"十三五"普通高等教育规划教材

Physics
大学物理学

主 编 张志国

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

"十三五"普通高等教育规划教材

大学物理学

张志国　主　编

北京邮电大学出版社
·北京·

内容简介

本书是在北华大学林学、医学等各专业历届大学物理学讲义和相关教学参考用书的基础上，针对我国高等学校应用型本科人才培养中科学素质教育教学的特点和要求，结合编者多年教学实践经验和教学研究成果，经多次修改提高编写而成的.

全书包括物理学中与生命科学相关的各个基本领域的知识内容和最新发展；适量收集并系统采纳物理学在农林、医药、生物、体育等学科的应用实例，在注重趣味性的同时，增强物理学理论的真实感和生动感；回避烦琐的数学推导，采用通俗易懂的文字和图表辅助说明；每章后设有专题阅读材料，介绍物理学前沿和现代物理思想，以激发学生学习物理的兴趣；对数学基础要求不高的生命科学类各相关专业的大学生在轻松学习物理学知识、方法和技术的同时，还能够认识到生命科学和物理学之间存在着许多富有生命力的蓬勃发展的边缘学科生长点. 全书涵盖了力学、热学、光学、电磁学和量子物理等教学基本内容，共计 14 章.

本书可作为高等学校农学、医学、教育学(体育学类)等学科门类下的生命科学类本科相关专业的大学物理课程的教学用书，也可供其他有关的科技工作者和教师参考使用.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学 / 张志国主编. -- 北京：北京邮电大学出版社，2017.12

ISBN 978－7－5635－5046－3

Ⅰ.①大… Ⅱ.①张… Ⅲ.①物理学—高等学校—教材 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 057993 号

书　　名 大学物理学
主　　编 张志国
责任编辑 付小霞
出版发行 北京邮电大学出版社
社　　址 北京市海淀区西土城路 10 号(100876)
电话传真 010-82333010　62282185(发行部)　010-82333009　62283578(传真)
网　　址 www.buptpress3.com
电子信箱 ctrd@buptpress.com
经　　销 各地新华书店
印　　刷 北京泽宇印刷有限公司
开　　本 787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张 17
字　　数 424 千字
版　　次 2017 年 12 月第 1 版　2017 年 12 月第 1 次印刷

ISBN 978－7－5635－5046－3　　定价：39.80 元

前　言

物理学的发展经历了20世纪的突飞猛进，到了21世纪日益成熟.它的研究对象具有极大的普遍性，它的基本理论渗透在自然科学的所有领域，并广泛地应用于生产技术中.它所包括的经典物理、近代物理以及它们在科学技术上的应用，是学生进一步学习专业知识的基础.高等教育正在从精英教育向大众化教育过渡，如何针对分层次办学以及人才培养多样化的趋势日渐突出的特点，根据不同学校的实际情况编写一部适用的教材，显得尤为重要.

本书编写的初衷，是为农学、医学和教育学(体育学类)等生命科学类的大学物理教学提供一套难度合适、篇幅精练、易教易学的教材.一本概括生命科学类各本科相关专业的物理领域的教学用书，对于学生来说是很重要的，这能让他们从基础上了解物理学的知识，对物理产生浓厚的兴趣.

在本书编写初衷的指导下，本书具备以下特色:包括了物理学中与生命科学相关的各个基本领域的知识内容和最新发展;适量收集并系统采纳物理学在农林、医药、生物、体育等学科的应用实例，在注重趣味性的同时，增强物理学理论的真实感和生动感;回避烦琐的数学推导，采用通俗易懂的文字和图表辅助说明;每章后设有专题阅读材料，介绍物理学前沿和现代物理思想，以激发学生学习物理的兴趣;对数学基础要求不高的生命科学类各相关专业的学生在轻松学习物理学知识、方法和技术的同时，还能够认识到生命科学和物理学之间存在着许多富有生命力的蓬勃发展的边缘学科生长点.本书包括刚体、流体、热学、光学、电磁学和量子物理等教学基本内容，共计14章.

编写一部适用的教材，是一项艰巨而又复杂的任务.全书由张志国担任主编，北华大学的所有大学物理学任课教师都参与了本书的编写工作，他们分别为(按姓氏笔画排序):刘文闫、张利云、张明辉、李雅丹、韩莉和谭翀.

本书的编写参考了许多资料和兄弟院校的教材，在此一并表示真诚的感谢.

