

空间结构系列丛书

结构屈曲分析 理论和方法

钱若军 袁行飞 谭元莉

STRUCTURAL BUCKLING THEORY AND METHOD

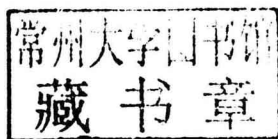


东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

空间结构系列丛书

结构屈曲分析理论和方法

钱若军 袁行飞 谭元莉



东南大学出版社

内 容 提 要

本书共分为三部分,第一部分主要介绍屈曲理论的发展历史、稳定和屈曲的定义及基本概念,结构屈曲的条件和特征,屈曲分析的基本理论、内容以及屈曲分析的一般方法;第二部分主要讨论基本构件如杆、拱、环、梁-柱、板壳及薄壁杆屈曲分析的经典理论和方法以及临界荷载的计算,还讨论了结构的动力屈曲和弹塑性屈曲问题;第三部分主要讨论结构屈曲分析的有限元法、非线性有限元方程和屈曲位移的计算理论和方法。

本书可供结构、桥梁、水工、海工、航天航空、车辆结构等工程技术人员、设计人员和研究人员参考,也可作为大学本科和研究生的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

结构屈曲分析理论和方法/钱若军,袁行飞,谭元莉著.

—南京:东南大学出版社,2018.6

(空间结构系列丛书)

ISBN 978-7-5641-7492-7

I. ①结… II. ①钱…②袁…③谭… III. ①空间结构—
屈曲—研究 IV. ①TU399

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 289324 号

结构屈曲分析理论和方法

出版人:江建中

出版发行:东南大学出版社

社 址:江苏省南京市四牌楼2号 210096

网 址:<http://www.seupress.com>

经 销:全国各地新华书店

印 刷:虎彩印艺股份有限公司

排 版:江苏凤凰制版有限公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:27.25

字 数:698千字

版 印 次:2018年6月第1版 2018年6月第1次印刷

书 号:ISBN 978-7-5641-7492-7

定 价:88.00元

凡因印装质量问题,可直接向营销部调换。电话:025-83791830

前 言

自 1744 年 Euler 发表了关于柱子稳定理论的研究以来,各国学者对结构屈曲的研究一直持续至今,尤其是 20 世纪以来 Von Karman 和钱学森、柯依托等著名学者获得了对结构屈曲理论研究具有里程碑式的成果,与此同时,很多学者对杆、拱、环、梁-柱、板壳及薄壁杆的屈曲和结构的动力屈曲、弹塑性屈曲进行了大量的研究,在这些研究成果的基础上, Timoshenko、K. Huseyin、Z. P. Bazant、Farshad、Alexander、Brush、毕尔格麦斯特、齐格勒等归纳总结了结构屈曲理论,以及杆件和结构屈曲分析的一般过程及临界荷载的计算,并撰写和发表了专著。这些专著各有所侧重,所涉及的理论和方法在一个相当长的科学发展阶段中经久不衰,因此在本书中将予以介绍和引述。此外,国内很多学者及研究生也先后发表了大量的见解卓越、观点精辟的优秀论文和专著。

本书共分为三部分。第一部分主要介绍屈曲理论的发展历史,稳定和屈曲的定义及基本概念,结构屈曲的条件和特征,屈曲分析的基本理论、内容以及屈曲分析的一般方法;第二部分主要讨论基本构件如杆、拱、环、梁-柱、板壳及薄壁杆屈曲分析的经典理论和方法以及临界荷载的计算,还讨论了结构的动力屈曲和弹塑性屈曲问题;第三部分主要讨论结构屈曲分析的有限元法、非线性有限元方程和屈曲位移的计算理论和方法。书中第 1~3 章分别介绍结构失稳和屈曲的基本概念、结构屈曲分析的理论基础和单参数系统弹性屈曲理论的研究,系统地阐述了结构屈曲中的理论研究成果,这些成果成为结构屈曲分析需要遵循的基本原理,同时也在理论上解释了结构的屈曲行为。第 4~9 章分别介绍了压杆、圆环和拱、框架、板、壳和薄壁梁的屈曲分析一般过程及临界荷载计算,详尽地讨论了基本方程的建立、解函数的选择和确定、屈曲准则的引入和临界荷载的表示。这些传统理论和方法的反复阐述不仅有利于加深屈曲概念的理解,也有助于采用有限元法进行屈曲分析时屈曲理论的实施。这些章节中所给出的临界荷载计算公式很多已成为结构屈曲理论中的经典公式,至今仍广泛地用于结构设计。第 10~11 章分别介绍结构动力屈曲分析和弹塑性屈曲分析的基本理论,这些理论是具体深入地对结构系统进行动力分析或弹塑性分析的基础。第 12 章讨论了多参数系统屈曲分析的理论基础。由于至今所涉及的屈曲分析理论只限于单参数系统,但在实际情况中结构都存在多荷载参数,要真正彻底解决结构极限承载力问题,必须首先建立多参数系统的屈曲分析理论,在这里引入了多参数系统屈曲分析的基本概念和基本方法。第 13 章介绍单参数系统屈曲分析的有限单元法。结构屈曲分析的有限单元法是各国学者自 20 世纪 70 年代以来研究结构非线性有限元法中的一个重要部分,期间提出了基于比例加载的自动增量过程,给出了基于经典的稳定准则,确定临界荷载的计算方法,而今结构屈曲的有限元法已成为结构系统屈曲分析的主要方法。第 14 章讨论了空间梁-柱和板壳基于变形分析的有限单元法,具体地研究了变形理论和复杂应力状态、小变形或大变形假定时梁-柱和板壳的数学模型,以此得到较传统理论更为精确的基本方程。这些分析模型可适用于前述各种基本杆件和结构的屈曲分析,尤其可用于复杂应力状态下结构系统的屈曲分析。第 15 章简要地讨论了空间杆系的非线性有限元法,给出了保留位移三阶项的空间杆系非线性有限元基本方程。第 16 章讨论了屈曲位移分析理论。之前所有关于屈曲分析的理论基本上都局限于结构的稳定分析,而不是不稳定分析,仅在一些

