

广义主成分 分析算法及应用

General Principal Component Analysis and Application

■ 孔祥玉 冯晓伟 胡昌华 著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

广义主成分分析算法及应用

General Principal Component Analysis and Application

孔祥玉 冯晓伟 胡昌华 著



国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书主要讨论了随机系统信号广义主成分分析方法及应用情况。全书可分为三部分:第一部分包括概述和基础理论,主要介绍广义主成分分析的概念、国内外研究现状,以及与广义主成分分析密切相关的矩阵理论、优化理论和神经网络等理论基础;第二部分研究多种广义主成分分析方法,该部分是本书的核心内容,重点介绍广义主成分分析、成对广义主成分分析、耦合广义主成分分析、确定性离散时间系统、双目的广义主成分分析、奇异主成分分析等内容;第三部分研究广义主成分分析方法的应用,主要讨论在信号处理、图像恢复和模式识别与分类等领域的应用。本书核心内容十分新颖,均为近年来作者们发表在 IEEE 信号处理、神经网络与学习系统等汇刊上的长文组成编辑提炼而成,是基于神经网络和优化理论的特征信息提取领域研究和应用的最新进展。

本书适合于信息科学与技术(电子、通信、自动控制、计算机、系统工程、模式识别、信号处理等)各学科有关教师、研究生和科技人员教学、自学或进修之用。

图书在版编目(CIP)数据

广义主成分分析算法及应用/孔祥玉,冯晓伟,胡昌华著.

—北京:国防工业出版社,2018.7

ISBN 978-7-118-11600-7

I. ①广… II. ①孔… ②冯… ③胡… III. ①主成分
分析-算法理论 IV. ①O212.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 140997 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

三河市众誉天成印务有限公司

新华书店经售

*

开本 710×1000 1/16 印张 14½ 字数 264 千字

2018 年 7 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1~2000 册 定价 79.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

前 言

模式分类广泛存在于工程实际中,一个模式分类系统的好坏,首先与所选特征能否较好地反映将要研究的问题密切相关。因此,设计和获取特征是设计模式分类系统的第一步。很多情况下,我们可能已经得到了一组特征,这些特征中可能有很多特征与要解决的问题并不密切,在后续的分类器设计中可能会影响分类器的性能。另一方面,有时很多特征都与分类问题密切,但特征过多会造成计算量大、推广能力差等问题,很多方法可能会无法计算,因此需要在保证分类效果的前提下,选择尽可能少的特征来分类。

特征提取与选择的基本任务是研究如何从众多的特征中求出那些对分类识别最有效的特征,从而实现特征空间维数的压缩。特征提取和选择方法很多,有基于可分性判据的特征选择、基于误判概率的特征选择、离散 K-L 变换法、基于决策界的特征选择、基于矩阵分解的特征提取、基于神经网络的自动特征提取等方法,这些方法各有优缺点。一个大型复杂系统如果发生故障,必然表现在其某些指标的检测数据发生异常,反映数据本质属性的特征信息必然发生变化。如何快速有效地提取系统输出信号中所包含的特征信息是大型复杂系统故障诊断与预测等领域需要解决的关键技术之一。

哪些信息是系统的特征信息?如何描述这些特征信息?如何及时发现并从大量复杂的数据信息中提取有用的特征信息?如何应用这些特征信息?这些问题都是现代信息科学与技术各学科,如电子、通信、自动控制、计算机、系统工程、模式识别、信号处理等面临的带有共性的问题。

笔者一直从事随机系统信号处理、自动控制、神经网络和模式识别的学术、科研、教学和工程应用等研究工作。近 20 年来,在多个国家自然科学基金课题的支持下,我们在特征信息神经网络提取、数据驱动特征建模等方面取得了一系列研究成果,并已将它们发表在 IEEE 神经网络与学习系统、信号处理、工业电子等汇刊上。尽快将这些研究成果介绍给读者,推动我国信息科学与技术领域随机系统估计理论研究的发展,是作者撰写该书的目的和动力。

全书共 9 章,主要内容可概括如下:第 1 章绪论,概述特征信息提取和神经网络特征信息提取的主要研究内容,简要讨论了主成分分析、广义主成分分析等算法的发展历程;第 2 章是主成分分析基础理论,阐述特征子空间理论、主成分分析矩阵理论分析法、主成分神经网络分析法、广义特征值分解理论、奇异特

