



中国电子教育学会高教分会推荐

子信息类“十三五”课改规划教材

11010.....
00101010101.....
11001.....

11010.....
00101010101.....
11001.....
1010110100110

电 磁 学

主 编 张昌盛

副主编 李 营 张 炜



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

会高教分会推荐

子信息类“十三五”课改规划教材

电 磁 学

主 编 张昌盛

副主编 李 营 张 炜

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书系统地介绍了电磁学的相关概念、理论等,总体上划分为四个部分:第1章是学习本课程的预备知识,讲解了场和场的表征;第2章至第7章是静电学部分;第8章和第9章是恒磁学部分;第10章至第12章是电磁感应和电磁波部分。

本书每章内容均是按教学内容与要求、基本知识点讲述、知识点总结、解题方法总结、题解、概念题及课后习题等结构进行编排的。本书内容由浅入深、重点突出,既强调物理概念与数学的结合,又强调知识点和解题方法的总结。

本书可作为高等学校应用物理、电子、通信等理工科本科生的教材或自学辅导书,也可作为相关领域工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

电磁学/张昌盛主编. —西安:西安电子科技大学出版社,2017.9

(普通高等教育电子信息类“十三五”课改规划教材)

ISBN 978-7-5606-4671-8

I. ① 电… II. ① 张… III. ① 电磁学—高等学校—教材 IV. ① O441

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 216526 号

策 划 毛红兵

责任编辑 王 瑛 刘玉芳

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 虎彩印艺股份有限公司

版 次 2017年9月第1版 2017年9月第1次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印张 17

字 数 400千字

定 价 39.00元

ISBN 978-7-5606-4671-8/O

XDUP 4963001-1

* * * 如有印装问题可调换 * * *

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

前 言

电磁学深刻地揭示了自然界中电磁现象的基本规律,这些规律在各种电子电动设备的运行中扮演基础角色。电磁学是物理、电子和通信等专业学生的一门重要的专业基础课,涉及场论和矢量的微积分运算,概念抽象、理论性强,是专业课学习和科研创新所必须具备的基础知识。

在教学实践中,不同专业对电磁学课程的学时安排不同,教学内容的要求也有所差别。比如,理科专业注重电磁关系的整体性,侧重于基本规律的推导,强调透过现象揭示内在规律,教学学时较多;而工程专业侧重于基本规律的应用,强调电磁学规律与工程专业的衔接,教学学时相对较少。

本书结合编者多年的教学经验,通过以下几点尝试,力图提高本书的适用范围。

(1) **强调预备知识的教学。**经典电磁场理论作为初级场论,是学生系统学习的第一个场论,它的很多概念具有数学复杂性。因此,学生在学习和理解上会有一些困难,尤其是电场和磁场是两种不同性质的场,有的学生可能更会感到无所适从。在本书的第1章,就讨论什么是场,以及如何描述和表征场,为学生学习电磁场理论打下一定的基础。

(2) **按知识点的相关性划分章节。**本书共12章,第1章场和场的表征是预备知识,第2章至第7章是静电学部分,第8、9章是恒磁学部分,第10章至第12章是电磁感应和电磁波部分。章划分得多而细,因为这样每章的讨论主题比较紧密,知识点相关性强。每1到2周学习一章,既便于教师根据不同专业教学要求进行教学内容的取舍,也便于及时总结和练习。

(3) **强调可视化内容与例题的作用。**本书提供了尽可能多的简洁和形象化的插图,对抽象概念和内容进行形象化说明和解释,以帮助学生理解和接受电

磁场的相关知识。本书精选了一些典型例题，旨在使学生加深对基本概念和基本规律的理解和应用，通过对解题思路和解题方法的指导，提高学生分析和解决问题的能力。

(4) 对知识点和解题方法进行总结。每章的知识点总结既有助于学生在学习或解决问题时高效地查找知识点，又能检验对知识点的掌握情况。同时，本书对重要章节的典型解题方法进行了总结，使学生在解决实际问题时知道如何进行条件分析、应用哪些基本规律、采取哪些基本步骤、怎样得出结论。

