中国人民大学出版社向所有原著的出版社购买了翻译版权。北京大学、中国人民大学、复旦大学以及中国社会科学院的许多专家教授参与了翻译工作。前任策划编辑梁晶女士为本套译丛的出版做出了重要贡献，在此表示衷心的感谢。在中国经济体制转轨的历史时期，我们把这套译丛献给读者，希望为中国经济的深入改革与发展作出贡献。

《经济科学译丛》编辑委员会



前言*

无论如何，数学已经成为现代解析经济学的一门语言，用它来定量分析经济变量及经济行为间的关系，并对其性质进行阐释。从这个意义上讲，数学已然成为经济学家借以判定和分析经济模型一般属性的重要工具。

在描述和分析经济模型时，初级经济学教程一般运用较简单的数学方法：高中代数和几何，一元函数图像及一元微积分等；模型主要涉及两种商品和完全竞争市场，参与者具有完全信息，且不存在不确定性。这类教程不区分微观和宏观，其中的假设使得模型大大简化。经济模型越精细，数学的应用也就越广泛。本书的主要目的是让经济学和其他社会科学的学生更好地理解 and 掌握数学方法，并以此来分析更加复杂、更加现实、更加有趣的模型。

为什么写这本书？

我们发现，现行的数学教材大多是为经济学家而编写的，往往忽略了教师和学生数学的基本需求。因此，我们在编写这本书的时候，比其他教材更加注重这方面内容的加强。

1. 很多教材将重点放在介绍数学方法上，主要进行数学思维和直觉的拓展，成为数学的“方法食谱”。本书注重的是对学生数学直觉的培养，试图让学生明白如何运用和为什么要运用数学方法。书中采用大量的图例来培养读者的几何直觉。在利用线性函数或多项式对非线性函数进行近似时，本书强调微积分的基础作用，以便在阐述非线性函数性质时更加简明扼要——这些内容多采用几何的方法来介绍。

* 如需参阅本文索引，请登录中国人民大学出版社网站 www.crup.com.cn，搜索本书后获取。

2. 学生可以通过具体的例子和习题学会数学方法的应用。本书对每个新概念、新方法都会举例说明。在每一章的后面，我们都提供了习题，使学生将所学的数学知识通过练习得以巩固。

3. 借助本书介绍的数学方法来解读经济学架构。我们相信，本书比其他任何一本经济学家使用的数学读本更多地包含了经济学的内容。在每章前面，我们都对该章数学概念与经济学的关系做了概要说明。同时，本书也是一本为经济学家而写的数学书，不是一本数学经济学教材。我们不认为本书有助于同时学好高等数学和高级经济学。所以，引言部分重点介绍了学习高级经济学模型需要掌握的数学方法。

4. 随着经济学的不断发展，经济学家们不断采用新的数学思想和方法来阐释新的经济理论，进行经济计量分析。作为经济学研究人员，我们尽可能多地将这些新方法介绍给学生。本书几乎包含了所有经济学研究的前沿课题，比如准凹函数、凹形规划、间接效用和支出函数、包络定理、成本与产品间的对偶性以及非线性动态学。

5. 对于学习经济学的学生来说，理解书中各个定理的证明非常重要——这种能力不是天生的，需要训练得来。与其他相关的教材不同，我们尽量提供全部结论的证明——读者既可以更好地理解隐藏在数学方法背后的逻辑，又可以把握前后结论的总体结构。有些证明放在习题中，要求学生们仿照课本中的证明尝试自己去完成。

为了培养学生对论证的理解能力，并能够独立地判断假设条件下的结论是否成立，因此，对书中详细论证结构的把握就显得尤为重要。其实，证明过程充满乐趣，它对模型基本结构分条缕析，将模型各个组成部分逐一呈现出来，由其表示的经济行为也清晰可见。本书的读者还可以在研究中尝试自己构造经济模型来得出结论。我们希望读者通过对书中证明部分的学习，提高独立证明的能力。

本书的内容是什么？

现代微观经济学的核心是假设经济代理人选择的行为是他们认为的最优行为。在数学领域中，多元函数的最大化和最小化问题与此相关，函数中的变量受等式和不等式条件的约束。这个数学问题有时被称作拉格朗日乘数问题，它是本书的重中之重（第 16 章到第 19 章）。本书各章节安排主要体现简洁、效率的原则。

本书首先简要介绍一元微积分（第 2 章到第 4 章）和指数及对数（第 5 章）。这部分内容可安排在第一周进行课堂学习，或要求学生自行阅读，以此作为对其以前所学知识的复习。对这些章节中的举例和习题也可做相应简单安排。

