

GAODENG SHUXUE TONGBULIANXI YU CESHI

高等数学同步练习与测试

主 编 李 路 王国强
副主编 方 涛 吴隋超

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$e \triangleq \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{2n^2} + \dots + \frac{1}{n!} \right) \approx 2.71$$

$$(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

东华大学出版社

高等数学同步练习与测试

主 编 李 路 王 国 强

副主编 方 涛 吴 隋 超

东华大学出版社

· 上海 ·

内容简介

本书为配合“高等数学”课程的教学编写,将教学内容分为一元微积分(上、下)和多元微积分(上、下)四部分(篇),包括高等数学课程的同步练习和测试,适合普通高等学校工科各专业学生选用。同步练习与教学进度同步,包含同步练习 A 和 B 各八十套,同步练习 B 较 A 难度高。本书部分题目选自历年考研真题。每篇末安排两个同步测试,主要选自上海工程技术大学历年考试真题,供同学们检验自己的学习效果和复习时使用。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学同步练习与测试/李路,王国强主编. —上海:东华大学出版社,2018.9

ISBN 978-7-5669-1426-2

I. ①高… II. ①李… ②王… ③方… III. ①高等数学—高等学校—习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 137991 号

责任编辑 杜亚玲

文字编辑 刘红梅

封面设计 王亚亚 樊志鹏

高等数学同步练习与测试

主 编 李 路 王国强

出版发行 东华大学出版社(上海市延安西路 1882 号
邮政编码:200051)

出版社网址 <http://dhupress.dhu.edu.cn>

天猫旗舰店 <http://dhdx.tmall.com>

营销中心 021-62193056 62373056 62379558

印 刷 上海锦良印刷厂有限公司

开 本 889 mm×1 194 mm 1/16

印 张 12.75

字 数 350 千字

版 次 2018 年 9 月第 1 版

印 次 2018 年 9 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5669-1426-2

定 价 29.50 元

前 言

“高等数学”课程是工科各专业学生一门必修的重要基础课。

学生通过本课程的学习,可以系统地掌握高等数学基本概念和基本理论,掌握高等数学的基本运算,具有一定的抽象概括能力、逻辑推理能力和数学应用能力,为后续课程学习奠定扎实的数学基础。

《高等数学同步练习与测试》基于上述目的编写,配套教材为清华大学出版社出版的《高等数学》(上、下册)。按照上海工程技术大学一学年四学期(每学期八教学周)的教学安排,本书分为四篇。第一篇一元微积分(上)内容包括:第一章函数、极限与连续,第二章导数与微分,第三章微分中值定理与导数的应用。第二篇一元微积分(下)内容包括:第四章不定积分,第五章定积分及其应用,第六章常微分方程。第三篇多元微积分(上)内容包括:第七章空间解析几何与向量代数,第八章多元函数微分学,第九章重积分。第四篇多元微积分(下)内容包括:第十章曲线积分与曲面积分,第十一章无穷级数。

同步练习与教学进度匹配,每篇有二十套同步练习(A、B)供同学们课后练习以加深和巩固课堂所学知识。同步练习的题型包括选择题、填空题、计算题、证明题和应用题等,题型与考试题型类似。每篇末有两套同步测试题,题目选自上海工程技术大学历年考试真题,供同学检验学习效果和考前训练。

本书由上海工程技术大学数理与统计学院王国强、李路、方涛、吴隋超策划并组织编写。第一篇和第二篇由王国强、方涛负责统稿,第三篇和第四篇由李路负责统稿。参加编写的有:王国强(同步练习 1、2、30、31,同步测试一~四),方涛(同步练习 3~5、21~23),田明(同步练习 6~8、35~37),李宜阳(同步练习 9~11、38~40),樊庆端(同步练习 12~14、27~29),张居丽(同步练习 15~17、32~34),陈晓龙(同步练习 18~20、24~26),郑中团(同步练习 41~46),胡细(同步练习 47~54),沈亦一(同步练习 55~60),吴隋超(同步练习 61~70),崔文霞(同步练习 71~80),李路(同步测试五~八)。江开忠、周雷、李娜完成部分内容的排版。

感谢上海工程技术大学数理与统计学院的领导和全体老师的支持。

由于时间匆忙,书中难免有错误和不当之处,敬请读者批评指正。

编 者

2018 年 6 月

目 录

第一篇 一元微积分 A(上)	1
第一章 函数、极限与连续	3
同步练习 1	同步练习 2
同步练习 3	同步练习 4
同步练习 5	同步练习 6
同步练习 7	同步练习 8
第二章 导数与微分	19
同步练习 9	同步练习 10
同步练习 11	同步练习 12
同步练习 13	同步练习 14
同步练习 15	
第三章 微分中值定理与导数的应用	32
同步练习 16	同步练习 17
同步练习 18	同步练习 19
同步练习 20	
同步测试(一)(二)	43
第二篇 一元微积分 A(下)	51
第四章 不定积分	53
同步练习 21	同步练习 22
同步练习 23	同步练习 24
同步练习 25	同步练习 26
第五章 定积分及其应用	65
同步练习 27	同步练习 28
同步练习 29	同步练习 30
同步练习 31	同步练习 32
同步练习 33	同步练习 34
第六章 常微分方程	81
同步练习 35	同步练习 36
同步练习 37	同步练习 38