为了便于学生自我检验和提高，本书还提供了精选的习题，其中部分习题给出了解答提示，学生可以根据自己的情况进行选做。

本书的编写大纲和基本内容由张昌盛完成，李营和张炜对全书进行了修改、补充。本书在编写中除了总结教学经验外，还参考了很多文献和网上资料，在此对其作者一并致谢！

由于编者水平有限，书中不足之外在所难免，恳请广大读者批评指正。

编 者

2017年7月

目 录

第 1 章 场与场的表征	1	3.10 课后习题	60
1.1 标量场	1	第 4 章 高斯定理 静电场中的导体	63
1.2 矢量场	4	4.1 电通量	63
1.3 知识点总结	11	4.2 高斯定理	64
1.4 解题方法总结	11	4.3 静电场中的导体	72
1.5 题解	11	4.4 静电屏蔽	76
1.6 概念题	13	4.5 知识点总结	77
1.7 课后习题	14	4.6 解题方法总结	78
第 2 章 库仑定律 电场	16	4.7 题解	79
2.1 电荷	16	4.8 概念题	82
2.2 库仑定律	17	4.9 课后习题	82
2.3 电场力的叠加原理	17	第 5 章 电容和电介质	85
2.4 电场 电场强度	19	5.1 孤立导体的电容	85
2.5 电场线	20	5.2 电容器	86
2.6 电荷在电场中的力	21	5.3 电容计算	86
2.7 电偶极子	22	5.4 电路中的电容	89
2.8 电场中的电偶极子	23	5.5 电容器储能	92
2.9 电荷连续分布带电体的电场	25	5.6 电介质	94
2.10 知识点总结	31	5.7 电场的建立	101
2.11 解题方法总结	32	5.8 知识点总结	102
2.12 题解	34	5.9 解题方法总结	104
2.13 概念题	39	5.10 题解	105
2.14 课后习题	40	5.11 概念题	107
第 3 章 静电场的电势和电势能	43	5.12 课后习题	107
3.1 保守力的势能	43	第 6 章 恒定电流	110
3.2 均匀电场的电势	45	6.1 电流	110
3.3 点电荷的电势	46	6.2 电流的连续性方程 恒定电流条件	112
3.4 连续分布电荷的电势	48	6.3 欧姆定律	113
3.5 电场强度与电势的微分关系	49	6.4 电能与电功率	115
3.6 知识点总结	54	6.5 知识点总结	116
3.7 解题方法总结: 电势的计算	55	6.6 解题方法总结	117
3.8 题解	57	6.7 题解	117
3.9 概念题	60		

6.8 概念题	119	第 10 章 法拉第电磁感应定律	202
6.9 课后习题	120	10.1 法拉第电磁感应定律	202
第 7 章 直流电路	123	10.2 动生电动势	206
7.1 电源和电动势	123	10.3 感生电场	208
7.2 基尔霍夫定律	125	10.4 发电机	209
7.3 电压及电流测量	128	10.5 涡电流	210
7.4 暂态过程	129	10.6 知识点总结	211
7.5 知识点总结	133	10.7 解题方法总结: 法拉第定律和楞次定律	212
7.6 解题方法总结: 基尔霍夫定律的应用	133	10.8 题解	213
7.7 题解	134	10.9 概念题	217
7.8 概念题	138	10.10 课后习题	218
7.9 课后习题	138	第 11 章 电感与磁能	222
第 8 章 恒定磁场	140	11.1 互感	222
8.1 基本磁现象 磁场	140	11.2 自感	224
8.2 磁感应强度矢量	142	11.3 磁场储能	226
8.3 安培力	143	11.4 RL 电路的暂态过程	228
8.4 电流环的力矩	146	11.5 LC 振荡	232
8.5 均匀磁场中的带电粒子	149	11.6 知识点总结	235
8.6 应用	150	11.7 解题方法总结	236
8.7 知识点总结	154	11.8 题解	237
8.8 解题方法总结	155	11.9 概念题	241
8.9 题解	155	11.10 课后习题	242
8.10 概念题	158	第 12 章 麦克斯韦方程组 电磁波	245
8.11 课后习题	158	12.1 位移电流	245
第 9 章 磁场之源 磁介质	161	12.2 磁场的高斯定理	247
9.1 毕奥-萨伐尔定律	161	12.3 麦克斯韦方程组	248
9.2 两平行导线之间的力	166	12.4 平面电磁波	249
9.3 安培环路定理	166	12.5 电磁波谱	251
9.4 螺线管	171	12.6 坡印亭矢量	252
9.5 磁偶极子的磁场	173	12.7 动量和辐射压	255
9.6 磁介质	175	12.8 电磁波的产生	256
9.7 有介质时磁场的基本规律	180	12.9 知识点总结	257
9.8 知识点总结	182	12.10 解题方法总结	259
9.9 解题方法总结	188	12.11 题解	260
9.10 题解	190	12.12 概念题	263
9.11 概念题	198	12.13 课后习题	263
9.12 课后习题	198	参考文献	266

第1章 场与场的表征

教学内容与要求：本章首先介绍场的概念、分类和描述方法，目的是让学生更直观地理解场，为学习电磁场理论打下基础。要求掌握标量场和矢量场的概念、性质、描述方法和场线的特点；理解常见的标量场与矢量场。

1873年，经典电磁场理论以较完整的形式出现在麦克斯韦的《论电和磁》中。麦克斯韦关于场的理论很大程度上是基于法拉第的直觉洞察力，法拉第敢于打破常规，提出与牛顿力学格格不入的“场—力线”概念来解释电磁科学现象。这个场的理论被广泛接受后，人们从根本上转变了对物理现实的理解。场的理论认为电磁场是物体相互作用的介质。这个观点与此前的“超距作用”的观点完全不同。

什么是“超距作用”呢？超距作用是物理学历史上出现的一种观点，它认为相隔一定距离的两个物体之间存在直接的、瞬时的相互作用，比如万有引力或电荷之间的力，除了物体本身和它们之间的空间之外，不需要任何媒介传递，也不需要任何传递时间。“超距”的含义是说物体之间相互作用时，除了它们之间的“空间”外，不需要任何形式的媒介与传递方式。