研究中对一些简单结构讨论了临界点后的分叉路径,作为对后平衡路线或后屈曲路线中屈曲行为的探讨。而采用几何位移分析理论可计算结构发生屈曲的过程,以及屈曲后结构处于另一个平衡状态的几何,因此可用于分析结构屈曲后的强度问题或结构系统中某些局部屈曲的发生及其传递,从而跟踪结构系统因屈曲发生破坏的过程。第 17 章是后记,讨论了结构屈曲理论实际上是结构理论的局限性以及展望。

结构屈曲理论已进行了近三百年的研究,近一百年来的研究虽然已取得丰硕的成果,但依旧存在不同的理论系统和概念,因此基于不同理论和概念建立的结构屈曲行为数学模型可能形式相似但概念迥异,对此,本书既照顾到传统性,又设立专门章节进行总结和回顾,阐明作者关于结构屈曲行为不同于结构静力行为的观点。

在经典理论中,认为结构屈曲是在平衡的临界状态处发生结构的平衡转移,使结构从处于正应力状态转到弯曲应力状态。将结构因屈曲而发生的运动问题转化为求解结构包含荷载项 P 的弯曲方程,于是,将结构的不稳定分析依然归纳为稳定分析,这是经典理论中屈曲分析的原理和方法。

屈曲可以定义为当结构处于平衡的临界状态时,任意微小的面内荷载 P 都会使结构在平面外产生很大的位移,即 $\delta P=0, w \rightarrow \infty$,其中 w 表示平面外的位移。于是可在平衡的临界状态根据力的平衡原理或能量原理建立结构的弯曲微分方程。根据边界条件得到方程的解函数,通常解函数取三角级数或多项式。引入上述屈曲准则,分析解函数得到发生 $w \rightarrow \infty$ 时包含 P 的超越方程或齐次线性方程组,求解可得结构最小的临界荷载 P_{cr} 。

虽然经典理论有一定的局限性,它必须针对某一个特定问题建立控制方程,才能求得临界荷载,但是对解函数进行解析讨论可研究结构的屈曲行为,从而对所求解的结构的屈曲概念和行为有了定性的了解,这表明对结构屈曲经典理论进行研究是重要和必要的。事实上一百多年来已对应用中的各种特定结构的临界荷载进行了大量研究,为复杂结构体系的临界荷载和极限承载力的数值方法提供了理论支撑。

但是,本书仅限于结构屈曲分析所需要的基本知识系统,更为系统、详尽和深入的内容可参照有关专著。

本书涉及的内容中,作者比较侧重于提取具有一般性的规律。对于在屈曲理论发展过程中所涉及的其他问题没有一一提及,因为作为结构屈曲的系统理论,这些都应作专门的讨论,并且随着所求解问题日趋复杂和精细及规模越来越大,相应的理论和方法都在不断地推进。

本书可供结构、桥梁、水工、海工、航天航空、车辆结构等工程技术人员、设计人员和研究人员参考,也可作为大学本科和研究生的教学参考书。

本书在撰写过程中还得到了同仁和同学的大量帮助,在此谨表谢忱。由于作者的水平有限,谬误之处在所难免,敬请读者批评指正。

钱若军 袁行飞 谭元莉
2015 年春于上海 枝经堂

目 录

1 结构失稳和屈曲的基本概念	1	2.2.3 稳定分析的瑞利-里兹法基础	19
1.1 结构稳定分析简史	1	2.3 系统的平衡方程和方程稳定性判别的能量准则	20
1.2 失稳现象	3	2.3.1 广义位移、荷载参数和缺损因子	20
1.3 失稳和屈曲的定义	4	2.3.2 平衡方程和稳定性判别	21
1.3.1 失稳的描述	4	2.3.3 势能函数的研究	21
1.3.2 失稳、屈曲的定义	4	2.3.4 拉格朗日-狄利克雷定理和李雅普诺夫定理	23
1.3.2.1 辽伯诺夫(Lyapunov)和柯依托的失稳定义	5	2.3.4.1 拉格朗日-狄利克雷定理	23
1.3.2.2 法夏特(Farshad)的失稳定义	6	2.3.4.2 李雅普诺夫定理	23
1.3.2.3 基于静力学理论的失稳定义	7	2.3.5 动力系统的稳定准则	23
1.3.2.4 一般的失稳定义	7	2.3.5.1 庞加莱和李雅普诺夫定理	24
1.3.2.5 结构屈曲的定义	8	2.3.5.2 赫维茨定理	25
1.3.3 广义失稳问题	8	2.4 单参数系统	26
1.4 结构屈曲的机理	8	2.4.1 不考虑初始缺损的单参数系统	26
1.5 结构屈曲的特征、条件和传递	9	2.4.2 考虑初始缺损的单参数系统	27
1.5.1 结构屈曲的特征	9	2.4.2.1 单参数系统中初始缺损的表示	27
1.5.2 结构屈曲的条件	12	2.4.2.2 考虑初始缺损的单参数系统的基本方程	32
1.5.3 结构屈曲的传递	12	2.5 势能函数的构造	33
1.6 初始缺损形式	13	2.6 采用有限单元法结构稳定性判别	34
1.6.1 缺损的形式	13	2.7 多参数系统的势能函数	35
1.6.2 理想结构和缺损结构	14	2.8 能量法示例	36
1.7 系统的分类	15	2.8.1 轴向荷载作用下的铰接梁-柱	36
1.8 屈曲分析的理论构架和方法	15	2.8.2 竖向均布荷载作用下的垂直	
1.9 整体屈曲和局部屈曲	16		
2 结构屈曲分析的理论基础	17		
2.1 概述	17		
2.2 屈曲分析的能量法和变分法基础	17		
2.2.1 加权余量法基础	18		
2.2.2 弹性系统稳定性分析中的能量观点	18		