征值分解理论等基础理论。第3章研究广义主成分分析方法;第4章研究成对广义主成分分析方法;第5章研究耦合广义主成分分析方法;第6章研究用于神经网络迭代算法性能分析的确定性随机系统理论;第7章研究双目的广义主成分分析方法;第8章研究奇异主成分分析;第9章讨论广义主成分分析方法的应用。

全书内容由孔祥玉统稿,冯晓伟校核,主要内容取自孔祥玉、冯晓伟和胡昌华三人的研究成果。作者在著作本书的过程中,参考了大量的国内外基于矩阵分析、优化理论和神经网络的特征信息提取方面的论文和著作,特别参考了在上述研究领域成绩卓著的我国学者清华大学张贤达教授、四川大学章毅教授、香港中文大学徐雷教授、桂林电子科技大学欧阳膳教授等发表在国际权威期刊,如IEEE神经网络与学习系统、信号处理汇刊等杂志上相关研究论文,也参考了国际上 Giansalvo Cirrincione、R. Möller、Duong Nguyen、S. Y. Kung 等学者的学术论文。为了知识的系统性和完整性,在部分章节中也将上述多位学者的研究成果编入书中,在此向几位学者表示衷心的感谢!

在本书出版过程中,得到了西安交通大学韩崇昭教授、曹建福教授、段战胜教授等的热情推荐和帮助,在此深表感谢!感谢火箭军工程大学原控制工程系丁兴俊主任、王林政委、姚志成副主任提供的良好学术环境和出版经费方面的支持。此外,还要感谢第一作者的博士研究生高迎彬、秦建强、汪奔、曹泽豪等同学,他们也做了许多编辑和服务工作。

衷心感谢国家自然科学基金面上项目(61673387)(61374120),陕西省自然科学基金(2016JM6015)课题和经费资助。感谢国防工业出版社牛旭东同志给予的支持和帮助!

由于我们水平所限,书中难免有不足之处,敬请广大读者批评指正。

作 者

2018年3月于西安

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 随机系统特征提取及其意义	1
1.2 主成分分析国内外研究现状	3
1.2.1 基于神经网络的主成分分析研究现状	4
1.2.2 广义主成分分析算法研究现状	8
1.2.3 基于神经网络的奇异值分解研究现状	10
1.2.4 主成分与广义主成分分析的国内研究	11
1.3 本章小结	13
第 2 章 基础理论	14
2.1 特征子空间与特征提取	14
2.2 主成分分析与 Oja 学习规则	16
2.2.1 主成分分析基本原理	16
2.2.2 Hebbian 规则与 Oja 算法	18
2.3 主成分分析典型算法	20
2.3.1 基于 Hebbian 规则主成分分析	20
2.3.2 基于优化方法的主成分分析	22
2.3.3 有侧向连接主成分分析	27
2.3.4 非线性主成分分析	29
2.3.5 其他主成分分析	33
2.3.6 次成分分析神经网络算法	35
2.4 广义主成分分析及其神经网络算法	36
2.4.1 广义 Hermitian 特征值问题	36
2.4.2 广义特征信息提取神经网络算法	37
2.5 奇异值分解及神经网络算法	38
2.5.1 奇异值分解基础	38
2.5.2 奇异值特征提取神经网络算法	39
2.6 Rayleigh 商及其特性	40
2.6.1 Rayleigh 商	40

2.6.2	Rayleigh 商迭代	42
2.6.3	Rayleigh 商求解的梯度和共轭梯度算法	43
2.6.4	广义 Rayleigh 商	45
2.7	本章小结	46
第3章	广义主成分分析	47
3.1	引言	47
3.2	广义主成分分析算法	49
3.2.1	广义对称特征值问题的 Mathew 类牛顿算法	49
3.2.2	广义特征值分解的自组织算法	50
3.2.3	广义特征分解的类 RLS 算法	51
3.2.4	基于 RLS 方法的广义特征向量提取算法	52
3.2.5	广义对称特征值问题的快速自适应算法	54
3.2.6	基于幂方法的快速广义特征向量跟踪	56
3.2.7	基于牛顿法的广义特征向量提取算法	57
3.2.8	提取次广义特征向量的在线算法	58
3.3	一种新型广义主成分分析	60
3.3.1	一种新型的广义主成分分析算法	60
3.3.2	GOja 算法的自稳定性分析	61
3.3.3	GOja 算法的实验验证	62
3.4	一种新型广义次成分分析	65
3.4.1	基于拟牛顿法的广义次成分分析算法	65
3.4.2	多维广义次成分并行提取准则	67
3.4.3	多维广义次成分并行提取算法	71
3.4.4	WGIC 算法的自稳定性分析	74
3.4.5	WGIC 算法的全局收敛性分析	75
3.4.6	仿真实验	75
3.5	本章小结	79
第4章	成对广义主成分分析	80
4.1	引言	80
4.2	新颖统一的广义特征对提取自稳定算法	81
4.2.1	新颖信息准则及其算法	81
4.2.2	算法自稳定性及稳定性分析	83
4.3	计算机仿真实验	86
4.4	本章小结	91

