

钢筋混凝土桥墩 地震损伤跨尺度评价方法

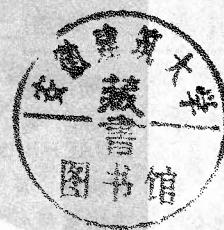
贾明晓 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

钢筋混凝土桥墩 地震损伤跨尺度评价方法

贾明晓 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

·北京·

内 容 提 要

本书针对混凝土材料本构模型和桥墩在外荷载作用下的变形过程进行研究，从微观层面描述桥墩的破坏过程，从而对桥墩的抗震性能进行评价。改进了现有微平面模型取向的确定及权重的计算方法和微平面应力-应变关系；基于 LS-DYNA 开发了改进混凝土微平面的本构模型；基于截面剩余有效面积率的构件损伤指标，在微平面层面、材料层面、单元层面、截面层面和构件层面建立了损伤状态的对应关系和评价方法。

本书适合土木工程、交通运输工程等相关专业设计人员、工程人员、科研人员参考借鉴，也可供相关院校师生辅助学习。

图书在版编目（C I P）数据

钢筋混凝土桥墩地震损伤跨尺度评价方法 / 贾明晓
著. -- 北京 : 中国水利水电出版社, 2018.8
ISBN 978-7-5170-6768-9

I. ①钢… II. ①贾… III. ①钢筋混凝土桥—桥墩—
地震灾害—地震预防 IV. ①U448.347

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第197608号

书 名	钢筋混凝土桥墩地震损伤跨尺度评价方法 GANGJIN HUNNINGTU QIAODUN DIZHEN SUNSHANG KUACHIDU PINGJIA FANGFA
作 者	贾明晓 著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路 1 号 D 座 100038) 网址: www.watertpub.com.cn E-mail: sales@watertpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (营销中心)
经 售	北京科水图书销售中心 (零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京虎彩文化传播有限公司
规 格	184mm×260mm 16 开本 8.75 印张 208 千字
版 次	2018 年 8 月第 1 版 2018 年 8 月第 1 次印刷
印 数	001—500 册
定 价	48.00 元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究



前言

近年来，国内外地震频发。桥梁作为交通运输的生命线，其抗震性能越来越受到桥梁决策者和设计者的重视。历来的震害表明，桥梁墩柱在地震中均遭受到不同程度的破坏，严重的会使其支承的上部结构也遭受严重的破坏。尽管桥梁抗震设计的理论计算方法已经非常完善，但是其数值模拟方法与桥梁地震破坏的仿真分析仍有许多问题需要解决。正是在上述背景下，作者针对作为桥梁抗震数值模拟的重要内容的混凝土材料本构模型以及桥墩在外荷载作用下的变形过程进行了研究，从微观层面描述了桥墩的破坏过程，从而对桥墩的抗震性能进行评价。完成的研究工作主要有以下几个方面：

(1) 通过对现有混凝土本构模型的分析，确定了适用于研究目的需要的本构模型，并进行了相关的公式推导，为后续工作指明了方向。主要包括：①对现有混凝土本构模型进行了综述，从宏观模型和细观模型两方面对现有模型进行了评价，指出微平面模型是满足研究目的需要的模型；②介绍了微平面模型的思想来源，其作为一种跨尺度的本构建模方法，介绍了该思想的广泛应用；③对微平面模型的发展进行了综述，总结了各种模型的特点；④通过对微平面模型弹性刚度矩阵的公式推导，阐述了体-偏分解的必要性，得到了微平面分量弹性模量与宏观弹性模量的关系式；⑤通过对现有模型的特点分析，确定了下一步的研究内容。

(2) 对现有微平面模型取向的确定及权重的计算方法进行了改进，提出了方案优化目标的改进意见。主要包括：①提出了基于正多面体网格化分后向外接球面投影的方式获得微平面划分方案的方法，这样可以得到任意粗细程度和不同离散精度的微平面，解决了现有划分方法不够灵活的问题；②通过球面几何知识计算每个通过投影得到的球面三角形面积与球面面积之比，得到微平面的权重，所提方法具有计算过程简单、微平面形状直观、物理意义明确的特点；③针对现有模型将拟合单轴应力-应变曲线作为不同微平面划分方案的优选目标不能全面反映材料的三轴应力-应变特征的问题，提出了将拟合弹性刚度矩阵作为优化目标的改进意见；④基于弹性刚度矩阵的数值计算结果，分析了误差来源，指出剪切分量方向的确定是影响刚度矩阵零元素