很多自然哲学家反对“超距作用”理论。因为在我们的日常经验中，物体之间只有在相互接触时才存在相互作用力。从场的理论来看，这个观点是正确的，不直接接触的物体相互作用时，在它们之间必定存在相互作用的媒介和机制。

两个空间上分离的物体之间的作用力是通过环绕在物体周围与物体直接“接触”的中间媒介来传递的。尽管两个物体不直接接触，但是它们都与这个存在于它们中间的媒介直接“接触”。相互作用力就是靠中间的媒介以有限的速度传递的。“场”的观点否定了“超距作用”的观点，取而代之的是由场提供的“连续接触”的相互作用。这是场论的本质，也是现代人认识周围世界的基础。

经典电磁场理论作为初级场论，是学生系统学习的第一个场论，它的很多概念具有数学复杂性，因此学生在学习时普遍感到困难。本章主要讨论什么是场，如何描述和表征场，为学生学习电磁场理论打下基础。

1.1 标量场

标量场是物理学中诸多场中的一种。假如在空间中的每一点的属性都可以用一个标量来代表，那么这个场就是一个标量场。标量场的数值是空间位置的函数。最常用的标量场有温度场、电势场、密度场、浓度场等。比如，图 1.1.1 显示了由火星探测器 MGS (Mars Global Surveyor) 搭载的热辐射光谱仪所测量的火星夜间温度分布，其中紫色代表最低温

度 -120°C ，白色代表最高温度 -65°C 。视图右半侧中心是伊希地平原(Isidis Planitia)(15°N , 270°W)，该区域被温暖物质覆盖，表明其是砂质或岩石表面。伊希地平原右侧的冷的(蓝色的)小圆形区域是极乐(Elysium)火山，被火山灰覆盖，因此在夜间降温迅速。此时，北半球是夏季，北极沐浴在温暖的阳光里，相对温度较高；南半球是冬季，南极温度极低。

图 1.1.1 中不同的颜色代表了火星表面不同地点的温度。由于这个图是个二维图片，故只能表述火星表面上的温度，不能表述温度随高度是如何变化的。但从原则上讲，一个标量场可以表述三维空间任何一点的某一特征数值。图 1.1.2 显示了温度作为高度的函数在地球表面以上的变化情况。此图作为第三个维度，是对二维标量图 1.1.1 的补充。

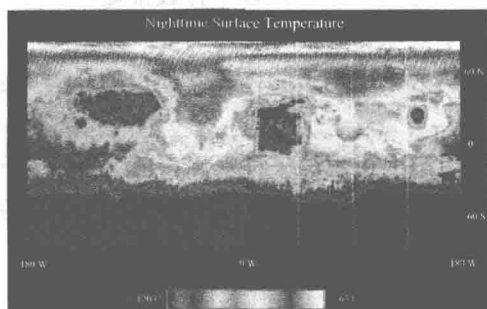


图 1.1.1 火星夜间温度分布

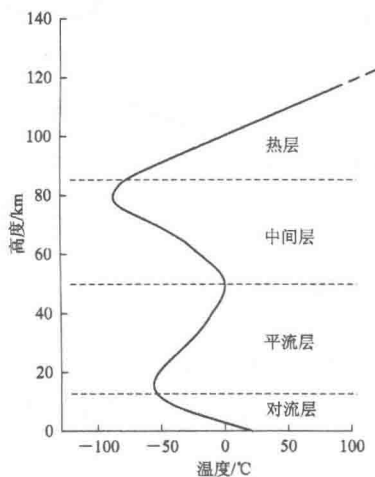


图 1.1.2 地球表面以上大气温度随高度的变化情况

怎样来表示大气温度的三维标量场呢？原则上可以划分出一个个的三维大气体积元，对不同的体积元标注不同的颜色来代表该处的温度。

另一个方法是用数学函数来表述空间温度变化。对地球来说，最好采用球坐标系 (r, θ, φ) ，如图 1.1.3 所示。球坐标系选取地心为坐标原点，任意点的温度用函数 $T(r, \theta, \varphi)$ 表示。也就是说，坐标 (r, θ, φ) 点的温度值就是函数 $T(r, \theta, \varphi)$ 的函数值。温度函数 $T(r, \theta, \varphi)$ 就是一个典型的标量场。温度场是标量场，表明任一点的温度只是一个数值，而不是一个具有方向的矢量。

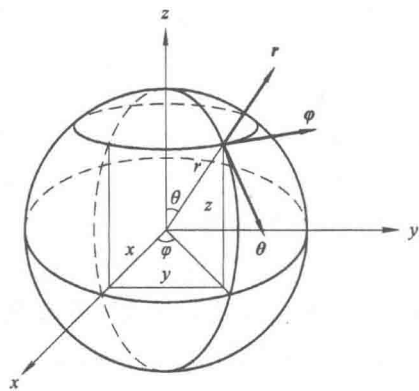


图 1.1.3 球坐标系

例题 1.1 半冻-半炙行星

恒星外的一颗行星连同行星外的大气，以恒星与行星的连线为轴线，以相同的角频率旋转，因此行星有一半的球体始终面对着恒星。 R 表示行星半径，取行星中心为球坐标 (r, θ, φ) 的原点，取 $\varphi = \pi/2$ 为面向恒星的半球体的中心经线。任一点的温度变化可以用下面的简单模型表示：

$$T(r, \theta, \varphi) = [T_0 + T_1 \sin^2 \theta + T_2 (1 + \sin \varphi)] e^{-\alpha(r-R)} \quad (1.1.1)$$