悬臂柱	37	3.3.2 柯依托的 $\frac{1}{2}$ -幂和 $\frac{2}{3}$ -幂	
2.8.3 阶形柱	38	法则的普遍正确性	60
2.8.4 均布荷载作用下的梁-柱		3.3.3 屈曲模态的耦合作用	63
.....	39	3.3.4 柯依托缺损敏感性准则	68
2.9 保守力和非保守力	40	3.4 单参数系统的平衡图形和屈曲	
2.9.1 保守力(Conservative Force)		类型研究	69
.....	40	3.4.1 概述	69
2.9.2 非保守力	42	3.4.2 柯依托的研究	70
2.10 非弹性结构屈曲分析的热力学		3.4.3 Huseyin 的研究	70
准则	42	3.4.4 Farshad 的研究	71
2.10.1 热力学第一和第二定律		3.4.5 Bažant 的研究	73
.....	43	3.4.6 单参数系统的平衡图形	74
2.10.2 结构弹塑性屈曲分析的等效		3.4.7 极值点屈曲	74
过程	44	3.4.8 跳跃屈曲和突然破坏	75
2.10.3 总能量 U 和赫尔姆霍兹		3.4.9 方程的线性化和多值问题的	
自由能	45	蜕化	77
2.10.4 F 或 U 的二阶变分	47	3.4.10 邻近临界点的性状	80
2.10.5 切线刚度矩阵 K_T 、 K_S	49	3.5 壳体经典临界荷载的缩减因子	
2.10.6 势能增量关于平衡路径的		83
依赖性	49	3.5.1 圆柱壳	84
2.10.7 应力的二阶功和几何刚度		3.5.2 球壳	85
.....	50	3.5.3 下临界荷载的下降和高缺损	
2.10.8 平衡稳定的判定准则	51	敏感度的物理根源	85
2.10.8.1 承受恒载的系统的稳定		3.6 突变理论和对称破坏研究	86
判定准则	51	3.7 动力和颤动屈曲	91
2.10.8.2 可变荷载	52	3.8 结构屈曲类型的总结	94
2.10.8.3 稳定的临界状态	52	3.8.1 平衡分叉屈曲	94
2.10.8.4 吉布斯自由能和焓	52	3.8.2 极值点平衡屈曲	95
2.10.8.5 基于余功的稳定准则		3.8.3 动态和颤振屈曲	95
.....	53	3.9 屈曲理论研究的总结和回顾	95
2.10.8.6 单个荷载或单个控制位移		4 压杆的屈曲分析及临界荷载	99
结构的稳定	54	4.1 轴心受压杆的线性屈曲分析理论	
2.10.9 基于热力学定律系统平衡		99
稳定性判别的小结	55	4.1.1 轴向压力作用下压杆的	
3 单参数系统弹性屈曲理论的研究	57	屈曲分析的基本微分方程	
3.1 概述	57	99
3.2 冯·卡门和钱学森的研究	57	4.1.2 两端铰接轴心受压杆的线性	
3.3 柯依托理论	58	临界荷载	100
3.3.1 概述	58	4.1.3 一端固定一端自由的轴心	