第 5 章 耦合广义主成分分析	92
5.1 引言	92
5.2 非耦合算法中的“速度-稳定性”问题	93
5.3 耦合主成分分析算法	95
5.3.1 耦合主成分分析算法	95
5.3.2 耦合广义主成分分析算法	96
5.4 一种新的耦合广义特征对提取算法	97
5.4.1 信息准则的提出	98
5.4.2 多个广义特征对提取	101
5.4.3 算法计算复杂度讨论	103
5.4.4 仿真实验	104
5.5 本章小结	108
第 6 章 确定性离散时间系统	109
6.1 引言	109
6.2 神经网络迭代算法的性能分析方法概述	110
6.2.1 DCT 方法	110
6.2.2 SDT 方法	111
6.2.3 Lyapunov 函数方法	115
6.2.4 DDT 方法	115
6.3 成对算法的 DDT 收敛性分析	116
6.3.1 成对 GPCA 算法收敛性分析	117
6.3.2 成对 GMCA 算法收敛性分析	120
6.4 耦合算法的 DDT 收敛性分析	125
6.4.1 耦合 GMCA 算法收敛性分析	126
6.4.2 耦合 GPCA 算法收敛性分析	129
6.5 本章小结	131
第 7 章 双目的广义主成分分析	132
7.1 前言	132
7.2 双目的算法	133
7.3 改进型的 UIC 信息准则	135
7.3.1 NUIC 信息准则的提出	135
7.3.2 NUIC 信息准则的前景分析	136
7.3.3 快速的双目的主/次子空间跟踪算法	141

7.4 一种自稳定的双目的特征对提取算法	146
7.4.1 算法的提出	146
7.4.2 算法的自稳定性分析	146
7.4.3 算法的收敛性分析	147
7.4.4 仿真实验	151
7.5 一种自稳定的双目的广义特征对提取算法	153
7.5.1 算法的提出	153
7.5.2 算法的自稳定性分析	154
7.5.3 算法的收敛性分析	156
7.5.4 仿真实验	156
7.6 本章小结	157
第8章 奇异主成分分析	158
8.1 引言	158
8.2 SVD 算法回顾	159
8.2.1 奇异主成分分析算法	160
8.2.2 主奇异子空间跟踪算法	161
8.3 一种成对奇异主成分分析算法	163
8.3.1 算法的提出	163
8.3.2 算法的收敛性分析	164
8.4 一种成对主奇异子空间跟踪算法	167
8.4.1 算法的提出	167
8.4.2 算法的收敛性分析	168
8.5 一种耦合奇异主成分分析算法	171
8.5.1 动态耦合系统的导出	171
8.5.2 微分系统的自适应实现及其稳定性分析	172
8.5.3 逆 Hessian 矩阵的估计	173
8.5.4 逆 Hessian 矩阵近似误差	175
8.6 仿真实验	178
8.6.1 8.3 节算法仿真实验	178
8.6.2 8.4 节算法仿真实验	182
8.6.3 8.5 节算法仿真实验	186
8.7 本章小结	189
第9章 广义主成分分析的工程应用	190
9.1 引言	190

9.2 主成分提取神经网络与算法的应用	190
9.2.1 通信中的特征提取与降维	190
9.2.2 基于主成分分析的图像压缩重构	194
9.2.3 多重信号分类和波达方向估计	196
9.3 次成分分析在曲线拟合中的应用	198
9.4 广义主成分分析在信号处理和数据分析中的应用	200
9.4.1 广义主成分分析在盲信号分离中的应用	200
9.4.2 广义次成分分析在数据分类中的应用	203
9.5 本章小结	205
参考文献	206