对最优化问题的学习，需要了解给定一阶条件下方程组的求解。本书的前半部分几乎都是围绕这类方程展开的。我们首先介绍线性方程组的相关理论，主要考察方程组的解是否存在，有多少个解以及当方程组变动时，解如何变动（第 6 章到第 10 章）。接着我们介绍更加接近现实情况、更加复杂的非线性方程组（第 11 章到第 15 章）。我们运用微积分的转换原理来研究非线性方程组，其中主要借鉴了解线性方程组时采用的方法。最后，我们在第 16 章到第 19 章对约束条件和非约束条件最优化问题进行讨论——这是本书的核心内容。

第 20 章到第 25 章主要介绍经济模型中涉及的另外两个基本数学问题。第 20 章和第 21 章较为详细地介绍了经济关系的性质，比如齐次性、凹性和准凹性。第 22 章则主要阐述这些性质在经济模型中的应用，其中涉及部分动态模型，比如价格变动、经济增长、政策调整以及经济代理行为的最大化问题等。第 23、24、25 章主要介绍动态方程组的数学方法，重点是矩阵的特征值、线性差分方程、线性和非线性微分方程。

这种结构安排的主要目的是使读者能够更为便捷地掌握各种重要结论和约束条件下的最优化问题。在有些情况下，比如在研究行列式、序列的极限和紧集时，不再按照常规的体例来论述约束的最优化问题。为了使布局更具灵活性，我们将上述内容放在本书的最后五章。第 26 章详细介绍了行列式的性质，尽管这在第 9 章已经做了简要介绍。第 27 章是对第 7、8 两章矩阵代数的补充，主要将其用于研究线性方程组解集的行列式，并在最后介绍了矩阵代数的基本定理。

第 28 章主要介绍上一章基本定理的应用。第 29 章是对第 12 章介绍的集合和序列知识的优化调整。第 30 章收集了第 13、14、15 章中关于多元分析的较为复杂的证明。课堂教学可以这样安排后五章的内容：(1) 在学习完前面的相关章节后安排学习；(2) 在全部课程结束后学习；(3) 根据学生的时间和需要来安排。

与其他课程的搭配

本书的内容在教学中通常与高级微观和宏观经济学同时进行。对这种安排，学生有时不太适应，因为微观和宏观课程一开始就要用到约束最优化和动态学的内容，而这些内容在本书编排中比较靠后。

我们建议采取以下办法来协调。首先，根据本书各章节之间的相对独立性，安排学生选读各章引言部分以对该章有比较清楚的认识，而不是首先系统学习前面各章节的内容。为此，我们给出了部分习题的答案。

我们还为前两个星期的学习提供了一系列简短的模块，用来介绍后面将要用到的术语和公式，以便学生们独自选学相关内容时更加容易，至少知道它们所在的章节。

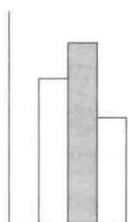
最后，希望学习本教程的学生在开始系统学习之前，对一元微积分和简单矩阵知识做必要的预习。我们发现，几乎所有的学生都已经学过微积分，约三分之二的学生学过矩阵代数。因此，作为暑期阅读要求，有时可作为学前辅导，对相关数学背景知识的学习是很有必要的。

致谢

我们在编写此书的过程中，许多同行、学生和评论家给予了很多中肯的意见和建议。他们是同事菲利普·阿德勒、泰德·伯格斯特、肯·宾莫、迪·邓切、大卫·伊斯理、里欧纳

德·赫克、菲尔·豪瑞、约翰·杰克奎、简·科门塔、詹姆斯·库普曼、泰朋·米切尔、彼得·莫干、约翰·耐克巴、斯科特·皮尔斯、诺维·萨福、霍·威尔瑞恩和亨瑞·万；学生凯瑟琳·安德森、杰基·库里奇、邓·当巴、汤姆·乔治、凯文·杰克逊、截维·梅耶、安·西蒙、戴维·西蒙和约翰·伍德；以及康奈尔和密歇根州那些为本书付出辛勤劳动的人们，他们是得克萨斯 A&M 大学的理查德·安德森，皇后大学的詹姆斯·博金，亚利桑那大学的伯瑞恩·宾杰尔，伊利诺伊大学的马克·菲尔德曼，圣何塞大学的罗格·福尔森，约克大学的费米达·汉迪，伊利诺伊大学的约翰·麦当娜，密歇根州立大学的诺曼·奥博思特，加利福尼亚大学洛杉矶分校的约翰·瑞丽，多伦多大学的麦娜·伍德。我们还要特别感谢 W. W. 诺顿公司的翟克·麦克菲力、凯瑟琳·维奇和凯瑟琳·沃诺娃可。封面上著者的排序是我们共同讨论决定的，因书的内容不同而有所差异。