位置精度的主要原因。

(3) 对现有微平面上各分量应力-应变关系进行了改进。主要包括：①针对 M2 和 M3 模型的特点以及遇到的问题和不足，提出了确定微平面应力-应变向量关系的改进思路，将除压缩体积分量外的微平面各分量应力-应变曲线的函数形式构造为理想弹塑性的形式，并提出了破断应变的概念，构造加卸载准则，使得模型适用于循环加载；②提出逐步拟合法的方法，基于单轴试验数据通过计算拟合微平面刚度随微应变的变化规律，并通过分析微平面上的参数与宏观材料参数的关系，为建立考虑应变率效应的动态微平面模型提供了依据；③建立了能够考虑混凝土应变率效应的动态微平面本构模型，并提出确定动态微平面模型相关参数的经验公式，给出了模型的增量显式算法；④对所提模型进行参数分析，编制相应的程序拟合材料单轴试验数据，验证了所提模型的合理性。

(4) 简要介绍了 LS - DYNA 用户材料开发的基本流程，并基于 LS - DYNA 开发了改进混凝土微平面本构模型的材料子程序，以便用于结构构件的有限元计算。

(5) 采用改进微平面本构模型，提出了基于截面剩余有效面积率的构件损伤指标，在微平面层面、材料层面、单元层面、截面层面和构件层面建立了损伤状态的对应关系，结合一个独柱式桥墩的拟静力试验和数值计算，介绍了建立该损伤指标的具体计算步骤和流程，并结合试验现象和计算结果给出了具体的损伤指标的量值。通过比较 Park - Ang 指标对该实例损伤程度的判别结果可知，本书所提出的模型和现有损伤指标计算结果比较符合。从应变率效应对损伤指标的影响角度，阐述了所提模型具有一定的优越性。

最后对所提改进微平面本构模型以及基于改进模型的桥墩损伤指标进行了总结，并对需要进一步研究的问题进行了展望。

总之，一种新模型的提出难以一朝一夕就圆满完成，会涌现出一些新的问题需要更多的时间和努力去解决。由于时间和作者的认识有限，书中不足和疏漏之处在所难免，恳请各位专家、学者不吝斧正！

作者

2018 年 2 月



目 录

前言

第1章 绪论	1
1.1 问题的提出	1
1.2 技术路线	2
1.3 宏观混凝土本构模型	3
1.3.1 线弹性模型	3
1.3.2 非线弹性本构模型	4
1.3.3 经典塑性力学模型	4
1.3.4 流变学模型	6
1.3.5 内蕴时间模型	7
1.3.6 断裂力学模型	8
1.3.7 损伤力学模型	8
1.4 细观模型	9
1.4.1 微平面模型	9
1.4.2 颗粒模型	10
1.5 研究内容和主要工作	10
第2章 微平面模型介绍	13
2.1 思想来源及应用	13
2.1.1 微平面模型的思想来源	13
2.1.2 跨尺度本构建模思想的应用	13
2.2 微平面模型的发展	17
2.2.1 M1 [®] 模型	17
2.2.2 M1 模型	18
2.2.3 M2 模型	18
2.2.4 M3 模型	19
2.2.5 M4 模型	20
2.2.6 M5 模型及后续发展	22
2.3 微平面模型分析	22
2.3.1 线弹性阶段分析	23

2.3.2 微平面评述	29
2.4 本章小结.....	30
第3章 微平面模型取向的改进	31
3.1 现有微平面模型积分离散方法与特点.....	31
3.2 改进微平面模型积分离散方法.....	32
3.2.1 改进方法	32
3.2.2 改进微平面取向及权重计算方法	33
3.2.3 正八面体	34
3.2.4 正十二面体	35
3.2.5 正二十面体	37
3.3 计算结果比较.....	39
3.3.1 取向均匀性	40
3.3.2 弹性刚度矩阵误差比较	40
3.3.3 方法特点比较	43
3.4 剪切分量方向的确定.....	43
3.5 本章小结.....	43
第4章 微平面上的本构关系	45
4.1 现有模型微平面本构关系特点分析.....	45
4.1.1 M2 模型	45
4.1.2 M3 模型	46
4.2 改进方法与技术路线.....	46
4.2.1 改进方法	46
4.2.2 技术路线	48
4.3 基于逐步拟合法分析微平面刚度.....	48
4.3.1 定性分析	48
4.3.2 初始加载	50
4.3.3 后续加载	51
4.3.4 实例分析	52
4.4 改进的微平面本构关系.....	58
4.4.1 微平面上的应力-应变分量	58
4.4.2 法向分量	58
4.4.3 剪切分量	61
4.4.4 体积分量	63
4.4.5 偏分量	66
4.5 改进微平面模型增量显式算法.....	68
4.6 应变率效应.....	70