受压杆的线性临界荷载	101	115
4.1.4 一端固定一端铰接轴心受压杆的线性临界荷载	101	115
4.1.5 两端固定轴心受压杆的线性临界荷载	102	116
4.1.6 弹性约束下的轴心受压杆的线性临界荷载	103	116
4.2 偏心受压杆的线性屈曲分析理论	103	117
4.2.1 偏心受压杆屈曲分析的基本方程	103	117
4.2.2 偏心受压杆的线性临界荷载	104	117
4.3 两端铰接轴心受压杆按大挠度理论的屈曲分析	105	118
4.3.1 按大挠度理论的压杆屈曲分析的基本微分方程	105	119
4.3.2 按大挠度理论的压杆临界荷载	106	119
4.3.3 压杆屈曲的特点	109	120
4.4 轴心受压杆的非弹性屈曲分析理论	109	121
4.4.1 概述	109	121
4.4.2 用切线模量法来计算轴心受压杆的非弹性临界荷载	109	122
4.4.3 用折算模量法来计算轴心受压杆的非弹性临界荷载	110	123
5 圆环和拱临界荷载的计算	111	124
5.1 圆环的非线性屈曲分析理论	111	124
5.1.1 圆环的几何关系	111	125
5.1.2 圆环的物理关系	113	127
5.1.3 圆环的势能函数和非线性平衡方程	113	127
5.1.3.1 外荷载的形式	113	128
5.1.3.2 圆环的势能函数	114	128
5.1.3.3 圆环的非线性微分方程	114	128
5.2 圆形曲杆的线性屈曲分析理论	115	128
5.2.1 圆环屈曲分析的控制方程	115	128
5.2.1.1 圆环的几何关系	115	128
5.2.1.2 圆环的物理方程	116	128
5.2.1.3 径向集中压力作用下圆环的基本微分方程	116	128
5.2.1.4 长圆管的基本微分方程	117	128
5.2.2 薄圆环微分方程的三角级数解	117	128
5.2.2.1 圆环的径向位移和切向位移	117	128
5.2.2.2 径向集中压力作用下圆环的位移函数	118	128
5.2.2.3 静水压力作用下圆环的位移函数	119	128
5.2.2.4 曲杆的位移函数	119	128
5.2.3 考虑弯曲影响的圆环线性临界荷载	120	128
5.2.4 均布荷载作用下圆环及长圆管的线性临界荷载	121	128
5.2.4.1 均布荷载作用下圆环的线性临界荷载	121	128
5.2.4.2 长圆管的线性临界荷载	122	128
5.2.5 均布荷载作用下有初始缺损圆管的临界荷载	123	128
5.2.6 圆形曲杆的侧向屈曲分析	124	128
5.2.6.1 圆形曲杆的侧向屈曲	124	128
5.2.6.2 力偶作用下圆形曲杆的线性临界弯矩	125	128
5.2.6.3 均布径向荷载作用下圆形曲杆的线性临界荷载	127	128
5.3 拱的线性屈曲理论	128	128
5.3.1 均布径向荷载作用下圆拱的线性临界荷载	128	128
5.3.1.1 两端铰接拱线性临界荷载	128	128

.....	128	6.4 后临界性能	146
5.3.1.2 两端固定拱的线性临界荷载	129	6.4.1 桁架的屈曲分析及高阶效应的考虑	146
5.3.1.3 两端铰接三铰拱和两端固定单铰拱的线性临界荷载	130	6.4.1.1 超静定桁架的屈曲分析	146
5.3.1.4 变截面圆拱的线性临界荷载	130	6.4.1.2 高阶效应的考虑	147
5.3.2 其他拓扑形式拱的线性临界荷载	131	6.4.2 框架的后临界性能	147
5.3.2.1 抛物线形拱的线性临界荷载	131	6.4.2.1 Koiter - Roorda L 型框架	147
5.3.2.2 悬链线形拱的临界荷载	132	6.4.2.2 L 型框架的二阶临界荷载	149
5.3.3 扁平拱的跳跃失稳临界荷载	133	6.4.2.3 L 型框架的缺损敏感性	150
5.3.4 拱的初始缺损影响和拱的计算长度	135	6.4.2.4 高阶效应的考虑	151
6 框架的屈曲分析及临界荷载	137	7 板的屈曲分析及临界荷载	153
6.1 梁-柱的稳定函数及转角位移方程	137	7.1 薄板的非线性屈曲分析理论	153
6.1.1 存在角位移梁-柱的稳定函数及转角位移方程	137	7.1.1 板的内力	153
6.1.2 同时存在角位移和横向线位移的梁-柱的转角位移方程	139	7.1.2 板的几何关系	153
6.2 简单框架的线性临界荷载	140	7.1.3 板的物理关系	155
6.2.1 刚接框架的线性临界荷载	140	7.1.4 平衡法建立板的控制方程	155
6.2.1.1 无侧移刚接框架的线性临界荷载	140	7.1.5 能量法建立板的控制方程	156
6.2.1.2 有侧移刚接框架的线性临界荷载	141	7.2 板的线性屈曲分析理论	157
6.2.2 铰支框架的线性临界荷载	142	7.2.1 平衡法建立板的控制方程	157
6.2.2.1 无侧移铰支框架的线性临界荷载	142	7.2.1.1 纯弯曲薄板的内力表达式	157
6.2.2.2 有侧移铰支框架的线性临界荷载	143	7.2.1.2 横向分布荷载作用下板的控制方程	160
6.3 双肢格构柱的线性临界荷载	144	7.2.1.3 弯曲与拉压复杂荷载作用下薄板的控制方程	162
		7.2.1.4 具有微小初弯曲的板的控制方程	163
		7.2.2 能量法建立板的控制方程	163
		7.2.2.1 纯弯曲板的应变能	163
		7.2.2.2 横向分布荷载作用下板的应变能	164
		7.2.2.3 弯曲与拉压复杂荷载作用	