这里, T_0 、 T_1 、 T_2 和 α 都是常数。在 $e^{-\alpha(r-R)}$ 项中 r 是到原点的距离变量, 这一项表明温度随 r 的增大而按指数减少。 θ 和 φ 的起始值都是 $\pi/2$, 从 $\sin^2 \theta$ 项可知, 随着 θ 的增大或减小(从赤道向两极移动), 温度降低; 从 $1 + \sin \varphi$ 项可知, 随着 φ 的增大或减小(从面向恒星的中心经线走开), 温度降低。

标量场也可以描述其他的物理量, 比如大气压。然而, 在某些情况下用空间每点的一个数值(强度)来表述物理量, 有时是不够的, 比如风速, 因为空间任一点的风速是有大小和方向的。

下面讲述标量场的表征。

如前所述, 场是某一物理量在空间各点的值。标量场是用空间各点的数值大小来表述的物理量。上面讲到的地球表面大气的温度是标量场。例如:

$$\varphi(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y+d)^2 + z^2}} - \frac{1/3}{\sqrt{x^2 + (y-d)^2 + z^2}} \quad (1.1.2)$$

从数学上给出了标量函数 φ 在空间每一点 (x, y, z) 的取值。如何形象地表述公式(1.1.2)代表的标量场呢? 下面讨论三种可行的常用表征方法。

1. 等值线法

等值线法是固定一个独立变量, 比如 z 变量, 然后画出其他二维变量 x 、 y 的空间分布, 这样每个 z 变量对应一系列的等值线, 这些不同的等值线对应了函数 φ 的不同的恒定值, 形成一个轮廓图, 改变独立变量 z 就得到一系列类似的轮廓图。在 $z=0$ 时, xy 平面内的 φ 的取值公式变成

$$\varphi(x, y, 0) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y+d)^2}} - \frac{1/3}{\sqrt{x^2 + (y-d)^2}} \quad (1.1.3)$$

若取 $d=1$, 则 φ 的不同的等值线显示在图 1.1.4 中, 等值线标有该线代表的函数值。

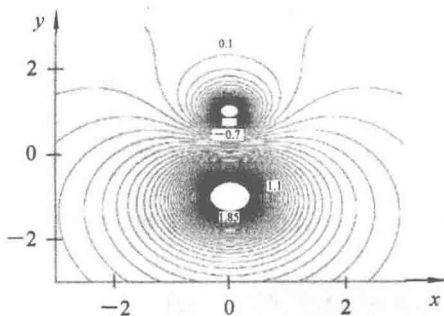


图 1.1.4 式(1.1.3)所描述的等值线图

2. 颜色编码法

颜色编码法是固定一个独立变量, 使用颜色编码来表示标量场的值与另外两个变量的关系。在图 1.1.1 和图 1.1.2 中用来表示温度场时就是使用的这种方法。图 1.1.5 中也使用了颜色编码法来表示标量场 $\varphi(x, y, 0)$, $\varphi(x, y, 0)$ 的不同值用不同的颜色来表示。

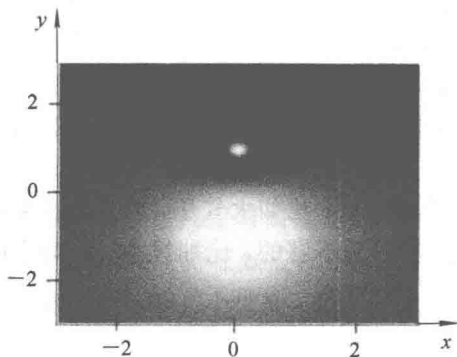


图 1.1.5 式(1.1.3)所表示的标量场在 xy 平面内的颜色编码图

3. 地势图法

地势图法是固定一个独立变量,用高度代表函数值,画出高度随其他两个变量的变化情况。图 1.1.6 表示了式(1.1.3)标量场的地形图。注意,在地形图上看到的等高线,其高度相当于函数 φ ,只是没有变量 z 。