第1章 绪 论

1.1 随机系统特征提取及其意义

众所周知,现实世界中一切随时间变化的过程,往往都要受到某些不确定因素的影响。例如,在工业生产过程中,用以表征该过程运行状态的变量(如温度、压力等)除了受到一些人为调节的控制量(如燃料流量、排气阀开度等)的影响之外,同时还要受到某些不确定因素(如环境温度、外界气流等)的影响。在经济决策问题中,除了一些常规的量已知外,还存在着大量的不确定因素的作用,使得经济系统的运行往往具有很大的未知性。如果这些不确定因素又服从某种统计规律,则把这种具有统计规律的不确定因素称为“随机因素”。随机因素大量存在于工业生产过程和经济决策等问题中。

所谓随机系统,就是指用以描述这类受随机因素作用的时间过程的一类数学模型,这类数学模型一般是某些含随机过程的差分方程或微分方程。一般来说,对任何一个随机系统,它应包含用以描述系统与外部联系的输入输出对,以及用以描述随机因素作用于系统的随机干扰。

随机系统理论研究哪些内容呢?随机系统理论首先要研究对各类随机系统的正确描述,可分为时域描述和频域描述,输入输出描述和状态空间描述等。在各种描述的基础上,随机系统需要研究对系统在输入和随机干扰共同作用下所生产的输出响应。由于随机系统固有的不确定性,系统的状态和输出都表现为具有某种统计特性的随机过程,随机系统需要借助于数理统计中的估计理论,来研究对系统状态或输出的估计。研究随机系统的目的,在于对系统施加控制,使之按照人们预期的目标发展,随机系统需要最优控制理论。对实际过程的估计或控制,都有赖于获得对该过程正确描述的数学描述,绝大多数实际过程的作用机理却不能为人们所精确了解,这就需要通过实验数据来构造模型,这就是系统辨识和参数估计。除此之外,自适应控制、随机系统仿真、随机系统检测理论及技术、动态系统状态估计的多源信息融合、随机系统信号的特征信息提取等均是随机系统理论需要研究的内容。

我们知道模式分类广泛存在于工程实际中,一个模式分类系统的好坏,首先与所选特征能否较好地反映将要研究的问题密切相关。因此,设计和获取特

征是设计模式分类系统的第一步。很多情况下,我们可能已经得到了一组特征,这些特征中可能有很多特征与要解决的问题并不密切,在后续的分类器设计中可能会影响分类器的性能。另一方面,有时很多特征都与分类问题密切,但特征过多会造成计算量大、推广能力差等问题,很多方法可能会无法计算,因此需要在保证分类效果的前提下,选择尽可能少的特征来分类。

特征提取与选择的基本任务是研究如何从众多的特征中求出那些对分类识别最有效的特征,从而实现特征空间维数的压缩。特征提取和选择方法很多,有基于可分性判据的特征选择、基于误判概率的特征选择、离散 K-L 变换法、基于决策界的特征选择、基于矩阵分解的特征提取、基于神经网络的自动特征提取等方法。系统如果发生故障,必然表现在其检测数据发生异常,反映数据本质属性的特征信息必然发生变化。如何快速有效地提取系统输出信号中所包含的特征信息是系统故障诊断与预测等领域需要解决的关键技术之一。

所谓神经网络自动特征提取,就是从随机系统量测的序列数据向量中通过一定的算法自动地获取、估计或跟踪信号子空间或噪声子空间,从而得到反映随机系统的特征信息。根据被估计空间是信号子空间还是噪声子空间,随机系统信号特征提取可分为主子空间跟踪和次子空间跟踪,或者在单维情况下称为主成分分析、次成分分析或独立成分分析。这些方法已广泛应用在信号处理、系统辨识、自适应滤波、频谱分析、故障诊断等领域。