同步练习 39	同步练习 40
同步测试(三)(四)	93
第三篇 多元微积分 A/C(上)	101
第七章 空间解析几何与向量代数	103
同步练习 41	同步练习 42
同步练习 43	同步练习 44
同步练习 45	同步练习 46
第八章 多元函数微分学	115
同步练习 47	同步练习 48
同步练习 49	同步练习 50
同步练习 51	同步练习 52
同步练习 53	同步练习 54
第九章 重积分	131
同步练习 55	同步练习 56
同步练习 57	同步练习 58
同步练习 59	同步练习 60
同步测试(五)(六)	143
第四篇 多元微积分 A/C(下)	151
第十章 曲线积分与曲面积分	153
同步练习 61	同步练习 62
同步练习 63	同步练习 64
同步练习 65	同步练习 66
同步练习 67	同步练习 68
同步练习 69	同步练习 70
第十一章 无穷级数	173
同步练习 71	同步练习 72
同步练习 73	同步练习 74
同步练习 75	同步练习 76
同步练习 77	同步练习 78
同步练习 79	同步练习 80
同步测试(七)(八)	193

第一篇

一元微积分 A(上)

第一章 函数、极限与连续

同步练习 1(A)

学号_____ 姓名_____ 班序号_____

主要内容:函数的概念及表示法;函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性;复合函数、反函数、分段函数和隐函数的概念;基本初等函数的性质及其图形,初等函数的概念及函数关系的建立.

一、选择题

1. 下列函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 相同的是().

- (A) $f(x) = e^{\ln x}$, $g(x) = x$.
(B) $f(x) = |x|$, $g(x) = \sqrt{x^2}$.
(C) $f(x) = 1$, $g(x) = \sec^2 x - \tan^2 x$.
(D) $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$, $g(x) = x+1$.

2. 下列命题错误的是().

- (A) 函数有界的充分必要条件是既有上界,又有下界.
(B) 函数 $f(x) = x^3$ 在定义域内单调递增.
(C) 函数 $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ 是奇函数.
(D) 周期函数一定有最小正周期.

二、填空题

1. 设函数 $f(x) = \arcsin(3x-2) + \ln(2x-1)$, 则其自然定义域为_____.2. 设函数 $y = \frac{1-x}{1+x}$, 则其反函数为 $y =$ _____.

三、综合题

1. 设函数 $\varphi(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| \geq \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ 求 $\varphi\left(\frac{\pi}{6}\right), \varphi\left(\frac{\pi}{4}\right), \varphi\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ 与 $\varphi(-3)$, 并作出函数 $y = \varphi(x)$ 的图形.(2) $y = \sqrt[3]{1+\ln^2 x}$.

四、应用题

根据第六次人口普查,截止到 2010 年 11 月 1 日零时,我国不含港、澳、台地区的人口总数为 13.397 25 亿,此前 10 年间的人口平均增长率为 0.57%. 若增长率不变,再过 10 年、20 年我国人口总数将是多少?

同步练习 2(A)

学号 _____ 姓名 _____ 班序号 _____

主要内容: 数列极限的概念及其性质; 函数极限的概念及其性质, 左极限和右极限的概念及函数极限存在与左极限、右极限之间的关系.

一、选择题

1. 函数 $f(x)$ 当 $x \rightarrow x_0$ 时的左极限 $f(x_0^-)$ 与右极限 $f(x_0^+)$ 存在且相等是极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在的 ().

(A) 充分条件. (B) 必要条件.
(C) 充要条件. (D) 无关条件.

二、填空题

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} ax^2, & x \leq 1, \\ 2x+1, & x > 1, \end{cases}$ 且 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 存在, 则 $a =$ _____.

三、综合题

1. 观测和判别下列数列 $\{x_n\}$ 的一般项 x_n 的变化趋势, 是否收敛? 如果收敛, 写出极限值.

(1) $x_n = \frac{1}{3^n}$.

(2) $x_n = \frac{n+1}{n}$.

(3) $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$.

(4) $x_n = (-1)^n n$.

(2) $y = \frac{\sin x}{x}, x \rightarrow \infty$.

四、证明题

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x-3, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ x+3, & x > 0, \end{cases}$ 试证明当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $f(x)$ 的极限不存在.

2. 观测和判别下列函数在相应的自变量的变化趋势下是否收敛, 如果收敛, 写出极限值.