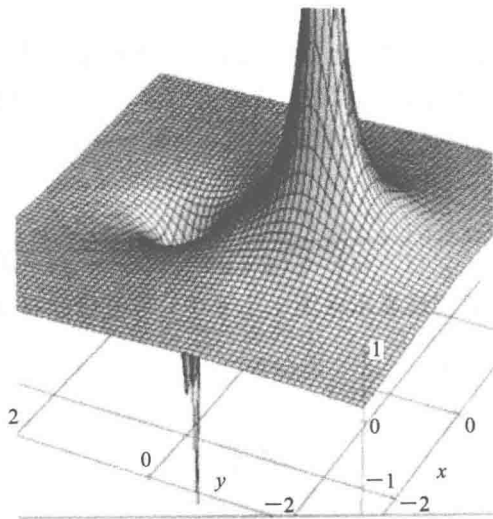


图 1.1.6 式(1.1.3)标量场的地形图

1.2 矢 量 场

在空间中,既有大小又有方向的量,称为矢量。一般来说,在物理学中称其为矢量,在数学中称其为向量。在物理学中,矢量常用来描述诸如速度、动量、加速度、力等和某一对象相联系的物理量。然而,当我们要描述一个包含多个对象的系统(比如流动的水、雨和雪等)时,需要给每个对象标识一个矢量。

例如图 1.2.1,以降落的雪花为研究对象。当雪花降落时,每一片雪花都有自己特定的方向。雪花的运动可以用一系列连续拍摄的照片进行分析。在任一瞬时,我们可以给每

一片雪花标识一个速度矢量来表征它的运动情况。

降落的雪花是离散物体的集合。如果我们要研究像液体一样的连续体的运动情况，则对任意时刻流体的每一点都要标出一个速度矢量。每一个矢量描述某个点在该时刻的速度大小和方向。这些速度矢量的集合就构成速度矢量场。矢量场与标量场的重要区别在于前者包含了空间每个点上某物理量的方向和大小两种信息，而后者只具有每个点上大小的单一信息。气流是连续体运动的常见例子。图 1.2.2 描绘了气流变化的一个场景，图中风速是某时刻空间位置的函数，带箭头的流线是各点的速度矢量首尾相接形成的。

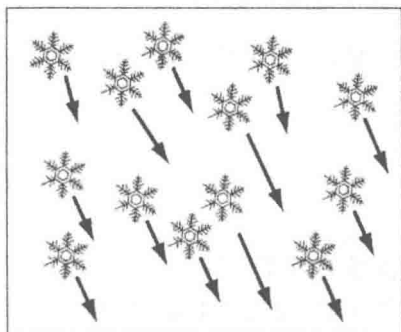


图 1.2.1 降落的雪花

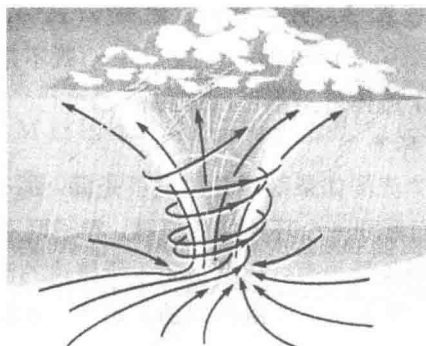


图 1.2.2 气流示意图

1. 流体场

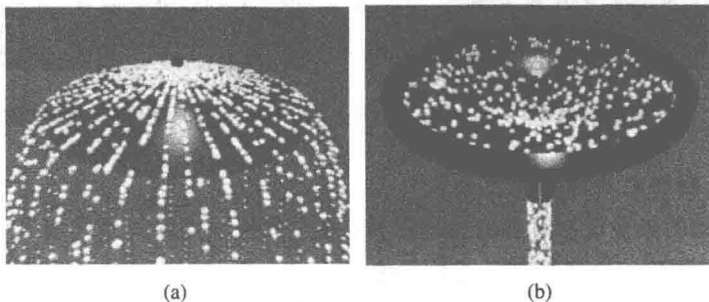
1) 源和漏

一般情况下，一个矢量场可写成

$$\mathbf{F}(x, y, z) = F_x(x, y, z)\mathbf{i} + F_y(x, y, z)\mathbf{j} + F_z(x, y, z)\mathbf{k} \quad (1.2.1)$$

这里的各分量都是标量。流体是最容易观察到的矢量场，下面用流体来验证矢量场的特性。

图 1.2.3 演示了流体的物理模型。这里用有限个数的点粒子来代表流体。在图 1.2.3(a) 中，粒子(流体元)出现在圆锥的中心(源)，然后在重力的作用下向下流动。也就是说，在源的位置产生出流体元，流体元接着从源点流走。因为粒子表现出从其源点“散开”的现象，故称之为散流。图 1.2.3(b) 是图 1.2.3(a) 的逆向过程，是一个汇流，或者称为粒子的“漏”。



(a)

(b)

图 1.2.3 流体的物理模型

(a) 源与散流；(b) 漏与汇流

在矢量计算中,我们用下式表示流体的流场:

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad (1.2.2)$$

如果一个点 (x, y, z) 的 $\mathbf{v}(x, y, z)$ 的散度大于零,则这个点是源。即

$$\nabla \cdot \mathbf{v}(x, y, z) = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} > 0 \quad (1.2.3)$$

其中

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \quad (1.2.4)$$

是哈密顿算子。另一方面,如果 $\mathbf{v}(x, y, z)$ 的散度小于零,那么 (x, y, z) 点是漏。当 $\nabla \cdot \mathbf{v}(x, y, z) = 0$ 时,点 (x, y, z) 既不是源也不是漏。一个流体的流场的散度如果是 0,那么这个流体就是不可压缩的。