下板的应变能表达式	164	性临界荷载	176
7.2.2.4 板的控制方程	165	7.3.3.1 单向受压矩形板的线性 临界荷载	176
7.2.2.5 板的线性临界荷载的求解 方法	166	7.3.3.2 双向受压矩形板的线性 临界荷载	177
7.3 不同边界条件下受面内荷载作用 矩形板的线性临界荷载	167	7.4 不同荷载作用下矩形板的线性 临界荷载	177
7.3.1 两边简支其余两边不同支承 的矩形板的线性临界荷载	167	7.4.1 集中力作用下矩形板的线性 临界荷载	177
7.3.1.1 三边简支一边自由受单向 面内荷载作用的板的线性 临界荷载	167	7.4.2 弯压共同作用下矩形板的线 性临界荷载	178
7.3.1.2 两边简支一边固定一边 自由受单向面内荷载作 用的板的线性临界荷载	168	7.4.3 剪力作用下矩形板的线性 临界荷载	181
7.3.1.3 两边简支一边弹性一边 自由受单向面内荷载作 用的板的线性临界荷载	169	7.5 其他形状板的线性临界荷载	184
7.3.1.4 两边简支两边固定受单 向面内荷载作用的板的 线性临界荷载	170	7.5.1 圆板的线性临界荷载	184
7.3.1.5 两边简支两边弹性,压力 作用在简支边的矩形板 的线性临界荷载	170	7.5.1.1 固定边圆板的线性临界 荷载	184
7.3.1.6 两边简支一边弹性一边 固定,压力作用在简支边 的矩形板的线性临界荷载	172	7.5.1.2 简支边圆板的线性临界 荷载	184
7.3.1.7 两边简支两边自由,压力 作用在自由边的矩形板的 线性临界荷载	172	7.5.2 固定支承平行四边形板的 线性临界荷载	185
7.3.2 四边简支受压矩形板的线性 临界荷载	174	7.5.2.1 固定支承单向受压平行 四边形板的线性临界荷载	185
7.3.2.1 单向受压矩形板的线性 临界荷载	174	7.5.2.2 固定支承受纯剪作用的平行 四边形的线性临界荷载	186
7.3.2.2 双向受压矩形板的线性 临界荷载	175	7.5.3 周边简支受面内均布压力 三角形板的线性临界荷载	186
7.3.3 四边固定受压矩形板的线 性临界荷载	176	7.6 加劲肋板的线性临界荷载	186
		7.6.1 简支纵向加劲矩形板的线 性临界荷载	186
		7.6.2 简支横向加劲矩形板的线 性临界荷载	190
		7.6.3 简支承受剪切横向加劲矩 形板的线性临界荷载	191
		7.7 Von Karman - Foppl 板的屈曲 分析理论及超临界储备	192
		7.7.1 Von karman - Foppl 微分	

方程	192	壳的线性临界荷载	218
7.7.2 能量法求解板的临界荷载	193	8.3.3.2 弯曲与横向压力复杂荷载作用下圆柱形壳的线性临界荷载	219
7.7.3 屈曲板的极限荷载	196	8.3.4 轴向压力与均匀横向压力共同作用下圆柱壳的屈曲	219
8 壳的屈曲分析及临界荷载	198	8.3.5 剪力作用下的圆柱壳	221
8.1 球壳屈曲分析的基本理论	198	8.3.5.1 剪力及剪力与轴向力复杂荷载作用下薄壳的线性临界荷载	221
8.1.1 球壳的基本微分方程	198	8.3.5.2 扭转作用下的圆柱形壳的线性临界荷载	222
8.1.2 球壳的屈曲分析	199	8.4 旋转壳的屈曲分析理论	226
8.1.3 球壳屈曲分析的基本方程	200	8.4.1 圆锥壳的线性临界荷载	226
8.2 圆柱形壳的屈曲分析理论	203	8.4.2 球壳的屈曲分析理论	227
8.2.1 圆柱形壳的非线性屈曲分析理论	204	8.4.2.1 球壳的几何关系和物理关系	227
8.2.1.1 壳元的几何关系	204	8.4.2.2 受均布压力作用的球壳的线性临界荷载	228
8.2.1.2 壳元的本构关系	205	8.4.2.3 受集中力作用的球壳的线性临界荷载	230
8.2.1.3 壳元的控制方程	206	8.5 双曲抛物面壳的屈曲分析理论	230
8.2.2 圆柱形壳的线性屈曲分析理论	207	8.5.1 双曲抛物面壳的结构特性	230
8.2.2.1 壳元的变形状态与内力状态	207	8.5.2 双曲抛物面壳的线性临界荷载	231
8.2.2.2 壳元的屈曲方程	208	8.6 基于连续化假定的网壳结构稳定分析	232
8.3 圆柱形壳的线性临界荷载	209	8.6.1 球面网壳的临界荷载	232
8.3.1 轴向压力作用下的圆柱形壳	209	8.6.1.1 球面网壳等效刚度的计算	232
8.3.1.1 曲面薄板的线性临界应力	209	8.6.1.2 正三角形网格的球壳线性临界荷载的计算	233
8.3.1.2 圆柱形壳的线性临界应力	210	8.6.1.3 具有正三角形网格球面网壳上、下临界荷载及缩减因子	234
8.3.1.3 加劲圆柱壳的线性临界荷载	212	8.6.2 圆柱面网壳临界荷载的计算	235
8.3.2 横向压力作用下的圆柱形壳	215		
8.3.2.1 圆柱壳的线性临界荷载	215		
8.3.2.2 夹层圆柱形壳的线性临界环向力	217		
8.3.3 弯曲与横向压力复杂荷载作用下圆柱形壳的线性临界荷载	218		
8.3.3.1 纯弯曲状态下圆柱形			