4.6.1	应变率效应试验	70
4.6.2	考虑应变率效应的微平面本构模型	73
4.6.3	动态模型显式增量算法与流程图	76
4.7	本章小结	77
第5章 改进微平面模型的参数确定与试验验证		79
5.1	模型参数确定方法与分析	79
5.1.1	参数确定方法	79
5.1.2	模型参数分析	82
5.2	材料试验验证	86
5.2.1	单轴压缩	86
5.2.2	单轴拉伸	87
5.2.3	应变率效应	88
5.3	LS-DYNA简介及用户自定义材料流程	89
5.4	改进模型材料子程序说明与验证	91
5.5	本章小结	92
第6章 基于改进微平面模型的桥墩损伤指标		93
6.1	损伤的分类与现有指标概述	93
6.1.1	损伤的分类	93
6.1.2	现有损伤指标概述	93
6.2	基于微平面模型的桥墩损伤指标建立方法	96
6.2.1	微平面取向失效率与材料损伤状态的关系	97
6.2.2	从截面层次描述构件损伤状态	100
6.2.3	构件不同损伤状态描述	102
6.3	实例分析	102
6.3.1	模型简介	102
6.3.2	试验与数值计算结果分析	106
6.3.3	不同损伤状态对应的有效截面面积率	109
6.3.4	与现有损伤指标的对比	110
6.4	应变率效应对损伤指标计算过程的影响	114
6.4.1	应变率效应与损伤指标临界值和计算结果的关系	114
6.4.2	应变率效应对所提模型计算过程的影响	115
6.4.3	应变率效应对现有指标计算过程的影响	115
6.5	本章小结	117
第7章 结论与展望		118
7.1	完成的主要工作与结论	118

7.1.1	微平面模型取向与权重计算方法	118
7.1.2	改进的理想弹塑性微平面本构模型	119
7.1.3	基于微平面模型的桥墩损伤指标	120
7.2	进一步的工作和建议	121
	参考文献	124

第1章 绪论

1.1 问题的提出

在城市防灾减灾的研究中，重要的一环是生命线工程的防灾减灾研究，特别是交通线上的枢纽工程——桥梁。^[1] 历来的震害表明，桥梁墩、台破坏，严重的会使其支承的上部结构也遭受严重的破坏。桥台自身的破坏较为少见，而桥梁工程中普遍采用的钢筋混凝土桥墩，在历次地震中则大量遭受严重破坏。以 1995 年日本阪神地震为例，桥墩震害明显，如图 1.1 和图 1.2 所示。由于墩柱作为桥梁结构的主要传力构件，其破坏也会引起上部结构的次生震害，如上部结构的碰撞甚至落梁等，所以桥墩是桥梁抗震设计的重点。



图 1.1 地震中桥墩弯曲破坏实例

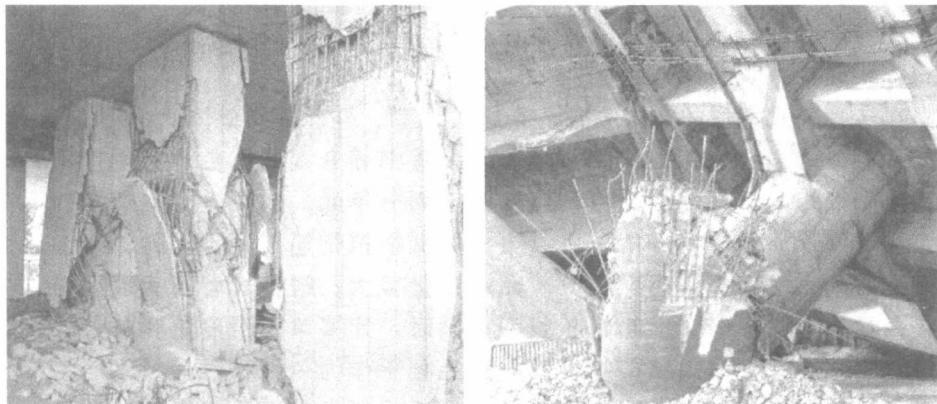


图 1.2 地震中桥墩剪切破坏实例

我国《建筑抗震设计规范》(GB 50011—2010)提出了小震不坏、中震可修、大震不倒的设计思想。工程设计中如何评价结构的损伤程度需要有一个指标来衡量；对震后桥梁的安全状态进行评价，是维修后继续使用还是拆除重建，也需要有一个决策指标。另外，桥墩作为桥梁抗震设计的关键构件，研究其抗震性能，分析桥墩在地震作用下的变形过程和破坏机理，也是一个需要分析研究的基本问题。