谨以此书献给我们的爱人苏珊和玛瑞琳。



目 录

第 I 篇	导 论	1	
	第 1 章 引 言	3	v
	1.1 经济理论中的数学	3	
	1.2 消费者选择模型	4	
	第 2 章 一元微积分：基础	9	
	2.1 \mathbf{R}^1 上的函数	9	
	2.2 线性函数	14	
	2.3 非线性函数的斜率	19	
	2.4 求导	21	
	2.5 可微与连续	25	vi
	2.6 高阶导数	28	
	2.7 微分近似	29	
	第 3 章 一元微积分：应用	33	
	3.1 用一阶导数作图	33	
	3.2 二阶导数与凸性	36	
	3.3 有理函数作图	39	
	3.4 尾部和水平渐近线	40	
	3.5 极大值与极小值	42	
	3.6 经济应用	47	
	第 4 章 一元微积分：链式法则	56	
	4.1 复合函数与链式法则	56	
	4.2 反函数及其导数	59	

第 II 篇

第 5 章 指数与对数	65
5.1 指数函数	65
5.2 无理数 e	68
5.3 对数	70
5.4 指数与对数的性质	72
5.5 指数与对数的导数	74
5.6 应用	77
线性代数	81
第 6 章 线性代数导论	83
6.1 线性方程组	83
6.2 线性模型举例	84
第 7 章 线性方程组	95
7.1 高斯消元法和高斯-约当消元法	95
7.2 初等行变换	100
7.3 多解或无解方程组	104
7.4 秩——基本准则	109
7.5 线性隐函数定理	115
第 8 章 矩阵代数	118
8.1 矩阵的运算	118
8.2 几种形式特殊的矩阵	124
8.3 初等矩阵	125
8.4 方阵的运算	127
8.5 投入—产出矩阵	134
8.6 分块矩阵 (选学)	139
8.7 分解矩阵 (选学)	141
第 9 章 行列式概论	147
9.1 矩阵的行列式	148
9.2 行列式的应用	151
9.3 克莱姆法则的应用: $IS-LM$ 模型分析	154
第 10 章 欧几里得空间	156
10.1 欧几里得空间的点和向量	156
10.2 向量	159
10.3 向量代数	161
10.4 \mathbf{R}^n 中的长度和内积	164
10.5 线	174
10.6 平面	177
10.7 经济应用	182
第 11 章 线性无关	186
11.1 线性无关	186

	11.2 生成集	191	
	11.3 \mathbf{R}^n 中的基和维度	194	
	11.4 小结	196	
第Ⅲ篇	多元微分	197	
	第 12 章 极限和开集	199	
	12.1 序列和实数	199	
	12.2 \mathbf{R}^m 中的序列	204	
	12.3 开集	207	
	12.4 闭集	210	
	12.5 紧集	212	
	12.6 小结	214	
	第 13 章 多元函数	215	x
	13.1 欧几里得空间中的函数	215	
	13.2 函数的几何作图	218	
	13.3 几类特殊的函数	226	
	13.4 连续函数	231	
	13.5 函数术语	233	
	第 14 章 多元微分	238	
	14.1 偏导数的定义和举例	238	
	14.2 偏导数的经济意义	240	
	14.3 偏导数的几何意义	242	
	14.4 全导数	244	
	14.5 链式法则	248	
	14.6 定向导数和梯度向量	252	
	14.7 从 \mathbf{R}^n 到 \mathbf{R}^m 的显函数	255	xi
	14.8 高阶导数	259	
	14.9 小结	263	
	第 15 章 隐函数及其导数	264	
	15.1 隐函数	264	
	15.2 阶层曲线及其切线	270	
	15.3 隐函数方程组	276	
	15.4 应用: 比较静态分析	283	
	15.5 反函数定理 (选学)	286	
	15.6 应用: 辛普森悖论	289	
第Ⅳ篇	最优化	293	
	第 16 章 二次型和定矩阵	295	
	16.1 二次型	296	
	16.2 二次型的定义	296	xii