9 薄壁梁的屈曲分析及临界荷载	238	10.1.1 杆件体系的运动方程	259
9.1 概述	238	10.1.2 柱的临界荷载	259
9.1.1 薄壁杆件的基本理论	238	10.1.3 荷载与固有频率的关系	261
9.1.1.1 圣维南扭转(St. Venant Torsion)	238	10.1.4 阻尼对临界荷载的影响	262
9.1.1.2 约束扭转基本理论和基本假定	238	10.2 保守与非保守系统的颤振	262
9.1.2 薄壁梁分析的基本假定和一般过程	239	10.2.1 概述	262
9.2 薄壁梁-柱的势能函数和微分方程	240	10.2.1.1 概述	262
9.2.1 薄壁梁-柱的变形分析	240	10.2.1.2 颤振	263
9.2.2 薄壁梁-柱的应变	241	10.2.2 随动荷载作用下的悬臂柱	263
9.2.3 薄壁梁-柱的势能函数	242	10.2.2.1 随动荷载作用下悬臂柱的运动方程	263
9.2.4 微分方程和边界条件	244	10.2.2.2 悬臂柱的振荡失稳及其临界荷载	265
9.3 薄壁压杆的轴向扭转屈曲及临界荷载	244	10.2.3 Beck 柱	266
9.4 薄壁梁和薄壁拱的侧向屈曲及临界荷载	246	10.2.4 空气动力作用下弹性支承刚性板的颤振	267
9.4.1 薄壁梁的侧向屈曲	246	10.2.5 空气动力作用下悬索桥的颤振	269
9.4.1.1 等截面简支梁	246	10.3 脉动荷载和参数共振	270
9.4.1.2 两端固定梁	248	10.3.1 轴向脉动荷载作用下铰接柱的振动	270
9.4.1.3 跨中荷载	248	10.3.2 无阻尼振动	271
9.4.2 薄壁拱的侧向屈曲	249	10.3.3 有阻尼振动	273
9.5 任意开口截面梁	249	10.3.4 参数共振的简单能量分析	273
9.5.1 开口截面薄壁梁的位移分析	249	10.4 转动圆盘的动力荷载	275
9.5.2 应力和双力矩	251	10.4.1 科氏力	275
9.5.3 薄壁梁的势能和微分方程	252	10.4.2 转动圆盘的动力荷载及其效应	275
9.5.4 单轴截面薄壁梁的临界荷载	254	10.5 动力的分类	277
9.6 箱形梁的屈曲分析	255	10.6 系统的非线性振动和混沌	278
9.6.1 箱形梁中任意一点的位移	255	10.6.1 混沌的基本概念	278
9.6.2 箱形梁的势能函数	256	10.6.2 系统的非线性振动	278
9.6.3 简支箱形梁的微分方程及临界外力矩	257	11 结构的弹塑性屈曲分析	283
10 结构动力屈曲分析	259	11.1 概述	283
10.1 刚架的振动	259	11.1.1 弹塑性分析的理论基础	283

11.1.2	结构塑性分析的全量和增量理论及修正	283	12.3.1.1	特殊临界点附近的平衡面	317
11.1.3	柱弹塑性屈曲分析进展	285	12.3.1.2	非对称特殊临界点附近的稳定边界	318
11.2	理想柱或结构以及 Shanley 分枝模型	285	12.3.1.3	基本面和后临界曲面稳定性的讨论	319
11.2.1	理想柱弹塑性屈曲分析一般概念	285	12.3.2	对称系统的特殊临界点	320
11.2.2	模量当量	286	12.3.2.1	对称系统特殊临界点附近的平衡面	320
11.2.3	Shanley 切线模量理论	288	12.3.2.2	对称特殊临界点附近的稳定边界	322
11.2.4	分枝屈曲后荷载-侧向变形曲线	290	12.3.2.3	基本面和后临界曲面稳定性的讨论	322
11.3	缺损柱和结构	293	12.4	多参数系统屈曲分析的一般过程	323
11.3.1	Shanley 柱	294	13	单参数系统屈曲分析的有限单元法	325
11.3.2	缺损柱的近似解	295	13.1	概述	325
11.3.3	残余应力的影响	296	13.2	结构的有限元基本方程	325
11.4	Shanley 柱的弹塑性分析	297	13.2.1	势能函数的构造	325
11.4.1	Shanley 的弹塑性柱	297	13.2.2	几何方程和广义位移	326
11.4.2	加载-卸载及平衡路径	297	13.2.3	结构的有限元基本方程	327
11.4.3	二阶功	299	13.2.4	结构的刚度矩阵	327
11.4.4	弹塑性柱的临界荷载	300	13.2.5	几何缺损的描述和表示	327
11.4.5	弹塑性柱的稳定平衡状态和路径	302	13.2.6	结构屈曲分析的有限元方程	329
11.4.6	结构非弹性屈曲分析中的热力学方法	303	13.3	非线性有限元方程的解法及平衡图形	330
11.4.7	小结	303	13.3.1	荷载增量法	330
12	多参数系统屈曲分析理论研究	305	13.3.1.1	荷载增量法基本概念	330
12.1	概述	305	13.3.1.2	荷载增量法的一般过程	331
12.2	多参数系统的一般临界点	306	13.3.1.3	自动增量过程	332
12.2.1	一般临界点附近的平衡面	306	13.3.2	线性临界荷载	332
12.2.2	一般临界点附近的稳定边界	309	13.3.3	多重临界点	333
12.2.3	一般临界点附近稳定的临界区和存在边界	310	13.3.4	屈曲模态的计算	333
12.2.4	单自由度系统的一般临界点和单值临界点	313			
12.2.5	平衡面稳定性的讨论	315			
12.3	多参数系统的特殊临界点	317			
12.3.1	非对称特殊临界点	317			