尽管我们作了很大的努力，但由于水平有限，书中的错误和不足在所难免，请读者提出宝贵意见，以期再版时作进一步地修改.

编　者

2016年9月

目　　录

第 1 章　刚体的定轴转动…… 1

§1.1　刚体的运动 …… 1
§1.2　刚体转动的功和能 …… 3
§1.3　刚体定轴转动定律 …… 6
§1.4　转动惯量计算和定轴转动定律应用 …… 6
§1.5　刚体的角动量 …… 9
习题 1 …… 10
【阅读材料】　生命科学与物理学 …… 11

第 2 章　固体材料的弹性 …… 15

§2.1　弹性体中的应力和应变…… 15
§2.2　弹性体的拉伸和压缩…… 16
§2.3　弹性体的抗弯强度…… 17
§2.4　弹性体的剪切形变和扭转力矩…… 19
习题 2 …… 20
【阅读材料】　纳米材料及应用 …… 21

第 3 章　流体的流动 …… 23

§3.1　理想流体的流动…… 23
§3.2　实际流体的流动…… 27
§3.3　液体的表面现象…… 30
习题 3 …… 34
【阅读材料】　超导 …… 36

第 4 章　气体动理论 …… 39

§4.1　气体的性质…… 39
§4.2　气体分子的热运动规律…… 44
§4.3　非平衡态的输运过程…… 46

习题 4 …… 48
【阅读材料】 等离子体 …… 49

第 5 章 热力学基础 …… 52

§5.1 热力学第一定律 …… 52
§5.2 热力学第二定律 …… 56
§5.3 熵 熵增加原理 …… 59
§5.4 热力学定律和生命过程 …… 62
§5.5 热力学函数 …… 63
习题 5 …… 66
【阅读材料】 耗散结构与生物进化 …… 68

第 6 章 静电场 …… 72

§6.1 电荷与电场 …… 72
§6.2 高斯定理 …… 78
§6.3 电 势 …… 83
§6.4 电场中的导体和电介质 …… 88
§6.5 生物电现象 …… 94
§6.6 电场生物效应 …… 100
§6.7 静电技术在农业工程中的应用 …… 103
习题 6 …… 104
【阅读材料】 大气电场 …… 105

第 7 章 磁场 …… 108

§7.1 磁场及其描述 …… 108
§7.2 毕奥-萨伐尔定律 …… 110
§7.3 磁场的高斯定理和安培环路定理 …… 113
§7.4 电流与磁场的相互作用 …… 117
§7.5 物质的磁性 …… 121
§7.6 生物磁场 …… 123
§7.7 磁致生物效应 …… 125
习题 7 …… 129
【阅读材料】 核磁共振 …… 130

第 8 章 振动和波 …… 132

§8.1 简谐运动 …… 132
§8.2 简谐运动的合成 …… 135

§8.3　波的描述 …… 137
§8.4　波的衍射和干涉 …… 139
§8.5　多普勒效应　驻波 …… 140
§8.6　声波及超声的生物效应 …… 142
习题 8 …… 145
【阅读材料】　大爆炸宇宙论 …… 147

第 9 章　电磁场及其与生物体的相互作用 …… 150

§9.1　电磁场的基本规律 …… 150
§9.2　电磁波 …… 152
§9.3　电磁波的生物效应 …… 155
§9.4　红外技术 …… 156
§9.5　X 射线的产生及其基本性质 …… 158
§9.6　X 射线衍射　X 射线谱 …… 160
§9.7　X 射线的吸收 …… 164
习题 9 …… 166
【阅读材料】　物理学家简介——法拉第和麦克斯韦 …… 166

第 10 章　波动光学 …… 169

§10.1　光源及光的颜色生物效应 …… 169
§10.2　光的干涉 …… 174
§10.3　光的衍射 …… 181
§10.4　光的偏振 …… 194
习题 10 …… 203
【阅读材料】　光与生命 …… 205

第 11 章　几何光学 …… 208

§11.1　单球面折射 …… 208
§11.2　共轴球面系统 …… 210
§11.3　薄透镜 …… 211
§11.4　眼的光学系统 …… 214
§11.5　放大镜　显微镜 …… 216
习题 11 …… 218
【阅读材料】　几种特殊显微镜 …… 219