2) 环流

一个流场如果既不是源也不是漏,那么它可能属于另一种类型——环流。在图 1.2.4 中,我们看到一个环流场的模型,粒子既不产生也不消失,而仅仅是作环形运动。

运用矢量语言,在图 1.2.4 所描述的流动中,流场的旋度不等于零而散度等于零。相对而言,在图 1.2.3 所描述的流动中,流场的旋度等于零(没有环形运动)而散度不等于零(粒子产生或消失)。

又如,图 1.2.5 中显示了一个由环流和散流相互作用形成的流场(矢量场的旋度和散度都不等于零)。任何矢量场都可以写成一个无旋度场(没有环流)和一个无散度场(没有源或漏)的叠加。我们将发现在研究静电场和静磁场时,静电场是无旋场(类似于图 1.2.3),静磁场是无散场(类似于图 1.2.4),只有在处理随时间变化的情形的时候,才会碰到同时具有散度和旋度的电场,图 1.2.5 描述的就是这种旋度和散度均不为零的场。据人们所知,直到今天,即使在时变条件下,磁场也依然总是无散度场。因此,磁场看起来总是与图 1.2.4 相类似。

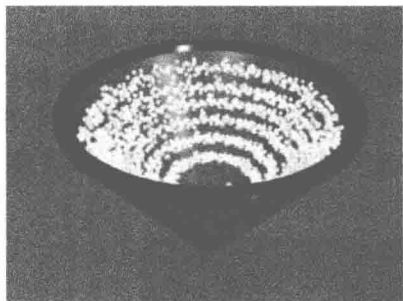


图 1.2.4 环流的例子

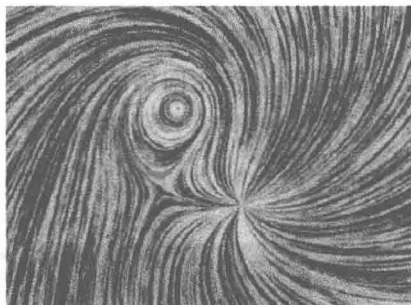


图 1.2.5 同时具有环流(旋度)和散流(散度)的流场

3) 流场与电磁场之间的类比关系

描述流体流动的矢量场有直观的物理解释:在空间任一点的矢量代表了一个流体元的运动速度,我们可以构建这些流场的动态画面来显示其运动。一个广义上的矢量场,比如电场和磁场,没有液体流动那么直观的物理解释。它们没有流体沿着电场或者磁场的“流动”。

然而,即使电磁学里的矢量不代表流体的流动,我们仍然可以沿用在描述流场时所使

用的术语和规律。比如,在讨论流场时,“通量”有一个界限明确的物理含义,它就是单位时间内流过给定截面的流体的流量大小。而当我们讨论电场流过一个面的通量时,它没有这样明确的含义,但是我们就像在讨论流体流动时一样仍然使用这个术语。类似地,我们将发现磁矢量场具有类似于流场的环流特性,实际上没有流体沿着磁场方向环形流动,但我们将沿用这个方法研究磁场。

下面将使用很多流场的专业术语来描述电磁场,因为这样能帮助我们直观地理解电磁场的结构。同时,我们也一定要明白类比是有限制的。

2. 其他常见的矢量场

1) 万有引力场

地球的重力场也是一种矢量场,重力场可用来描述地球和有质量的物体之间的相互作用。根据牛顿的万有引力定律,两个质量为 m 和 M 的物体之间的万有引力是

$$\mathbf{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \mathbf{r} \quad (1.2.5)$$

其中: r 是两物质之间的距离; $\mathbf{r}$ 是 m 所在位置,由 M 指向 m 的单位矢量; G 为万有引力常数, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ 。注意:这个力是吸引力,其大小总是反比于两物体之间的距离的平方值。

例如,如果 M 是地球的质量,在空间一点 P 的重力场强度 $\mathbf{g}$ 就定义为单位质量物体受到地球给它的引力,可以写成

$$\mathbf{g} = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{\mathbf{F}_g}{m} = -G \frac{M}{r^2} \mathbf{r} \quad (1.2.6)$$

从该表达式可以看出,地球引力场是指向地心的射线,如图 1.2.6 所示。

在地球表面,地球引力场近似一个常数,大小是

$$g = G \frac{M}{R_E^2} \approx 9.8 \text{ m/s}^2 \quad (1.2.7)$$

R_E 是地球半径。

2) 电场

静止电荷之间的相互作用称为静电力。然而,与物体的重力不同,自然界有两种电荷:正电荷和负电荷。电荷之间的静电力可以是吸引力也可以是排斥力,静电力随着电荷分开的距离的平方增大而减小。电荷在其他电荷上施加力的方式类似于万有引力。考虑一个对象具有电荷 Q 。一个“试探电荷” q 放在距离 Q 为 r 的 P 点,试探电荷受到的库仑力是

$$\mathbf{F}_e = k_e \frac{Qq}{r^2} \mathbf{r} \quad (1.2.8)$$

其中: $\mathbf{r}$ 是由 Q 指向 q 的单位矢量;比例常数 $k_e = 8.9875 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$,称为库仑(Coulomb)常数。 P 点的电场强度定义为

$$\mathbf{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\mathbf{F}_e}{q} = k_e \frac{Q}{r^2} \mathbf{r} \quad (1.2.9)$$