13.4 平衡路线跟踪算法	334	临界状态	359
13.4.1 位移控制法	334	13.10.1.2 具有非对称刚度的结 构的临界状态	360
13.4.2 弧长法	334	13.10.2 临界状态的对称和反对 称分叉	361
13.4.3 自动增量荷载过程	334	13.10.3 分枝平衡路径的唯一性 及 Hill 的分叉准则	361
13.4.4 能量平衡技术	338	13.10.3.1 分枝平衡路径的唯一性	361
13.4.5 当前刚度参数法	339	13.10.3.2 非弹性结构分叉和 Hill 的分叉准则	362
13.4.6 软化曲线法	342	14 空间梁-柱和板壳基于变形分析的 有限单元法	364
13.5 临界点和系统屈曲的判断准则和 方法	345	14.1 概述	364
13.5.1 概述	345	14.2 空间梁-柱的变形叠加	364
13.5.2 判断因子以及临界点的判断 准则	346	14.2.1 空间梁-柱中任意一点的变形	364
13.5.3 系统屈曲的判断准则和方法	348	14.2.2 空间梁-柱中任意一点的应变	365
13.6 用有限单元法进行结构屈曲分 析的讨论	350	14.2.2.1 一维空间梁-柱的应变	366
13.7 结构设计中的屈曲分析及一般 过程	352	14.2.2.2 三维空间梁-柱的应变	366
13.8 保守系统动力失稳	353	14.3 空间梁-柱位移	367
13.9 非弹性结构平衡路径的跟踪及 稳定准则	354	14.3.1 考虑剪切位移的一维薄壁 空间梁-柱单元的位移模型	367
13.9.1 非弹性结构平衡路径的跟踪	354	14.3.2 考虑剪切位移的一维空间 梁-柱的位移模型	368
13.9.1.1 概述	354	14.3.3 考虑剪切位移的三维薄壁 空间梁-柱单元的位移模型	368
13.9.1.2 采用位移控制和荷载控 制的平衡路径跟踪	354	14.3.4 考虑剪切位移的三维空间 梁-柱单元的位移模型	369
13.9.1.3 采用荷载和位移混合控 制的平衡路径跟踪	356	14.3.5 模型的简化	369
13.9.2 非弹性结构分枝平衡路径的 稳定准则	358	14.4 考虑剪切变形的空间梁-柱的应变	369
13.9.2.1 分枝平衡路径的确定	358	14.4.1 考虑剪切位移的一维薄壁 空间梁-柱单元的应变	369
13.9.2.2 单自由度体系分枝平衡 路径的稳定准则	358	14.4.1.1 考虑剪切位移的一维薄	
13.9.2.3 体系分枝平衡路径的 稳定准则	359		
13.10 非弹性结构稳定临界状态和 分叉	359		
13.10.1 临界状态的判断	359		
13.10.1.1 具有对称刚度的结构的			

壁空间梁-柱单元的应变的 线性部分	369	14.7.2 曲线梁-柱和圆环的几何关系	379
14.4.1.2 考虑剪切位移的一维薄 壁空间梁-柱单元应变的 非线性部分	371	14.7.3 空间曲线梁-柱的应变 ...	380
14.4.2 考虑剪切位移的一维空间 梁-柱单元的应变	371	14.7.4 空间曲线梁-柱单元基本变量 及形函数	381
14.4.2.1 考虑剪切位移的一维空间 梁-柱单元应变的线性部分	371	14.7.5 曲梁、曲杆和圆环的几何 模型	381
14.4.2.2 考虑剪切位移的一维空间 梁-柱单元应变的非线性 部分	372	14.7.5.1 按工程梁理论简化的 曲梁、曲杆和圆环的几 何模型	381
14.4.3 考虑剪切位移的三维空间 梁-柱单元的应变	372	14.7.5.2 圆筒	382
14.5 基本位移向量及形函数	372	14.8 荷载的移置	382
14.5.1 基本位移向量	372	14.9 转角自由度的凝聚	383
14.5.2 位移模式的选择	373	14.10 板壳的变形关系	384
14.5.2.1 基本独立变量	373	14.10.1 平面三角形板壳单元任意 一点的位移	384
14.5.2.2 梁-柱的变形规律	373	14.10.2 平面三角形单元局部坐 标系中任意一点的应变	385
14.5.3 空间梁-柱单元基本位移的 形函数	374	14.10.2.1 平面三角形单元局部 坐标系中任意一点的 应变的一般表达式 ...	385
14.5.4 空间梁-柱单元位移模式 及形函数	374	14.10.2.2 板壳中任意一点的线 性应变	387
14.5.5 空间梁-柱单元的位移形函数 及应变矩阵	375	14.10.2.3 板壳中任意一点的非线 性应变	387
14.5.5.1 空间梁-柱单元的位移形 函数	375	14.11 三角形板壳单元形函数	388
14.5.5.2 空间梁-柱单元的应变矩阵	376	14.11.1 三角形板壳单元的位移 形函数	388
14.6 空间梁-柱单元的应变矩阵 ...	376	14.11.2 薄膜位移形函数	389
14.6.1 一维薄壁梁-柱单元的线性 应变矩阵	376	14.11.3 弯曲位移和弯曲转角形 函数	389
14.6.2 一维梁-柱单元的线性应变 矩阵	377	14.11.4 剪切位移和剪切角形函数	389
14.6.3 一维梁-柱单元中的 G 和 M 矩阵	378	14.11.5 扭转角形函数	389
14.7 空间曲线梁-柱和圆环	378	14.11.6 位移模式及形函数的选择	390
14.7.1 曲线梁-柱和圆环单元及 坐标系	378	14.12 三角形板壳单元的应变矩阵	390
		14.12.1 线性应变矩阵 B_L	390