第 12 章　量子物理基础 …… 221

§12.1　黑体辐射 …… 221

§12.2 光电效应…… 223
§12.3 光的波粒二象性…… 225
§12.4 光合作用…… 225
§12.5 粒子的波动性…… 227
§12.6 量子力学概述…… 228
§12.7 类氢原子…… 232
§12.8 生命物质的光谱…… 234
习题 12 …… 238
【阅读材料】 扫描隧道显微镜…… 239

第 13 章 原子核与放射性 …… 241

§13.1 原子核的基本状况…… 241
§13.2 原子核的放射衰变…… 242
§13.3 放射线的剂量和防护…… 246
§13.4 放射性同位素在生命科学中的应用…… 247
习题 13 …… 249
【阅读材料】 核医学成像…… 249

第 14 章 激光及其生物效应 …… 250

§14.1 激光的发射原理…… 250
§14.2 激光特性及应用…… 253
§14.3 激光的生物效应…… 254
§14.4 激光器的种类…… 257
习题 14 …… 258
【阅读材料】 自由电子激光…… 258

附录 A 国际单位制(SI) …… 260

附录 B 物理学常量(2006 年推荐值) …… 262

参考文献…… 263

第 1 章　刚体的定轴转动

在中学物理课程中，我们学习了经典力学的一些基本概念和原理，如冲量和动量、功和能等概念，以及牛顿定律、动量守恒和能量守恒定律．在那里，这些概念和原理都是以质点的运动进行研究的．质点是研究物体平动时引进的理想模型．当研究物体的转动时就要引进一个新的理想模型——刚体．本章将研究刚体运动的力学规律，并且只着重讨论定轴转动这种简单情况．重要的物理概念有转动惯量和力矩、刚体的动能和角动量等．

§1.1　刚体的运动

一、刚体

刚体是固体物件的理想化模型．实际固体在受力作用时总是会发生或大或小的形状和体积的改变．如果在研究一个固体的运动时，这种形状和体积的改变可以忽略，我们就把这个固体当作刚体处理．也就是说，刚体是受力时不改变形状和体积的物体．

刚体可以看成由许多质点构成的特殊质点系，其中每一个质点称为刚体的一个质元．在外力作用下各质元之间的相对位置保持不变．这样，关于质点的运动定律就可以应用于刚体这一特殊的质点系，得出适合研究刚体运动的表达形式．

二、刚体的定轴转动

刚体的运动可以是平动、转动或两者的结合．如果刚体在运动中，连接刚体内两点的直线在空间的指向总保持平行，这样的运动就称为平动．在平动时，刚体内各质元的运动轨迹都一样，而且在同一时刻的速度和加速度都相等．因此，描述刚体的平动时，就可以用一个点的运动来代表，通常用刚体的质心的运动来代表整个刚体的平动．

刚体转动的最简单情况是定轴转动．在这种运动中各质元均作圆周运动，而且圆心都在一条固定不动的直线上，这条直线称为转轴．转动是刚体的基本运动形式之一．刚体的一般运动都可以认为是平动和绕某一转轴转动的结合．这里只讨论刚体的定轴转动．

刚体绕某一固定转轴转动时，各质元 Δm 的线速度、加速度一般是不同的（见图 1.1）．但由于各质元的相对位置保持不变，所以可以用一个共同的物理量来描述各质元的运动．正因为有这样的特点，描述刚体整体的运动时，用角量最为方便．

在刚体定轴转动时，观察离转轴的距离为 r 的质元 Δm，它以 r 为半径作圆周运动，若以 s 表示它从圆周某点 A 起的所经过弧长，则其角位置 φ 可以表示为

$$\varphi=\frac{s}{r}$$

φ 以弧度(rad)为量度. 可见刚体各质元在定轴转动中，虽然转动的弧度不尽相同，但角位置的改变却是相同的. 因此，可以引入描述各质元的角量，如角位移、角速度和角加速度，作为研究刚体整体运动的描述.