电场强度的 SI 单位是牛顿每库仑(N/C)。如果 Q 是正的,则它的电场线从电荷辐射状

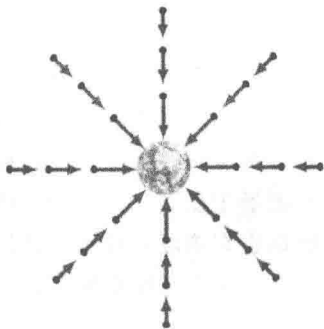


图 1.2.6 地球引力场

指向外；相反，如果 Q 是负的，则它的电场线从电荷辐射状向内指(见图 1.2.7)。从场的观点出发，我们可以说电荷 Q 建立了电场 E ，电场 E 对电荷 q 存在一个力 $F=qE$ 。

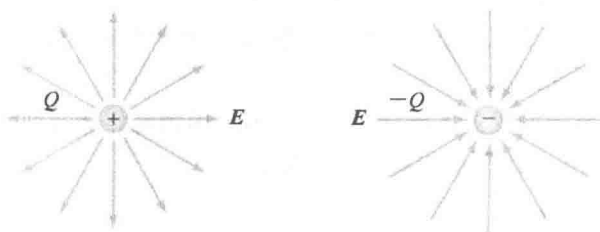


图 1.2.7 正负电荷的电场

3) 磁场

磁场也是矢量场。人们最熟悉的磁场源是条形磁铁。条形磁铁的一个极叫北极(N极)，另一极叫南极(S极)。磁铁的同极相斥而异极相吸(见图 1.2.8)。

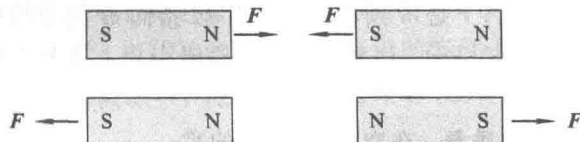


图 1.2.8 磁体的吸引与排斥

如果把一些指南针放在条形磁铁的附近，指针将沿着磁场方向排列，见图 1.2.9。

可以这样解释观察到的现象：一个指南针包含着一个小的条形磁铁，指南针可以绕旋转中心自由旋转。当指南针放在条形磁铁附近时，也就放入了条形磁铁产生的磁场中。指南针在磁场中受到一个力矩，使它的 N 极沿着条形磁铁的外部磁场方向排列。

地球也有磁场，看起来就像一个大的条形磁铁在地球内部(见图 1.2.10)。需要注意的是：地球磁极的南极在地理北半球。

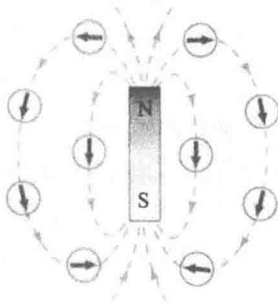


图 1.2.9 条形磁铁的磁场

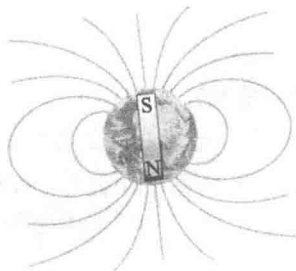


图 1.2.10 地球的磁场

3. 矢量场的表述

我们怎样描述矢量场呢？矢量场的信息比标量场多(大小和方向)，直观地描述矢量场将变得更加复杂。

下面通过一个矢量场的解析，分析并讨论描述它的不同方式。设

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{x\mathbf{i} + (y+d)\mathbf{j} + z\mathbf{k}}{[x^2 + (y+d)^2 + z^2]^{3/2}} - \frac{1}{3} \frac{x\mathbf{i} + (y-d)\mathbf{j} + z\mathbf{k}}{[x^2 + (y-d)^2 + z^2]^{3/2}} \quad (1.2.10)$$

这个场的大小正比于两个异号点电荷的电场，其中正电荷的电量是负电荷的三倍。正电荷的坐标是 $(0, -d, 0)$ ，负电荷的坐标是 $(0, d, 0)$ 。

1) 矢量表述法

图 1.2.11 是方程(1.2.10)描述的矢量场在 $z=0$ 平面内的一个例子。这个电场是由一个正电荷(橘色)和一个负电荷(蓝色)共同产生的，其中正电荷的电量是负电荷的三倍。以后正负电荷都按这个方法表示。

在描述矢量场时，在矩形的栅格线上加上箭头来表示矢量场的方向，在某点的箭头方向就是该点的矢量场的方向。在很多情况下，让箭头的长度正比于该点矢量场的强度。但是也可以令所有的箭头都一样长，只画出箭头的方向，而用颜色编码的方式代表矢量场的强度。有时候也可以不给出任何强度信息，只用栅格点上的箭头来指示某些点的矢量场方向。