对随机系统的特征提取,不但需要深入分析系统的故障历史数据,建立其故障特征库,还需要在此基础上对系统的状态进行实时监测,因此需要算法具有在线实时跟踪的能力;由于系统状态随着时间推移、由正常状态到故障状态是一个缓慢变化的过程,而这一缓变过程可以看作是一个非平稳过程,因此需要算法具有处理非平稳信号的能力;由于系统的关键部位测试点较多,导致测试信号维数较大,因此需要算法具有快速处理高维信号的能力。显然,基于矩阵计算的随机系统信号特征信息提取方法虽然能够取得很好的效果,但它是一种批处理方法,其计算复杂度高、不能实现迭代运算与在线跟踪。神经网络方法作为一种在线算法,能够以较小的计算复杂度对信号进行实时处理,并能对高维或非平稳信号特征进行有效提取和跟踪。目前,基于神经网络的信号特征提取相关算法,已广泛应用于随机系统信号特征信息提取。尤其是 1982 年芬兰学者 Oja 提出利用单层神经模型 Hebbian 类学习算法进行随机系统信号特征提取以来,由于该类网络模型克服了局部极值而且算法结构简单使得该类模型和算法得到大量研究,是 30 年来国际特征信息提取、数据分析、神经网络等领域的一大研究热点。在此基础上,已有大量的新算法被提出,算法性能也得到了广泛研究。因此,基于神经网络的系统特征提取算法非常适用于随机系统的特征信息提取。通过研究简单、快速、高效、鲁棒的随机系统特征信息提取神经

网络算法,并最终运用到复杂工程系统的特征信息提取上,将有助于系统故障快速诊断、科学预测和延长系统使用寿命。

本书所涉及的随机系统信号特征信息提取理论与算法,在基于数据驱动的信号处理、数据分析、神经网络、优化控制、诊断与建模等方面具有相当普遍的应用,其技术的进步与突破,将促进基于数据驱动的控制、诊断和建模理论与技术的发展,对于实现复杂工程系统的预测维护、科学定寿、健康管理等具有十分重要的意义。这些成果不论是在军队的武器装备(如导弹、航空、航天、兵器、船舶、雷达等)还是在大型复杂民用设施的使用维护和健康管理中都有十分广阔的应用前景,研究具有重要的科学理论意义和广泛的应用价值。

1.2 主成分分析国内外研究现状

众所周知,信号预处理一般是将一个高维信号空间映射到一个低维特征空间,而这个低维特征空间包含了尽可能多的原始信号空间的特征信息,因此这个过程称为特征提取。所谓随机系统信号特征提取,就是指从随机系统测量的序列数据向量中通过一定的算法自适应提取信号子空间或噪声子空间,从而得到反映随机系统本质属性的特征信息。这个提取的过程如果是在线的,则通常又称为子空间跟踪。包含绝大多数原始信息的低维空间通常称为子空间,它可以通过一定的算法被直接提取出来或者由提取出的相互正交的特征向量张成。由主特征向量张成的子空间称为主子空间或信号子空间,由次特征向量张成的空间称为次子空间或噪声子空间。对信号子空间或噪声子空间的跟踪算法则分别称为主子空间跟踪(PSA)或次子空间跟踪(MSA)。单维信息提取可以认为是子空间跟踪的特殊形式,分别称为主成分分析(PCA)和次成分分析(MCA)。这些方法已广泛应用于如信号处理、系统辨识、自适应滤波及频谱分析等领域,其中主子空间跟踪及主成分分析在数据及图像压缩与重构、多重信号分类、波达方向估计、故障检测等领域得到了广泛应用,次子空间跟踪或次成分分析也已经应用在了如总体最小二乘、运动目标识别、曲线与曲面匹配、模态与频域估计和故障检测等领域。前面提到过,多个相互正交的特征向量可以张成特征子空间,这表明可以通过顺序提取多个主(次)特征向量来实现主(次)特征子空间的提取。因此,许多文献都只研究了提取最大(小)特征值对应的特征向量来研究主(次)子空间跟踪问题,并且这种单个特征信息提取的特殊算法也得到了广泛应用,如自适应波束形成^[1]、信号增强^[2]和蜂窝移动通信^[3,4]等。

相关矩阵特征值或数据矩阵奇异值处理方法是基于数据的集中处理,本质上是一种批处理算法,无法实时应用。对于高维数据来说,其计算复杂度是相当大的,也容易出现数据不稳定的情况。这样,寻求可以实时处理、数值稳定和