质元 Δm 随刚体转动作圆周运动(见图 1.2)，以 $\Delta\varphi$ 表示质元在 t 到 $t+\Delta t$ 时间内转过的角位移，则刚体的角速度为

$$\omega=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \tag{1.1}$$

刚体的角加速度为

$$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.2}$$

质元 Δm 的速率通常称为线速度，表示为

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

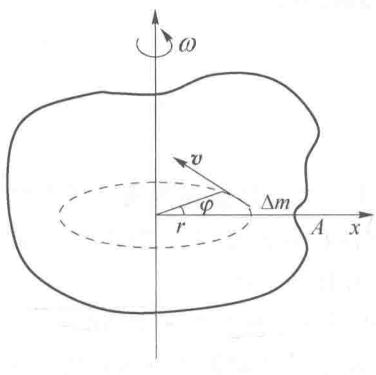

图 1.1 刚体的定轴转动

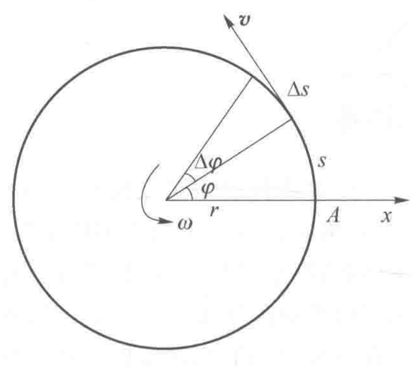

图 1.2 角速度与线速度

由于质元作圆周运动时 r 不随时间改变，$s=r\varphi$，所以质元线速度和刚体角速度的关系为

$$v=r\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}=r\omega \tag{1.3}$$

刚体定轴转动时，各质元的加速度可分解为两项，一项为切向加速度 a_t，另一项为向心加速度 a_n，它们与刚体角加速度和角速度的关系分别为

$$a_t=r\alpha \tag{1.4}$$

$$a_n=r\omega^2 \tag{1.5}$$

定轴转动的一种简单情况是匀加速转动. 在这一转动过程中，刚体的角加速度 α 保持不变. 以 ω_0 表示刚体在时刻 $t=0$ 时的角速度，以 ω 表示刚体在时刻 t 时的角速度，以 φ 表示刚体从 0 到 t 时刻这一段时间内的角位移，仿照匀加速直线运动公式的推导可得出匀加速转动的相应公式

$$\omega=\omega_0+\alpha t \tag{1.6}$$

$$\varphi=\omega_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2 \tag{1.7}$$

$$\omega^2-\omega_0^2=2\alpha\varphi \tag{1.8}$$

例 1.1　一条缆索绕过一定滑轮拉动一升降机(见图 1.3),滑轮半径 $r=0.5\ \mathrm{m}$,如果升降机从静止开始以加速度 $a=0.4\ \mathrm{m/s^2}$ 匀加速上升,求:(1) 滑轮的角加速度;(2) 开始上升后,$t=5\ \mathrm{s}$末滑轮的角速度;(3) 在这 5 s 内滑轮转过的圈数;(4) 开始上升后,$t'=1\ \mathrm{s}$ 末滑轮边缘上一点的加速度(假定缆索和滑轮之间不打滑).

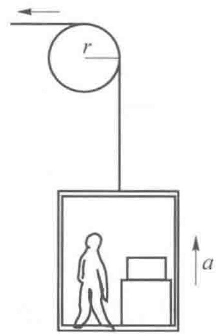

图 1.3　例 1.1 用图

解:(1) 由于升降机的加速度和轮缘上一点的切向加速度相等,根据式(1.4)可得滑轮的角加速度为

$$\alpha=\frac{a_t}{r}=\frac{a}{r}=\frac{0.4}{0.5}=0.8(\mathrm{rad/s^2})$$

(2) 利用匀加速转动公式(1.6),由于 $\omega_0=0$,所以 5 s 末滑轮的角速度为

$$\omega=\alpha t=0.8\times5=4(\mathrm{rad/s})$$

(3) 利用公式(1.7),得 5 s 滑轮转过的角度为

$$\varphi=\frac{1}{2}\alpha t^2=\frac{1}{2}\times0.8\times5^2=10(\mathrm{rad})$$

与此相应的圈数是$\dfrac{10}{2\pi}=1.6$(圈).