本书将围绕以下几个问题展开相关的研究，即如何通过数值计算模拟和分析桥墩从弹性阶段到塑性阶段最后发生破坏的变形过程，从细观上分析构件的破坏机理；分析不同变形阶段桥墩抗震能力的变化；提出评价构件损伤程度的指标，为抗震设计和维修加固提供决策依据等。

1.2 技术路线

在结构的非线性地震反应分析方法方面，目前主要有两种方法：弹塑性时程分析方法和静力弹塑性分析方法。^[2]弹塑性时程分析方法是较为理想的结构非线性地震反应分析方法，它能够计算结构在地震反应全过程中各时刻的内力和变形，因此该方法被认为是结构弹塑性分析的最可靠方法。相对而言，静力弹塑性分析方法，也称推倒分析方法，可以用较少的时间和费用达到工程设计所需要的变形验算精度，可以求出塑性铰的位置和转角，给出结构的薄弱部位，可以说是一种能够反映结构地震损伤状态的简化方法。

在抗震设计中对桥墩的模拟分析方法主要有塑性铰方法^[3-6]、纤维模型分析方法^[7-11]、实体有限元方法等。其中，塑性铰分析方法可以从宏观上反映结构在弹性和极限状态时的性能；纤维模型分析方法可以从宏观上反映结构的变形发展过程和构件中混凝土的开裂压碎及钢筋的屈服；实体有限元方法除了具有上述两种方法的功能外，还可以反映构件细部的受力变形过程，特别是描述混凝土裂缝的形成和扩展，可以对抗震计算中关心的桥墩关键部位进行局部受力分析，从细观层面上描述桥墩受力变形过程对宏观性能的影响，可以在细观层面上提出桥墩的抗震性能评价指标。通过描述部分混凝土开裂失效退出工作后有效截面面积与宏观力学反应的关系，可为桥梁震害损伤鉴定提供较为直观的评价指标。

建立实体有限元模型的方法主要有分离式模型、组合式和整体式模型。^[12]分离式模型把钢筋和混凝土划分为不同的单元，分别计算钢筋和混凝土的单元刚度矩阵，然后集成为整体刚度矩阵。其优点是可按实际配筋划分单元，必要时可在钢筋和混凝土之间嵌入黏结单元，局部应力分析时可以更实际地模拟钢筋混凝土构件。该方法的缺点是当结构配筋量大且不规则时，划分单元的数量很大；组合式有限元模型可减少单元数量并提高计算精度，但对于钢筋布置不规则时，计算单元刚度矩阵遇到了麻烦，所以该方法应用较少；整体式模型是将钢筋和混凝土作为一种材料，将钢筋的作用均匀弥散到混凝土单元中。通过上述比较可以看出，分离式有限元模型是满足研究目的需要的建模方法。

对结构进行有限元分析时，材料本构模型是决定计算结果合理性的核心问题。由于混凝土材料结构组成和力学性质的复杂性，发展一种能够全面准确地描述混凝土各种力学性质的本构模型就成了摆在实体有限元分析面前的困难。

混凝土作为一种复合材料，其力学性能较为复杂，离散性也较大，许多学者曾提出了各种各样的本构模型。可以说，目前所有成熟的力学理论几乎都被用于描述混凝土的本构模型，包括弹性力学、塑性力学、断裂力学、损伤力学、细观力学等。总的来说，混凝土