算法简单的随机系统特征信息提取方法就成为近 20 年来研究热点,许多实时处理方法也相应被提出和分析。Sanger^[5]、Kung^[6]、Oja^[7]均对实时处理方法有所研究。到目前为止,已经有许多学者提出了大量的迭代算法,如常规迭代、逆迭代、瑞利商迭代、逆 Chebyshev 迭代、神经网络等方法。其中,神经网络方法是一种行之有效的迭代求取算法,尤其是求主/次成分的单层神经网络模型,由于其算法的简单性和有效性而受到人们的高度重视,并得到了迅速发展,已经成为自适应 PCA/PSA、MCA/MSA 的主流算法。按照现在的观点,这种实时处理方法从神经网络角度来看就是一个自适应的神经网络学习算法^[8]。芬兰学者 Oja^[9]、华裔学者 Xu Lei^[10,11]等人在主/次成分分析的神经网络算法领域做了许多开创性的工作,被公认为该领域的先驱。到目前为止,国际上已有大批学者针对该类神经网络算法开展了深入研究,并提出许多新的算法,算法的性能也被广泛地分析。

本书主要研究了主/次成分分析、广义特征信息提取和奇异值分解的神经网络算法,现对这三类算法的研究现状详述如下。

1.2.1 基于神经网络的主成分分析研究现状

作为信号处理的有效工具之一,PCA 和 MCA 已经被广泛应用于各种信号处理与特征提取等领域^[12]。PCA 致力于寻找信号空间中对应于最大特征值的特征向量^[13-15],目前已被广泛应用于如降维^[16]、数据和图像压缩^[17]、盲源分离^[18]、故障检测与诊断^[19,20]等领域。与传统批处理方法相比,基于神经网络的 PCA、MCA 算法因其具有较低计算复杂度、较好数值稳定性及实时处理性能等优点而被广泛采用^[21,22]。目前,已有大量相关算法被提出来,如 Chatterjee 算法^[23-25]、Chen 算法^[26-28]、Luo 算法^[29]、MCA EXIN 算法^[30]、Ouyang 算法^[31]、Mao 算法^[32]、Peng 算法^[33-35]、Kong 算法^[17,36-39]等。除此之外,还有大量文献专门针对神经网络算法的收敛性进行了详细的分析研究^[34,40-46]。文献^[47,48]等给出了关于神经网络算法的具体讨论;文献^[14]给出了关于神经网络算法一些具体应用的综述;文献^[49]给出了关于基于神经网络的 PCA 算法的综述。尽管神经网络方法已经被提出多年,近年来学者们仍不断致力于寻求更新更优的算法。

在神经网络算法研究史上,最早可以追溯到 1966 年 Bradury 提出的对一个极端(最大或最小)特征对(特征值和特征向量)进行迭代计算的方法^[50]。而最早的特征值和特征向量更新方法是由 Golub^[51]于 1973 年提出的。后来,Bunch 等人^[52,53]对 Golub 的更新思想加以扩展推广。推广方法的基本思想就是在每次秩 1 修正后更新协方差矩阵的特征值分解,然后利用交织定理(interlacing theorem)将矩阵的特征根定位,用迭代求根方法更新特征根的位置,从而更新特

征向量。在1979年, Thompson提出了估计与样本协方差矩阵最小特征值对应的特征向量最小均方(LMS)型自适应方法,并结合Pisarenko谱估计提供了角度/频率的自适应跟踪算法^[54]。Sarkar等人^[55]运用共扼梯度法,来跟踪与慢时变(非平稳)信号协方差矩阵的最小特征值对应的特征向量的变化,并证明该方法比Thompson的最小均方方法收敛快得多。Schereiber^[53]引入了一种变换,将大部分的复数算术运算变成实数运算,并使用Karasalo方法^[56]进一步减少运算量。DeGroat与Roberts^[57]发展了一种基于两两Gram-Schmidt正交化的数值稳定的秩1特征结构更新方法。Yu^[58]则将秩1特征结构更新推广到了块更新问题。这些方法只是跟踪单个极端特征值和特征向量,虽然应用有限,但是后来被推广为特征子空间的跟踪和更新方法。