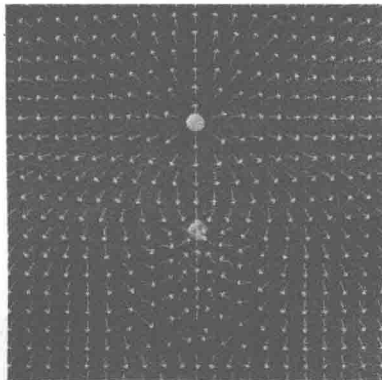


图 1.2.11 两个点电荷的矢量场

图 1.2.11 是最后一种情况的例子，也就是用栅格点上的箭头来指示矢量场的方向，而没有指出强度大小。注意，箭头的方向始终是从正电荷(正电荷是电场的“源”)指向负电荷(负电荷是电场的“漏”)。

2) 场线表述方法

还有其他的方法来描述矢量场。一个最常见的方法是画“场线”。法拉第称电场的场线为“力线”。在画场线时，从空间一点出发沿该点场的方向移动极短的距离，画出这条极短的线，然后从刚才的终点出发，重复上述过程。无限地、重复地画出连续线，这样就得到了在每一点都和矢量场方向相切的场线。如果从不同的出发点画出一系列的场线，就能很真实地反映矢量场的特性。图 1.2.12 是在图 1.2.11 的基础上画了若干连续的场线，每一点场线的切线方向就是该点矢量场的方向。

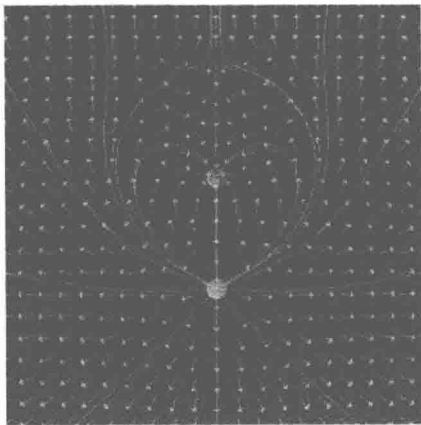


图 1.2.12 画有连续场线的两个点电荷的矢量场
(与图 1.2.11 相同的矢量场)

总之，场线是由矢量场和初始点设定的轨迹，在空间里，矢量场在每一个位置都设定了一个方向。只要按照矢量场在每一个位置所指的方向来追踪路径，就可以素描出正确的场线。更精确地说，场线在每一个位置的切线必须平行于矢量场在那一个位置的方向。画场线时应遵循以下原则：

- (1) 任意点的场线的切线方向就是该点的矢量场方向。
- (2) 场线之间永远不能相交，否则交点处就会有两个不同的场方向。
- 3) 填充铁屑描述法

填充铁屑(iron filings)描述法也称“草籽(grass seeds)”法。对于电场，这个名称来自于这样的实验事实：如果把草种子分散在强电场中，它们将重新分布排列，其长轴将沿着所处点的电场方向分布。因此，这提供了一个更形象的描述场的模型。图 1.2.13 是两个电荷的电场(与图 1.2.11 和图 1.2.12 相同)的“草籽”描述图。用“草籽”法描述的矢量场能在场的空间结构上给出更多的信息。

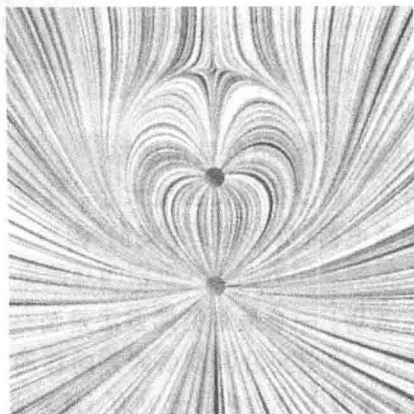


图 1.2.13 两个电荷的电场的“草籽”描述图

当用填充铁屑描述法来描述磁场时，我们把它称为“铁屑填充法”。这个名称来源于以下实验事实：如果把铁屑分散在强磁场中，它们将重新分布排列，其长轴将沿着所处点的磁场方向分布。

刚接触电磁学的同学常常怀有这样的疑问——“场线之间是什么？”图 1.2.12 和图 1.2.13 可以清楚地回答上述问题。场线之间是更多的我们没有画出来的场线。在电荷之间场本身具有连续性。

4. 电场线与磁场线的运动

在本书中，将用上述几种方法描述电磁场的空间结构。另外，对于场线、草籽和铁屑填充描述法，将经常演示它们代表的场的时间演变。方法就是在电磁场中给定的点处让场线、草籽和填充铁屑沿能量流动的方向移动。能量流动的方向是 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ，即 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 的叉乘积，垂直于 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 。这一点和流体场的描述有很大不同，流体场的方向就是其本身的速度场的方向。电磁场的能量流将在 12.6 节中讨论。

采用这个方法来说明时变电磁场，是因为电磁场可同时维持能量流和储存能量。在第 12 章学习坡印亭矢量的时候会讨论如何定量计算能量流。