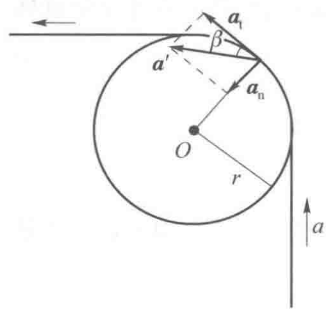

图 1.4　例 1.1 (4) 用图

(4) 参考图 1.4,已知 $a_t=a=0.4\ \mathrm{m/s^2}$,又由式(1.6) 得

$$\omega'=\alpha t'=0.8\times1=0.8(\mathrm{rad/s})$$

$$a_n=r\omega'^2=0.5\times0.8^2=0.32(\mathrm{m/s^2})$$

由此得轮缘上一点的加速度大小为

$$a'=\sqrt{a_n^2+a_t^2}=\sqrt{0.32^2+0.4^2}=0.51(\mathrm{m/s^2})$$

这个加速度的方向与轮缘切线方向的夹角为

$$\beta=\arctan\frac{a_n}{a_t}=\arctan\frac{0.32}{0.4}\approx38.7^\circ$$

§ 1.2　刚体转动的功和能

在刚体受外力作用转动的情况下,此外力对刚体所做的功仍然用该力和受力作用点处刚体质元发生位移的标量积来定义.以 $\boldsymbol{F}$ 表示作用在刚体 P 点的外力(见图 1.5),当物体绕固定轴 O(垂直于纸面)有一个很小的角位移 $\mathrm{d}\varphi$ 时,力 $\boldsymbol{F}$ 做的元功为

$$\mathrm{d}A=\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=F\cos\theta|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=F\cos\theta\mathrm{d}r$$

由于 $\boldsymbol{F}\cos\theta$ 是力 $\boldsymbol{F}$ 沿 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 方向的分量,因而垂直于 r 的方向,所以 $\boldsymbol{F}r\cos\theta$ 就是此力对于转轴的力矩 $\boldsymbol{M}$.因此该力做的元功可表示为

$$\mathrm{d}A=M\mathrm{d}\varphi \tag{1.9}$$

即外力对转动刚体所做的元功等于相应的力矩和角位移的乘积.

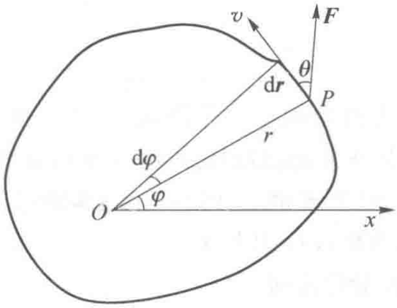

图 1.5 外力矩对刚体做的功

对于有限的角位移,力做的总功就可以用元功的积分求得

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M\mathrm{d}\varphi \tag{1.10}$$

上式常叫作力矩的功,是力做功在刚体转动中的表达形式.

动能定理是由牛顿第二定律导出的,当然也适用于刚体绕定轴转动情况. 如图 1.1 所示,当刚体以角速度 ω 转动时,其内部每一个质量为 Δm_i 的质元速度 $v_i = r_i\omega$,动能 $\Delta m_i\ v_i^2 = \Delta m_i r_i^2\omega^2$. 整个刚体绕定轴转动的动能就是所有质元的动能之和,即

$$E_\mathrm{k} = \sum_i \frac{1}{2}\Delta m_i r_i^2\omega^2 = \frac{1}{2}\Big(\sum_i \Delta m_i r_i^2\Big)\omega^2$$

定义

$$J = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \tag{1.11}$$

为刚体对转动轴的转动惯量,则其动能公式可写成

$$E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}J\omega^2 \tag{1.12}$$

由此看出,这个关于定轴转动的刚体的转动动能公式与质点的动能公式在形式上是相似的. 这里的转动惯量相当于质点的质量,角速度相当于质点的速度. 与此相应,可以证明定轴转动刚体的动能定理也与质点的动能定理有相似的表达形式,即

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M\mathrm{d}\varphi = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2 \tag{1.13}$$

作用在刚体上的外力 $\boldsymbol{F}$ 可以是合外力,因而力矩 $\boldsymbol{M}$ 也可以是合外力矩,因此公式(1.13)说明,合外力矩对一个绕固定轴转动的刚体所做的功等于它的转动动能的增量. 这称为刚体的定轴转动动能定理.

同样,对刚体也可以引入重力势能的概念. 对于一个体积不太大、质量为 m 的刚体,在重力场中,g 可视为常量,刚体的重力势能就是所有质元重力势能之和(见图 1.6),即

$$E_\mathrm{p} = \sum_i \Delta m_i g h_i = g\sum_i \Delta m_i h_i$$

设质心为 C,引入质心高度

$$h_\mathrm{C} = \frac{\sum_i \Delta m_i h_i}{m}$$

刚体的重力势能可表示为

$$E_p = mgh_C \tag{1.14}$$

这一结果说明，一个体积不太大的刚体的重力势能和它的全部质量集中在质心时的质点所具有的重力势能完全相等.