14.12.2	G, M 矩阵	391	16.2.5	杆系结构平衡方程、协调方程和物理方程	401
15	空间杆系的非线性有限元法	392	16.3	结构体系中屈曲位移的正交原理和分析方法	403
15.1	概述	392	16.3.1	屈曲位移的概念	403
15.1.1	系统非线性性态的描述	392	16.3.2	体系的控制方程	403
15.1.2	结构中的应变和应力状态	392	16.3.3	平衡方程	404
15.2	系统的总势能和势能驻值原理	393	16.3.4	耦合方程及临界平衡方程	404
15.2.1	系统的总势能	393	16.3.5	正交原理和几何体系的平衡方程	404
15.2.2	系统的势能驻值原理	394	16.3.6	几何体系的协调方程	404
15.3	空间铰接杆系非线性平衡方程组	395	16.4	几何体系控制方程的求解	405
15.3.1	铰接杆的位移函数及应变矩阵	395	16.4.1	屈曲位移向量的构造	405
15.3.2	局部坐标系中空间铰接杆的有限元平衡方程	395	16.4.2	方程的求解	405
15.3.3	整体坐标系中空间铰接杆的有限元平衡方程	396	16.4.3	定解约束条件	406
16	屈曲位移分析理论	398	16.4.4	迭代中的条件判断	406
16.1	概述	398	16.4.5	初始条件	406
16.1.1	结构和机构	398	16.4.6	体系屈曲位移计算	407
16.1.2	临界平衡状态	398	16.4.7	几何应力	410
16.1.3	屈曲位移分析理论的适用性	398	16.4.8	结构屈曲位移的计算方法	410
16.2	结构体系的平衡和协调	399	16.4.9	强迫位移	410
16.2.1	体系节点的平衡方程和平衡矩阵	399	17	后记	412
16.2.2	体系的协调方程和协调矩阵	400	17.1	结构屈曲分析和试验中的差异	412
16.2.3	几何方程	400	17.2	宏观模型的局限性	412
16.2.4	物理方程	401	17.3	结构屈曲和弹塑性	413
			17.4	屈曲的传递和局部不连续问题	413
			参考文献		414

1 结构失稳和屈曲的基本概念

1.1 结构稳定分析简史

结构稳定是结构力学领域中一个最古老的问题。早在 1744 年,欧拉(Euler)就发表了他关于柱子稳定理论的研究,这是他对于梁的变形广泛研究的一部分推广。这些研究是建立在梁的横截面在弯曲后仍保持为平面的变形假定,即欧拉-伯努利(Euler - Bernoulli)假定基础之上。稍后,欧拉提出了基于小挠度理论的现今称之为欧拉临界荷载。直至 18 世纪才由拉格朗日(Lagrange)详细研究了柱子屈曲的大变形理论。

欧拉和拉格朗日主要研究的是理想柱,即柱子是呈严格的直线;材料是关于柱中心线轴对称的;压力沿着柱子的中心线作用。他们所研究的范畴也只涉及简单结构和简单荷载系统,而由此建立起来的经典理论却成为以后深入研究的理论基础。不仅如此,有关柱子临界荷载的公式一直沿用至今。

采用经典方法预估弹性薄壳分枝屈曲荷载的研究最早由劳伦兹(Lorenz, 1908, 1911)、铁摩辛柯(Timoshenko, 1910)、苏斯威尔(Southwell, 1914)及兹里(Zoelly, 1915)等人系统开展,并得到了大量具有简单几何壳体的临界荷载。然而,这些屈曲荷载未能得到试验证明。即使这些试件得到精心制作,试验也极为周密仔细地进行,所得的试验值与理想壳体的理论屈曲荷载相比通常仍仅是微量而已。几十年来研究者一直试图对这个迷惑不解的问题作出解释。他们推测实际系统中不可避免存在的几何偏差和其他缺损是产生这个矛盾的主要原因。在此之后,冯·卡门(Von Karman)和钱学森及唐奈儿(Donnell)等分别取得了一些进展。

1934 年,L. Donnell 首先提出应用非线性的大挠度理论分析后屈曲状态。他在研究薄壁筒壳的扭转屈曲问题时,建立了极其简化的非线性柱壳方程,并用实验得到的屈曲后壳体波形计算屈曲临界荷载。

1941 年,冯·卡门和钱学森在 Donnell 方程基础上,将轴心受压柱壳的屈曲进行了研究,并取得了具有里程碑式的成果。冯·卡门和钱学森的工作在相当长的时期内被众多研究者尊为经典而追随。

1950 年,L. Donnell 首先将初始缺陷以初挠度的形式引入计算,得到了比几何理想柱壳低很多的有缺陷柱壳的屈曲临界荷载。长时期、多方面的研究证实,造成壳体屈曲临界荷载下降的原因是壳体初始缺陷的影响,初始缺陷涉及壳体的初始挠度的分布及大小、边界条件偏差的影响、壳的几何、荷载的偏心甚至前屈曲变形等,其中影响最大的是壳体的几何形状的偏差。但是基本的进展是由柯依托(Koiter)在 1945 年取得的,这时距欧拉首次发表的论述已整整 200 年。1945 年柯依托就在他著名的博士论文中建立了保守荷载下弹性系统稳定性的一般理论。他采用渐进方法分析初始后屈曲路径,认为初始后屈曲的局部性质决定了壳体结构对于缺陷的敏感程度,并由此提出了“缺陷敏感度”的概念。20 世纪 60 年代以后,柯依托理论才为人们了解并受到了广泛的重视和承认。