本构模型大致有两类：宏观力学模型和细观力学模型。著名混凝土研究学者 Bažant^[61] 曾对混凝土本构模型的各种建立方法做过比较全面的总结，时至今日尽管对混凝土模型的研究取得了不少进展，各种模型得到了充实、交叉和拓展，并出现了一些统一形式的模型，但是基本思想和方法并没有大的变化，Bažant 对混凝土模型的分类仍有重要的参考意义。他认为宏观力学模型可包括以下几类：①经典塑性模型^[13, 14]，如 Drucker–Prager 塑性模型、盖帽模型、临界状态理论、圆三角形偏平面^[15]与斜椭球静水轴面^[16]的结合模型等；②边界面模型^[17]，具有塑性硬化特点；③旋转作用面模型；④亚弹性模型；⑤全应变模型^[18–22]（也称非线性弹性模型）；⑥连续损伤力学模型^[23–26]；⑦断裂力学模型^[27]；⑧塑性–断裂力学模型^[28]；⑨黏塑性和内时理论模型^[29–31]；⑩Ortiz 的各向异性损伤模型。^[32]可以说混凝土宏观力学本构模型在初期取得了较大的成功，但随着文献试验数据的增多，越来越清楚地表明混凝土的各种材性无法用一个统一通用的宏观理论（此时各种加载情形会导致材料参数大量增加而难以确定）进行描述^[33]，而基于材料细观力学层次的本构模型提供了更大的空间，也越来越受到各国学者的重视。细观力学模型也可分为几类：①经典塑性滑移理论及其进化模型，如微平面模型；②微粒模拟方法，如初期出现的解决粒状固体的 Cundall 离散元方法，后期用以模拟混凝土断裂的界面元方法。^[34]这些模型各有特点，本章随后两节内容将对各种模型进行评述，在此基础上说明在本构模型方面开展的具体研究工作。

通过上述分析，确定研究思路和技术路线是采用分离式实体有限元建模，对钢筋混凝土桥墩进行推倒分析，对桥墩的变形和损伤过程进行描述，针对有限元分析时的核心问题——混凝土本构模型展开具体的研究，结合材料模型的研究成果，提出一种比较直观的损伤指标，评价构件的损伤状态。

如何从细观上描述桥墩的损伤过程，如裂缝的扩展和形成、混凝土的开裂、剥落等，与所采用的混凝土本构模型直接相关，因此，混凝土本构模型是研究重点。下面将对现有的本构模型进行综述，确定达到研究目的所需要的本构模型。

1.3 宏观混凝土本构模型

1.3.1 线弹性模型

用广义胡克定律表示的线弹性本构关系为

$$\sigma_{ij} = S_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (1.1)$$

式中： σ_{ij} 为应力张量； ϵ_{kl} 为应变张量； S_{ijkl} 为材料弹性常数，三维空间中的四阶张量。

材料为正交各向异性时，独立常数可减少至 9 个；材料为各向同性时，独立常数可减少至 2 个，可用 Lame 常数 K 、 L 来表达。

在早期，混凝土材料采用线弹性本构模型进行计算，这期间的弹性理论已经发展比较成熟，因此，可以看成是弹性理论在混凝土材料上的直接套用。它的优点是当混凝土材料处于较低压应力及拉应力下比较合适，而不足之处是在其余情况下误差较大，甚至难以对材料的常规力学性质进行定性的描述，如开裂、软化、滞回等。

1.3.2 非线弹性本构模型

非线弹性本构模型计算简单、比较精确，适用于单调加载下的混凝土非线性变形阶段，包括大量根据试验数据回归得到的经验模型以及以下几种模型。

(1) Cauchy 模型。

Cauchy 模型产生于 19 世纪，它假设应力只依赖于应变，应变也只依赖于应力，与变化路径无关，各向同性一一对应的应力-应变关系为 $\sigma_{ij} = F_{ij}(\epsilon_{kl})$ 。但该模型中应力不一定能表示成变形能对应变的偏导数，即不能表示为 $\sigma_{ij} = \partial W / \partial \epsilon_{ij}$ (W 为变形能) 的形式，导致在不同加载路径下得到的应变能或余能表达式通常不是唯一的。因此，该模型存在不满足弹性体能量守恒定律的缺点，限制了它的应用，但在单调比例加载条件下该模型适用，表明这一模型仅能用于一些简单的加载模式。

(2) 超弹性 (Hyperelastic) 模型。

若材料具有作为应变张量解析函数的应变能函数，且应变能函数的变化率等于应力所做之功率，则称为超弹性材料。该模型是应用应变能和余能原理建立的各向同性非线性弹性本构关系。假设应变能为 W 、余能为 Ω ，则有：

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \epsilon_{ij}}, \quad \epsilon_{ij} = \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1.2)$$

式中： σ_{ij} 为应力张量； ϵ_{ij} 为应变张量。

这一模型最早由 Green 在 1837 年提出，因此又称为 Green 模型，它可以看作是对 Cauchy 模型的改进。Cauchy 模型与超弹性模型可以看做是全量式应力-应变关系，采用不断变化的割线模量。