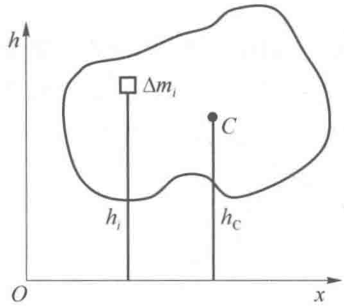

图 1.6　刚体的重力势能

对于包括有刚体的系统，如果在运动过程中只有保守内力做功，则该系统的机械能也是守恒的.

例 1.2　如图 1.7 所示，一个质量为 M、半径为 R 的定滑轮(当作均匀圆盘)上面绕有细绳. 绳的一端固定在滑轮边上，另一端垂挂一质量为 m 的物体. 忽略轴处摩擦，求物体 m 由静止下落 h 高度时的速度和此时滑轮的角速度.

解：以滑轮、物体和地球作为研究的系统. 在物体 m 下落的过程中，滑轮随同转动. 滑轮轴对滑轮的支持力(外力)不做功(因为无位移). 因此，对于所考虑的系统只有重力这一保守力做功，所以机械能守恒. 滑轮的重力势能不变，可以不考虑，取物体的初始位置为重力势能零点，则系统的初态的机械能为零，末态的机械能为

$$\frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 + mg(-h)$$

由机械能守恒得

$$\frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 - mgh = 0$$

将关系式 $J = \frac{1}{2}MR^2$，$\omega = \frac{v}{R}$ 代入上式，可求得物体下落高度 h 时物体的速度，即

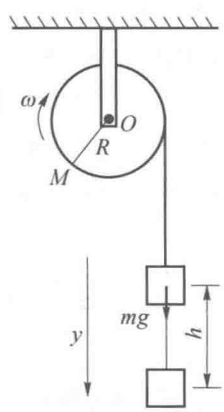

图 1.7　例 1.2 用图

$$v = \sqrt{\frac{4mgh}{2m+M}}$$

同样可求滑轮的角速度为

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{\sqrt{\dfrac{4mgh}{2m+M}}}{R}$$

§1.3 刚体定轴转动定律

由刚体定轴转动的动能定理可知，在外力矩作用下，绕固定轴转动的刚体动能要发生改变，说明这一过程中，刚体的角速度一定要发生变化，即存在角加速度. 这个角加速度与外力矩有什么样的关系呢？我们可以对刚体转动动能定理公式(1.13)求微分得出.

取式(1.13)的微分形式，有

$$M\mathrm{d}\varphi=\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}J\omega^2\right)=J\omega\mathrm{d}\omega$$

两边同时除以合外力矩的作用时间 $\mathrm{d}t$，得

$$M\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}=J\omega\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

由于角速度 $\omega=\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$，角加速度 $\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$，则由上式可得

$$M=J\alpha \tag{1.15}$$

此式表明，刚体所受的对于某一固定转轴的合外力矩等于刚体对此转轴的转动惯量与刚体在此合外力矩作用下所获得的角加速度的乘积. 力学角动量定理用于刚体定轴转动情况下的具体形式，叫作刚体定轴转动定律.

将刚体定轴转动定律公式 $M=J\alpha$ 和牛顿第二定律公式 $F=ma$ 加以对比，发现很具有启发意义. 前者的合外力矩相当于后者的合外力；前者的角加速度相当于后者的加速度；而刚体的转动惯量 J 则和质点的惯性质量 m 相对应. 可以说，转动惯量就是刚体在转动过程中表现出的惯性. 转动惯量这一词正是由此而命名的.

§1.4 转动惯量计算和定轴转动定律应用

应用刚体定轴转动的动能定理公式(1.13)，或应用刚体定轴转动定律公式(1.15)时，我们都需要先求出刚体对固定转轴的转动惯量. 按式(1.11)，转动惯量的定义式为

$$J=\sum_i \Delta m_i r_i^2$$

然而，对于质量连续分布的刚体，此求和计算应该用积分计算来代替，即

$$J=\int r^2\ \mathrm{d}m \tag{1.16}$$

式中 r 为刚体质元 $\mathrm{d}m$ 到转轴的垂直距离.