16.3	线性约束与加边矩阵	304
16.4	附录	309
第 17 章	无约束最优化	312
17.1	定义	312
17.2	一阶条件	313
17.3	二阶条件	314
17.4	总体极大值和总体极小值	317
17.5	经济应用	319
第 18 章	约束最优化 I：一阶条件	324
18.1	举例	324
18.2	等式约束	325
18.3	不等式约束	333
18.4	混合约束条件	340
18.5	约束条件下的最小化问题	342
18.6	库恩-塔克条件	344
18.7	举例及应用	346
第 19 章	约束最优化 II	351
19.1	乘子的意义	351
19.2	包络线定理	355
19.3	二阶条件	358
19.4	对参数的平滑依赖	366
19.5	约束限制条件	369
19.6	一阶条件的证明	373
第 20 章	齐次函数和位似函数	377
20.1	齐次函数	377
20.2	函数的齐次化	384
20.3	基数效用与序数效用	386
20.4	位似函数	389
第 21 章	凹函数与准凹函数	393
21.1	凹函数与凸函数	393
21.2	凹函数的性质	401
21.3	准凹函数与准凸函数	405
21.4	假凹函数	409
21.5	凹函数的最优化	412
21.6	附录	416
第 22 章	经济应用	421
22.1	效用与需求	421
22.2	经济应用：利润与成本	431
22.3	帕累托最优	436

xiii

xiv

第 V 篇

22.4	福利理论基础	439	xv
	特征值与动态学	445	
	第 23 章 特征值与特征向量	447	
23.1	定义与举例	447	
23.2	解线性差分方程	451	
23.3	特征值的性质	461	
23.4	重复特征值	463	
23.5	复数特征值和特征向量	469	
23.6	马尔可夫过程	475	
23.7	对称矩阵	478	
23.8	二次型的定性	482	
23.9	附录	485	
	第 24 章 常微分方程：纯量方程	488	
24.1	定义和举例	488	
24.2	显性解	492	
24.3	线性二阶方程	497	xvi
24.4	解的存在性	504	
24.5	\mathbf{R}^1 上的相位图与均衡	510	
24.6	附录：应用	513	
	第 25 章 常微分方程：方程组	516	
25.1	平面方程组介绍	516	
25.2	线性方程组与特征值	518	
25.3	用替代法求解线性方程组	521	
25.4	稳态与稳定性	523	
25.5	平面方程组的相位图	527	
25.6	初积分	536	
25.7	李雅普诺夫函数	542	
25.8	附录：线性化	545	
	高等线性代数	547	xvii
	第 26 章 行列式：详述	549	
26.1	行列式的定义	549	
26.2	行列式的性质	555	
26.3	行列式的应用	562	
26.4	经济应用	564	
26.5	附录	567	
	第 27 章 矩阵的子空间	573	
27.1	向量空间与子空间	573	
27.2	子空间的基和维度	577	
27.3	行空间	578	

第 VI 篇

第Ⅶ篇

27.4	列空间	580
27.5	零空间	583
27.6	抽象向量空间	588
27.7	附录	591
第 28 章	线性无关的应用	594
28.1	方程组的几何性质	594
28.2	投资组合分析	597
28.3	投票悖论	598
28.4	活动分析：可行性	604
28.5	活动分析：有效性	606
高等分析		611
第 29 章	极限和紧集	613
29.1	柯西序列	613
29.2	紧集	616
29.3	连通集	617
29.4	欧几里得范数	619
29.5	附录	623
第 30 章	多变量微积分 II	628
30.1	魏尔施特拉斯定理和中值定理	628
30.2	\mathbf{R}^1 上的泰勒多项式	632
30.3	\mathbf{R}^n 上的泰勒多项式	635
30.4	二阶最优化条件	638
30.5	约束条件下的最优化	642

第Ⅷ篇

附 录		645
附录 1	集合、数与证明	647
A1.1	集合	647
A1.2	数	648
A1.3	证明	650
附录 2	三角函数	656
A2.1	三角函数的定义	656
A2.2	三角函数曲线	659
A2.3	毕达哥拉斯定理	661
A2.4	三角函数的值	662
A2.5	多角公式	664
A2.6	实值函数	664
A2.7	三角函数的微积分	665
A2.8	泰勒级数	667
A2.9	对定理 A2.3 的证明	667

附录 3 复数	670	
A3.1 背景	670	
A3.2 多项式方程的解	672	
A3.3 复数的几何式	673	xx
A3.4 复数的指数式	675	
A3.5 差分方程	676	
附录 4 微积分	678	
A4.1 反导数	678	
A4.2 微积分基本定理	680	
A4.3 应用	680	
附录 5 概率导论	684	
A5.1 事件的概率	684	
A5.2 期望和方差	685	
A5.3 连续随机变量	686	
附录 6 部分习题答案	688	
翻译说明	712	