(3) 次弹性 (Hypoelastic) 模型。

由于次弹性材料对无限小位移的无黏性及可逆性以及与有限变形的路径相关，故采用“次弹性”这一术语。对于等温或绝热条件下的小变形弹性体，Cauchy 弹性、超弹性、次弹性三种模型是等价的。但是当将它们推广到较一般的物质和变形范围时，它们不再等价，并得到三种不同级别的普遍性。次弹性模型所描述的应力-应变关系和变形路径有关，和时间无关，一般表示成增量形式：

$$d\sigma_{ij} = F_{ij}(d\epsilon_{kl}, \sigma_{mn}) \quad (1.3)$$

式中： $d\sigma_{ij}$ 为应力张量增量； $d\epsilon_{kl}$ 为应变张量增量； σ_{mn} 为应力张量。

次弹性模型的优点是能考虑本构关系的路径相关性，并采用不断变化的切线模量。

有许多学者采用不同的经验公式提出了各种弹性本构模型，适用于不同情形。如采用全量式应力-应变关系的学者有 Cedolin 等^[19]、Kotsovos 等^[22]、Ottosen^[35]等。采用增量式应力-应变关系的学者有 Elwi 和 Murray^[36]、Darwin 和 Pecknold^[37]等。弹性模型不易于处理卸载或循环加载的情况，但在某些情况下它具有简便易行的特点。目前，不少国家的规范中较多采用非线性弹性模型（大多是经验模型）。

1.3.3 经典塑性力学模型

经典塑性理论主要指增量理论（也称为流动理论），是描述材料在塑性状态时应力

与应变速度或应变增量之间关系的理论，在实际应用中需要按加载过程积分计算，较复杂。

增量理论是在正交性法则和屈服面概念的基础上建立起来的，主要由以下几部分组成：

- 1) 初始屈服面。
- 2) 后继屈服面（加载面或硬化法则）。
- 3) 加载-卸载准则。
- 4) 流动法则。

引入不同的屈服函数（包括初始屈服面与加载面）与不同的流动法则即会产生不同的模型。

(1) 初始屈服面。

当材料的应力或应变水平未达到初始屈服面时，材料的本构关系为弹性的；当应力或应变水平超过初始屈服面时，材料的本构关系为弹塑性的。用应力表示的屈服函数一般为

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \quad (1.4)$$

塑性本构模型通常基于经典塑性理论，并将混凝土视为各向同性材料。许多研究者描述屈服准则时采用了不同的经验函数模型，如 Mises 准则、Mohr – Coulomb 准则、Hsieh – Ting – Chen 准则、Drucker – Prager 准则、Zienkiewicz – Pande 准则、William – Warnke 三参数模型、Ottosen 四参数模型、William – Warnke 五参数模型等。这些模型都力图更准确地反映混凝土的破坏特性，但往往都存在模型参数标定困难，以及计算公式过于复杂等问题。

(2) 硬化法则。

目前采用最多的有各向同性硬化、随动硬化和混合硬化三种情况，加载面通式表示为

$$f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - k(\epsilon_p) = 0 \quad (1.5)$$

式中： f 为屈服函数； k 为增函数； σ_{ij} 为应力张量； α_{ij} 为反应力； ϵ_p 为塑性应变。

各向同性硬化适用于金属，不能准确反映钢筋混凝土材料的硬化特点。随动硬化能体现包辛格效应，但难以合理描述混凝土材料的拉压变异性。因此，目前认为混合硬化是更合理的硬化法则，它假定塑性流动时屈服面大小、位置和方向均发生改变，这与更多的实际情况相符，但模型非常复杂，而且它还不能描述材料后继屈服时的畸变性质。

若 $\alpha_{ij} = 0$ 时表示各向同性硬化，认为在塑性流动中，屈服面仅发生大小变化，不发生形状和位置变化。如加载面与初始屈服面一致时即为理想弹塑性模型。

若 $k(\epsilon_p) = 0$ 时表示各向同性硬化，认为在塑性流动中，屈服面大小形状均不发生变化。仅屈服面中心点位置发生变化。 α_{ij} 表达式不同即为不同的随动硬化理论，一般常用的有 Prager 与 Ziegler 两种随动硬化理论。

(3) 加载-卸载准则。

塑性模型要求在加载、卸载及中性变载等各种不同条件下采用不同的本构关系表达

式，加载条件一般表示为：当 $f=0$ 且 $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} > 0$ 、 $\alpha < 90^\circ$ 时为加载；当 $f=0$ 且 $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} = 0$ 、 $\alpha = 90^\circ$ 时为中性变载；当 $f=0$ 且 $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0$ 、 $\alpha > 90^\circ$ 时为卸载；当 $f < 0$ 时为弹性，而 f 不大于 0 是对于理想弹塑性而言。