(1) $y = \frac{x^2-9}{x-3}, x \rightarrow 3$.

2. 证明 $\lim_{x \rightarrow 1} (2x-1) = 1$.

同步练习 1(B)

学号_____ 姓名_____ 班序号_____

主要内容:参见同步练习 1(A).

一、选择题

$$\text{设函数 } f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$$

则 $f\{f[f(x)]\} = (\quad)$.

$$(A) 0. \quad (B) \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

$$(C) 1. \quad (D) \begin{cases} 0, & |x| \leq 1, \\ 1, & |x| > 1. \end{cases}$$

二、填空题

设函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x-1)} + \sqrt{16-x^2}$, 则其

自然定义域为_____.

三、综合题

将下列复合函数分解成简单函数.

$$(1) y = \sqrt[3]{\ln \cos^2 x}.$$

$$(2) y = \sin^2 \ln(2 + \sqrt{1+x^2}).$$

四、证明题

设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-l, l)$, 证明必存在 $(-l, l)$ 上的偶函数 $g(x)$ 与奇函数 $h(x)$, 使得 $f(x) = g(x) + h(x)$.

五、应用题

英国人口学家马尔萨斯(1766 ~ 1834) 根据百余年的人口统计资料, 于 1798 年提出了著名的人口指数增长模型, 奠定了人口模型的基础. 这个模型的基本假设是: 单位时间内人口的增长量与当时的人口成正比. 假设人口固定增长率为常数 r , 初始 t_0 时刻的人口数量为 N_0 , 则 t 时刻的人口总数为

$$N(t) = N_0 e^{r(t-t_0)}.$$

(1) 根据我国国家统计局 1990 年 10 月 31 日发表的公报, 1990 年 7 月 1 日我国人口总数为 11.6 亿, 过去 8 年人口平均增长率为 1.48%, 利用马尔萨斯的人口指数增长模型计算我国 2000 年人口总数.

(2) 进一步讨论该模型的不足之处.

同步练习 2(B)

学号_____ 姓名_____ 班序号_____

主要内容:参见同步练习 2(A).

一、选择题

设数列 $\{x_n\}$ 与 $\{y_n\}$ 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$, 则下列命题正确的是().

- (A) 若 $\{x_n\}$ 发散, 则 $\{y_n\}$ 必发散.
 (B) 若 $\{x_n\}$ 无界, 则 $\{y_n\}$ 必有界.
 (C) 若 $\{x_n\}$ 有界, 则 $\{y_n\}$ 必为无穷小.
 (D) 若 $\left\{\frac{1}{x_n}\right\}$ 为无穷小, 则 $\{y_n\}$ 必为无穷小.

二、填空题

设函数 $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}}, & x < 0, \\ a \cos x + 2, & x \geq 0, \end{cases}$ 且 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, 则 $a =$ _____.

三、综合题

1. 观测和判别下列数列 $\{x_n\}$ 的一般项 x_n 的变化趋势, 是否收敛? 如果收敛, 写出极限值.

(1) $x_n = 3 + \frac{1}{n^2}$.

(2) $x_n = \frac{\sqrt{n^2 + a^2}}{n}$, a 为常数.

(3) $x_n = \frac{3^n - 2^n}{5^n}$.

(4) $x_n = [(-1)^n + 1] \frac{n-1}{n+1}$.

2. 观测和判别下列函数在相应的自变量的变化趋势下是否收敛, 如果收敛, 写出极限值.

(1) $y = e^{\frac{1}{x}}, x \rightarrow 0$.

(2) $y = \frac{\cos x}{x}, x \rightarrow \infty$.

四、证明题

1. 设函数 $y = \arctan x$, 试证明当 $x \rightarrow \infty$ 时, 函数 $y = \arctan x$ 的极限不存在.

2. 证明 $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ 不存在.

同步练习 3(A)

学号_____ 姓名_____ 班序号_____

主要内容:极限的四则运算.

一、选择题

1. 下列说法中正确的是().

(A) 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 但 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 不存在, 那么 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ 不存在.(B) 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 都不存在, 那么 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ 不存在.(C) 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 但 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 不存在, 那么 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)]$ 不存在.

二、计算题

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+1}{x^2+2x+3}.$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-5x+6}.$

(3) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h},$ 其中 x 为常数.

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(2 - \frac{1}{x^2}\right).$

(5) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}\right).$

(6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x+5}{3x^2+2x-1}.$

(7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+2x-1}{x^2-3x+5}.$

(8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3+1}{\sqrt{x^6+x^4+x}}.$

四、综合题

1. 设 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 存在, 且

$$f(x) = 2x^2 + 3 \lim_{x \rightarrow 1} f(x),$$

求函数 $f(x)$.2. 设极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x+a}{x-2} = 3$, 求常数 a .