由上面两式可知，刚体对某转轴的转动惯量等于刚体中各质元的质量与它们各自离该转轴的垂直距离的平方的乘积的总和. 这说明，刚体对某转轴的转动惯量大小，不仅与刚体的总质量有关，而且还与质量相对于转轴的分布有关. 其关系可以概括为以下 3 点：

(1) 形状、大小相同的均匀刚体总质量越大，转动惯量越大；

(2) 总质量相同的刚体，质量分布离转轴越远，转动惯量越大；

(3) 同一刚体,转轴不同,质量对转轴的分布就不同,因而转动惯量就不同.

在国际单位制中,转动惯量的单位符号为 $kg \cdot m^2$. 下面举几个计算刚体转动惯量的例子.

例 1.3　求质量为 m、半径为 R 的均匀薄圆环的转动惯量,轴与圆环平面垂直并且通过其圆心.

解:如图 1.8 所示,环上各质元到轴的垂直距离都相等,而且等于 R,所以

$$J = \int R^2 \, dm = R^2 \int dm$$

后一积分的意义是环的总质量 m,所以有

$$J = mR^2$$

由于转动惯量是可加的,所以一个质量为 m、半径为 R 的薄圆筒对其轴的转动惯量也是 mR^2.

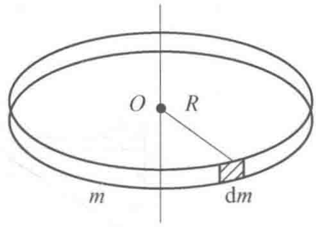

图 1.8　例 1.3 用图

例 1.4　求质量为 m、半径为 R、厚为 l 的均匀圆盘的转动惯量,轴与盘面垂直并通过盘心.

解:如图 1.9 所示,圆盘可以认为是由许多薄圆环组成. 取一半径为 r、宽度为 dr 的薄圆环. 它的转动惯量按例 1.3 计算出的结果为

$$dJ = r^2 \, dm$$

其中 dm 为薄圆环的质量. 以 ρ 表示圆盘的密度,则有

$$dm = \rho 2\pi r l dr$$

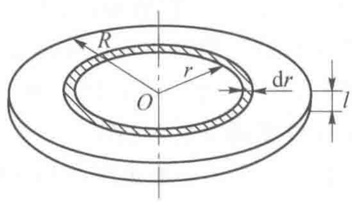

图 1.9　例 1.4 用图

代入上一式可得

$$dJ = 2\pi r^3 l \rho dr$$

因此

$$J = \int dJ = \int_0^R 2\pi r^3 l \rho dr = \frac{1}{2}\pi R^4 l \rho$$

由于

$$\rho = \frac{m}{\pi R^2 l}$$

所以

$$J = \frac{1}{2} mR^2 \tag{1.17}$$

此例中对 l 并不限制,所以一个质量为 m、半径为 R 的均匀实心圆柱对其轴的转动惯量也是 $\frac{1}{2}mR^2$.

例 1.5　求长度为 L、质量为 m 的细棒 AB 的转动惯量.

(1) 对于通过棒的一端与棒垂直的轴;

(2) 对于通过棒的中心与棒垂直的轴.

解:(1) 如图 1.10 所示,沿棒长方向取 x 轴,取任一长度元为 dx. 以 ρ_l 表示单位长度的质量,则这一长度元的质量为 $dm = \rho_l dx$. 对于在棒的一端的轴来说,

$$J_A = \int x^2 dm = \int_0^L x^2 \rho_l dx = \frac{1}{3}\rho_l L^3$$

将 $\rho_l = m/L$ 代入,可得

$$J_A = \frac{1}{3} mL^2 \tag{1.18}$$

(2) 对于通过棒的中点的轴来说，如图 1.10(b)所示，棒的转动惯量应为

$$J_O=\int x^2\mathrm{d}m=\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}x^2\rho_l\mathrm{d}x=\frac{1}{12}\rho_l L^3$$

以 $\rho_l=\dfrac{m}{L}$ 代入，可得

$$J_O=\frac{1}{12}mL^2 \tag{1.19}$$

图 1.10　例 1.5 用图

应用刚体定轴转动定律解决刚体定轴转动的力学问题，如同应用牛顿第二定律解决质点运动的力学问题一样重要. 由于式(1.15)是标量方程，所以要特别注意转动轴的位置和指向(一般以右手定则判断)，也要注意力矩、角速度的角加速度的正负. 下面举例应用.