(4) 流动法则。

流动法则规定了塑性流动时应力-应变之间的关系。具体可分为正交流动法则（又称相关流动法则）和非正交流动法则（又称非相关流动法则）。

相关流动法则的依据为 Drucker 公设，根据 Drucker 公设，空间屈服面为凸面。相关流动法则假定屈服面函数 f 即为塑性势函数 g ，流动方向应正交于屈服面。流动法则表达式为

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1.6)$$

式中： σ_{ij} 为应力张量； $d\epsilon_{ij}^p$ 为应变增量； $d\lambda$ 为标量比例因子，可由一致性条件求得。塑性一致性条件为

$$f=0 \text{ 及 } \dot{f}=0$$

非相关流动法则假定塑性势函数 g 与屈服面函数 f 不同，流动法则为

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1.7)$$

式中： σ_{ij} 为应力张量； $d\epsilon_{ij}^p$ 为应变增量； $d\lambda$ 为标量比例因子。

标量比例因子仍可由一致性条件 $\dot{f}=0$ 求得。

提出属于相关流动理论的学者有 Chen 和 Chen^[38]、Chen 和 Ting^[39] 等，属于非相关流动理论的学者有 Han 和 Chen^[40]、Pietruszczak^[41] 等。

Drucker 公设适用于稳定材料，所以相关流动模型难以模拟混凝土材料应力应变曲线的下降段（软化现象）与混凝土的体积变化。相比之下，非相关流动模型可以模拟混凝土的软化和体积变化。但选取塑性势函数比较困难，计算过程中可能出现的刚度矩阵非对称性也是一个问题，也不容易确定混凝土的屈服极限，除此之外，该模型过于复杂，计算时的稳定性和收敛性难以得到保证。

现有的弹塑性非线性分析主要是基于增量理论的。经典塑性理论尽管在数学上相对比较严格，但它是从金属晶体滑移发展起来的，而混凝土的破坏机理主要是微开裂，与金属有很大的差异，因此将经典塑性理论用于混凝土材料，其可行性尚不确定。

1.3.4 流变学模型

混凝土材料存在徐变和应力松弛等现象，也就是说其变形是与时间有关的。针对这一特性，有些学者提出了应用黏弹性或黏塑性理论模型来描述混凝土材料的本构关系。

黏弹性或黏塑性理论采用了如图 1.3 所示的三种基本的、具有理想力学特性的力学元件。其中 σ 表示应力， ϵ 表示应变， $\dot{\epsilon}$ 表示应变速率， $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt$ ， E 为弹性常数， η 为黏性

系数， f 可以表示为摩擦阻力。这三种力学元件的串联、并联组合成具有各种复杂力学性能的模型，有些学者称这种组合模型为流变学模型。

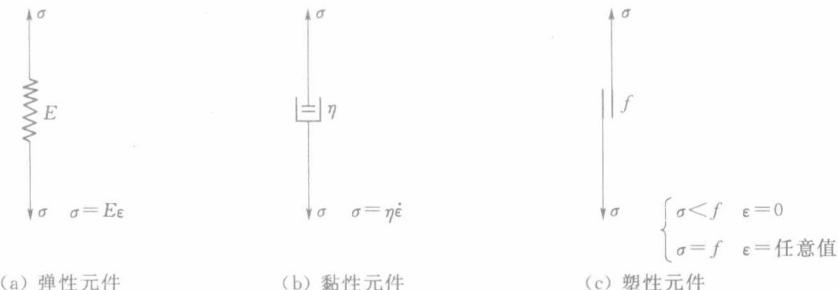


图 1.3 基本力学元件

常用的有由一个弹性元件和一个黏性元件串联组成的 Maxwell 模型、由一个弹性元件和一个黏性元件并联组成的 Kelvin 模型、由两个弹性元件和一个黏性元件组成的三元件模型、由一个 Kelvin 体和一个 Maxwell 体串联的 Burgers 模型、由一个塑性元件和一个黏性元件并联表示的黏塑性模型等。为了模拟实际工程材料复杂的力学性能，还可以用更多元件组成复合模型。

1.3.5 内蕴时间模型

非线弹性模型只适用于简单加载情形，而弹塑性理论也难以处理诸如体积变形、软化等现象，Valanis^[42]于 1971 年提出了内蕴时间模型（简称内时模型），其基本概念是：塑性和黏塑性等耗散材料内任一点的现时应力状态是该点邻域内整个变形和温度历史的泛函；而特别重要的是该历史是用一个取决于变形中的材料特性和变形程度的内蕴时间标度 Z 来度量的。