在实时处理的众多方法中,能够快速、鲁棒、自适应在线提取的迭代方法,受到了学术界的高度关注。最早的自适应信号子空间跟踪方法由Owsley^[59]于1978年提出。Yang与Kaveh利用随机梯度法提出了一种最小均方型子空间跟踪算法^[60],推广了Owsley的方法和Thompson的方法。这种最小均方型算法具有高并行结构和低计算复杂度。Karhunen^[61]则通过发展一种子空间计算的随机逼近法推广了Owsley的思想。如同Yang与Kaveh推广Thompson思想以发展最小均方型子空间跟踪算法一样,Fu与Dowling^[62]推广Sarkar等人的想法,发展了一种基于共扼梯度的子空间跟踪算法。近20多年来,特征子空间的跟踪与更新成了一个非常活跃的研究领域。其后,许多学者开展了特征向量或特征子空间跟踪算法的研究^[31],更多的是跟踪信号子空间算法的研究。有的同时更新特征值和特征向量;有的是采用矩阵理论计算,如经典的特征值分解/奇异值分解的批处理方法,但这样不利于非平稳信号子空间的跟踪;有的采用优化理论来解决子空间跟踪问题。在神经网络算法中,应用最广泛的是梯度类的算法。由于子空间跟踪主要用于实时信号处理,所以要求它们应该是快速算法,但是这类算法虽然简单但收敛较慢^[63]。为了提高收敛速率,其他算法如幂法^[64]、QR类算法^[65-67]和共扼梯度算法^[62]等被提出来。然而,这类算法需要复杂的求平方根运算^[68]。基于最小均方误差^[55,69,70]或一些功率函数^[71,72],RLS类算法被提出来提取主成分或主子空间,这类算法不要求平方根运算,并且具有较快的收敛速率。

在主子空间跟踪的神经网络算法研究领域,一类算法如Oja算法^[11,73]、对称误差修正算法^[74]、对称后向传播算法^[36]等相继提出,这些算法都是在一些启发式推理的基础上提出来的。分析表明,这几个算法本质上是相同的,因此被统称为Oja算法。后来,学者们通过基于一定的信息准则推导出了一类算法。再后来,Xu提出了最小均方误差重构算法^[10](LMSE),基于该均方误差,许多算法如投影近似子空间跟踪算法(PAST)^[71]、共扼梯度算法^[62]、高斯-牛顿方

法^[75]等被提出来了。基于一个新颖的信息准则,Miao 等人提出一个主子空间跟踪梯度算法和递推类算法^[72]。基于带加权矩阵的新信息准则,Ouyang 等人提出了快速提取多个主成分的梯度算法和递推类算法^[76]。后来,Ouyang 又提出了一种新的基于拟牛顿法的自适应算法来跟踪信号的主子空间^[77,78],与传统算法不同的是,该算法不需要惩罚因子,这在处理非平稳信号时有独特优势。在 PCA 算法的基础上,为了适应更为复杂的工业过程监测和特征提取,大量的改进算法(如核主成分分析 KPCA^[79]、动态主成分分析 DPCA^[80]、多尺度主成分分析 MPCA^[81]等)被提出,并不断得到改进,形成工业过程监测和特征提取领域非常活跃的研究领域。

在次子空间跟踪的神经网络算法研究领域,学者们也作出了许多突出贡献。与主成分(子空间)跟踪算法相反,次成分(子空间)跟踪是寻找信号自相关矩阵的一个或多个最小特征值及其相应的特征向量或特征子空间^[82,83]。文献[84]指出,MCA 与最小均方误差(Total Least Squares, TLS)标准下曲线与曲面匹配有密切的关系。目前,MCA 应用在 TLS^[84,85]、运动目标检测^[86]、抗干扰^[87]、曲线及曲面拟合^[11]、数字波束形成^[88]及频率估计^[89]等领域。次成分可以采用像主成分那样的方式抽取,一个简单的想法是逆转主成分分析算法的符号。这是基于一个事实,即在许多算法中主成分对应于损失函数的最大化,而次成分对应于同样的损失函数的最小化。然而,这一想法一般情况下是不成立的,这一点已经被广泛地讨论^[28]。之前学者认为主成分是重要的,而那些具有较小方差的次成分往往被认为是不重要的,甚至作为噪声处理。但在某些问题中,次成分与主成分同样重要^[90]。例如,在信号处理中,谱估计的 Pisarenko 法就利用了次成分,它在理论上揭示了相关矩阵的对应于最小特征值的特征向量的系数,即为正弦波过程的 ARMA 模型的 AR 参数^[91-93]。又如,文献[87]通过估计 GPS 接收到的信号的噪声子空间并将信号投影到该噪声子空间中,成功实现了干扰抵消。因此,次成分分析也是一种重要的统计方法,该方法在信号处理和数据分析中有着广泛的应用。