同步练习 4(A)

学号_____ 姓名_____ 班序号_____

主要内容:极限存在的两个准则:单调有界原理和夹逼准则;两个重要极限.

一、选择题

1. 下列极限计算正确的是().

(A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 1.$

(B) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x} = 1.$

(C) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1+n)^{\frac{1}{n}} = e.$

(D) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$

二、填空题

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \tan 4x}{x} =$ _____.

2. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+kx)^{\frac{2}{x}} = e^4$, 则常数 $k =$ _____.

三、计算题

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}.$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cot 2x.$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{x}{n}.$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2x}{x + \sin 2x}.$

(5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{x}\right)^{2x}.$

(6) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{1}{x}}.$

(7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{2+x}\right)^{2x}.$

四、综合题

求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2 + \pi} + \frac{n}{n^2 + 2\pi} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n\pi} \right).$

同步练习 3(B)

学号_____ 姓名_____ 班序号_____

主要内容:参见同步练习 3(A)。

一、计算题

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x+6}{|x^3+x|}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{5}}.$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n+4^n}{5^n-4^{n+1}}.$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2} \right).$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} \right).$

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(x - \sqrt{1+x^2}).$

7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+3n^{12})(1+2n)^{10}}{1+n^{20}+3n^{22}}.$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{x^3-1} - \frac{1}{x-1} \right).$

二、综合题

1. 设极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ 存在, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, 证明 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$.

2. 设极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-6}{x-2}$ 存在, 利用上一题的结论求 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

同步练习 4(B)

学号_____ 姓名_____ 班序号_____

主要内容: 参见同步练习 4(A).

一、计算题

1. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}.$

2. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}.$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \sin \frac{x}{2^n}$, 其中 x 为非零常数.

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}.$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x.$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2}{(x-a)(x-b)} \right]^x.$

二、证明题

1. 证明

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 + n + 1} + \frac{2}{n^2 + n + 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n + n} \right) = \frac{1}{2}.$$

2. 设 $0 < x_1 < 9$, $x_{n+1} = \sqrt{x_n(9-x_n)}$, $n = 1, 2, \cdots$, 证明数列 $\{x_n\}$ 的极限存在, 并求此极限.

同步练习 5(A)

二、计算题

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{\sin x}.$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1 - \cos x}.$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{\arcsin x}.$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}.$$

学号_____ 姓名_____ 班序号_____

主要内容:无穷小量和无穷大量的概念及其关系;无穷小量的性质及无穷小量的比较;利用等价无穷小求极限.

一、选择题

1. 下列极限计算错误的是().

(A) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0.$

(B) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0.$

(C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x}{x} = 0.$

(D) $\lim_{x \rightarrow 0} \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}.$

2. 下列说法正确的是().

(A) 0.000 1 是无穷小量.

(B) 1 000 万是无穷大量.

(C) 无穷大量与无界变量没有区别.

(D) 对应自变量的同一变化趋势,若 $f(x)$ 为无穷大,则 $\frac{1}{f(x)}$ 为无穷小.

3. 当 $x \rightarrow 0^+$ 时,与 $\sqrt{x}$ 等价的无穷小量是().

(A) $1 - e^{\sqrt{x}}.$ (B) $1 - \cos \sqrt{x}.$

(C) $\sqrt{1 + \sqrt{x}} - 1.$ (D) $\ln \frac{1+x}{1-\sqrt{x}}.$

四、综合题

1. 证明当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sec x - 1 \sim \frac{x^2}{2}.$

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $x \sin x^n$ 是 $e^{x^2} - 1$ 的高阶无穷小,是 $(1 - \cos x) \ln(1 + x^2)$ 的低阶无穷小,求正整数 n .

同步练习 6(A)

学号 _____ 姓名 _____ 班序号 _____

主要内容:函数连续的概念;函数间断点的类型;初等函数的连续性.

一、选择题

1. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的极限存在是函数在该点连续的().

- (A) 必要条件. (B) 充分条件.
(C) 充要条件. (D) 无关条件.

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & x \neq 0, \\ 2, & x = 0 \end{cases}$, 则 $x = 0$ 是函数 $f(x)$ 的().

- (A) 连续点.
(B) 跳跃间断点.
(C) 可去间断点.
(D) 无穷间断点.

二、填空题

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3, & x \leq 0, \\ 5x + b, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处

连续, 则 $b =$ _____.

2. 已知函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)x}{nx^2 + 1}$, 则 $f(x)$ 的间

断点为 $x =$ _____.

三、综合题

1. 指出下列函数间断点的类型, 如果是可去间断点, 那么补充或改变函数的定义使它连续.

$$(1) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & x \neq 3, \\ 5, & x = 3. \end{cases}$$

$$(2) f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}.$$

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{pe^x + q}{x}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处

连续, 求常数 p, q 的值.