江见鲸^[12]曾用一个 Maxwell 元件来说明内时理论的基本思想，Maxwell 元件的本构关系为

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (1.8)$$

式中： $\dot{\sigma}$ 为应力增量； $\dot{\epsilon}$ 为应变增量； σ 为应力； η 为黏性系数； E 为弹性模量。

令 $\eta = EZ_1$ ，这里 Z_1 是与材料有关的常数。若将真实的时间用所谓的内时 Z 来代替，即 dt 用 $dZ = d\epsilon$ 来代替，则上述方程化为

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} + \frac{\sigma}{Z_1} = E \quad (1.9)$$

若初始条件为 $\epsilon = 0$ 时 $\sigma = 0$ ，则方程可解为

$$\sigma = EZ_1(1 - e^{-\frac{\sigma}{Z_1}}) \quad (1.10)$$

式中： ϵ 为应变。

上述应力-应变关系与单轴试验时的混凝土上升段曲线很相似。对于卸载可以定义一

个非负的单调增长函数 $dZ = |d\epsilon|$ ，则方程变为

$$d\sigma = E d\epsilon - \sigma \frac{dZ}{Z_1} = d\sigma' - d\sigma'' \quad (1.11)$$

式中： $d\sigma'$ 为弹性应力增量； $d\sigma''$ 为非弹性应力增量。

注意到卸载时 $d\sigma'$ 由正变为负，而 $d\sigma''$ 不变号。这样可以描述卸载时不可恢复的变形。

内蕴时间理论以不可逆热力学为基础，其构思巧妙，可以描述混凝土的许多性质。优点是摆脱了屈服面的约束，在实际问题的计算中能用一个统一的公式描述全过程。根据本构方程形式不变性定律可以利用已有理论的公式形式来给出本构方程，现在常用的是黏弹性公式形式，但不局限于此。但内时模型的适用性有待进一步研究，而且对多维应力情形，表达式非常复杂。

最早把内蕴时间理论用于混凝土的是 Bažant。^[43] Bažant 的理论不涉及不可逆热力学，而是直接采用内蕴时间的概念，用试凑法和参数优化法得到参数值，他的模型能较好地模拟混凝土的性能，但是模型参数过多，而且一些参数有耦联关系，一些参数缺乏物理意义，使用起来过于烦琐。

1.3.6 断裂力学模型

断裂力学主要研究含有裂缝缺陷的固体材料，分析其裂缝的扩展规律和断裂条件。由于混凝土的抗拉强度很低，容易产生裂缝且材料本身就存在着原始的微裂缝，因此有的学者将这一理论用于描述混凝土的力学行为。1960 年，Kaplan 将断裂力学理论用于混凝土材料。^[12] 断裂力学必须解决断裂尖端处的应力奇异性，研究者们采用了奇异积分等工具，理论上比较复杂，因此，目前用于实际工程计算还较少。

1.3.7 损伤力学模型

损伤力学模型与断裂力学类似，认为一般工程材料存在内部的微缺陷。但它与断裂力学不同的是，损伤力学必须定义适当的损伤变量来表征物体内部的微缺陷。

关于损伤变量的定义及其物理意义的描述一直都存在分歧，Leckie 和 Hayhurst 曾指出“不一定要对损伤变量给以物理描述和确切的物理意义”。^[44] 也有许多学者对损伤变量给以明确的物理意义，相对较直观，如 Lemaitre^[45]、Chaboche^[46,47] 等提出的标量型损伤变量及 Murakami^[48] 等提出的矢量型损伤变量。然而到目前为止，由于受技术发展水平所限，损伤变量的演化发展还远没有弄清。

Douglis^[27] 最早将损伤力学应用于混凝土材料，他认为材料的非线性是由渐进断裂（损伤发展）所引起的刚度衰减造成的，而在材料的渐进断裂过程中没有塑性变形出现，材料均是弹性的。Loland^[49]、余天庆和钱济成^[50] 等根据试验曲线给出混凝土受拉性能的标量损伤模型。Mazars^[51] 给出考虑拉压的标量型损伤模型，属于经验模型，该模型与单轴试验结果吻合较好，但在多轴情况下与实际不很相符。Resende^[52] 损伤模型将损伤分为剪切损伤与拉伸损伤两部分。张盛东等^[53] 建立了一个混凝土各向异性损伤模型。

损伤力学本构模型在处理塑性与损伤关系上可分两类：一类假设塑性与损伤解耦，损