随机系统信号特征提取的神经网络算法的收敛性分析也是目前国内外关于随机系统特征信息提取算法的一大研究热点。对神经网络学习算法而言,算法的收敛性对算法的实际应用非常关键。对神经网络学习算法收敛性的证明已经发展了多种方法,一般认为总体上可以分为确定性连续时间系统(Deterministic Continuous-Time, DCT)、随机离散系统(Stochastic Discrete-Time, SDT)和确定性离散时间(Deterministic Discrete Time, DDT)三类。在早期,传统的神经网络算法都是由 DCT 来间接分析的。在这种分析方法中一些限制性的条件必须得到满足,其理论基础是 Robbins 和 Monro 在 1951 年引入的随机近似理论。文献[94]对该方法的原理进行了详细论证,目前该方法仍

然被广泛使用。虽然 DCT 方法可以分析算法的收敛性,然而却存在一些問題:一方面这种方法不能给出算法中的学习因子和初始权向量等的边界条件;另一方面通过这种方法已经证明权向量模值不变的算法,在实际应用中有些却是发散的,如 Luo 算法^[95]等。意大利学者 Cirrincione 等人^[30]对次成分分析算法进行了详细的分析,揭示了该类算法可能存在突然发散、动态发散和数值发散三种可能的发散。这样人们逐渐认识到仅仅采用 DCT 方法并不能发现该类算法的一些重要特性,而采用随机性的离散时间系统 SDT 方法直接对算法的 SDT 公式进行分析,可以揭示算法的一些瞬态特性,并能导出算法稳定时学习因子应满足的范围,这种方法受到人们的广泛关注^[96]。DCT 方法的研究要基于一个严格的假设,在相当长的一段时间内,对于一些假设不能满足时,很少有人研究算法原随机离散公式的特性。西班牙学者 Zufiria^[97]在 2002 年首次提出了 DDT 证明方法,该方法实际上是 DCT 方法与 SDT 方法之间的一个桥梁。文献[46]对 DDT 方法进行了发展,基于该方法证明和提出了许多新算法。文献[38]指出,从实际应用角度出发,DDT 方法更适合于算法收敛性分析。近年来,专门基于 DDT 方法研究神经网络算法性能的文章也开始大量出现。

近 10 年来,我们团队在基于神经网络的主成分分析算法研究领域取得一系列研究成果。文献[230]采用 DDT 方法分析了 Möller 算法的收敛性,针对存在多重最小特征值的情况,分析了 Möller 次成分分析算法的 DDT 系统,给出了 Möller 算法收敛的边界条件;在文献[38]中,我们提出了一类自稳定的次成分分析算法并采用 DDT 方法研究了算法收敛和稳定的边界条件;文献[37]研究次子空间跟踪算法,提出了一种自稳定的次子空间跟踪算法;文献[36]侧重于次成分分析算法的应用研究,提出了一种用于总体最小二乘滤波的改进的梯度算法。在文献[17]和[39]中,我们聚焦于双目的成分分析和子空间跟踪算法的研究,提出了一种可用主子空间和次子空间跟踪的梯度流算法,以及一种自稳定的用于主成分和次成分提取的统一的神经网络学习算法。在文献[299]中,提出了一个加权的信息准则(WOJAm),应用矩阵微分法分析了信息准则前景,通过对该信息准则平稳点的分析,确定了加权矩阵的取值范围;基于 WOJAm 准则,导出了能够并行提取多维次成分的梯度算法和迭代最小二乘(RLS)算法,应用李雅普诺夫函数法确定了所提算法的全局收敛域,所提算法不需要信号的先验信息,而且在迭代过程中取消了对神经网络状态矩阵施加的模值限制。在文献[303]中,针对大多数非耦合自适应特征提取算法存在的“速度-稳定性”问题,在已有耦合主/次特征对(特征向量和特征值)提取算法的基础上,提出了一些新的耦合次特征对提取算法;研究对比了耦合算法和非耦合算法的特点,提出了一种可以将基于梯度法的非耦合算法改进为耦合算法的方