例 1.6　一个飞轮的质量 $m=60$ kg，半径 $R=0.25$ m，正在以 $\omega_0=1\ 000$ r/min 的转速转动. 现在要制动飞轮(见图 1.11)，要求在 $t=5.0$ s 内使它均匀减速后停下来. 问：闸瓦对轮子的压力 N 有多大？假定闸瓦与飞轮之间的滑动摩擦系数 $\mu=0.8$，飞轮的质量可以看作全部均匀分布在轮的外周上.

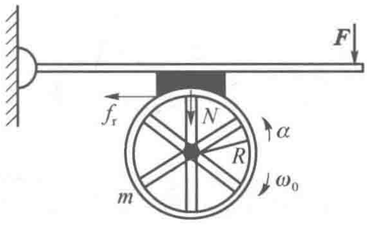

图 1.11　例 1.6 用图

解：飞轮在制动时一定有角加速度，这一角加速度 α 可以用下式求出.

$$\alpha=\frac{\omega-\omega_0}{t}$$

将 $\omega_0=1\ 000$ r/min $=104.7$ rad/s，$\omega=0$，$t=5$ s 代入上式可得

$$\alpha=\frac{0-104.7}{5}=-20.9(\mathrm{rad/s^2})$$

负值表示 α 与 ω_0 的方向相反，和减速转动相对应.

飞轮的这一负加速度是外力矩作用的结果，这一外力矩就是当用力 $\boldsymbol{F}$ 将闸瓦压紧到轮缘上时对轮缘产生的摩擦力的力矩，以 ω_0 方向为正，则此摩擦力矩应为负值. 以 f_r 表示摩擦力的数值，则它对轮的转动的力矩为

$$M=-f_rR=-\mu NR$$

根据刚体定轴转动定律 $M=J\alpha$，可得

$$-\mu NR = J\alpha$$

将 $J=mR^2$ 代入，可得

$$N = -\frac{mR\alpha}{\mu}$$

代入已知数值，可得

$$N = -\frac{60\times0.25\times(-20.9)}{0.8} = 392(\mathrm{N})$$

例 1.7　如图 1.12 所示，一个质量为 M、半径为 R 的定滑轮(当作均匀圆盘)上面绕有细绳. 绳的一端固定在滑轮边上，另一端挂一质量为 m 的物体而下垂. 忽略轴处摩擦，求物体 m 下落时的加速度.

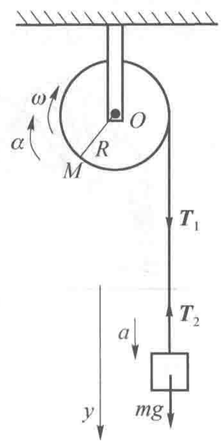

图 1.12　例 1.7 用图

解：图中两拉力 $\boldsymbol{T}_1$ 和 $\boldsymbol{T}_2$ 的大小相等，以 T 表示. 对定滑轮 M，由转动定律，对于轴 O，有

$$RT = J\alpha = \frac{1}{2}MR^2\alpha$$

对物体 m，由牛顿第二定律，沿 y 方向，有

$$mg - T = ma$$

滑轮和物体的运动学关系为

$$a = R\alpha$$

联立解以上三式，可得物体下落的加速度为

$$a = \frac{m}{m+\frac{M}{2}}g$$

§1.5　刚体的角动量

在前几节中，我们研究刚体定轴转动时引入了角位置、角速度和角加速度这些角量，并且看出其描述和解决刚体转动所带来的简便和实用. 本节我们将引入另一个描述刚体转动的重要角量——角动量.

与质点运动的动量概念对应，我们把刚体内各质元的动量 Δmv 乘以它到转轴的距离 r，叫作该质元相对于转轴的角动量. 那么，刚体定轴转动的总角动量为

$$L = \sum_i \Delta m_i r_i v_i = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \omega = (\sum_i \Delta m_i r_i^2)\omega$$

式中 $\sum \Delta m_i r_i^2$ 正是刚体对定轴的转动惯量 J，所以，刚体定轴转动角动量为

$$L = J\omega \tag{1.20}$$

在国际单位制中，角动量的单位符号为 kg · m²/s，名称是千克二次方米每秒. 利用角动量的这一表达式，刚体定轴转动定律重新表示为

$$M = J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(J\omega)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} \tag{1.21}$$

两边乘以力矩的作用时间 $\mathrm{d}t$，得