



Research on the Education of  
Statistics and Probability

# 统计与 概率教育研究

陈惠勇/著



科学出版社

3892

江西省高等学校教学改革研究重点课题——学科教学（数学）  
“统计教育研究”课程改革研究（JXJG-16-2-6）成果

# 统计与概率教育研究

陈惠勇 著



科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书探究核心素养理念下的统计与概率教育有关专题，涉及数学核心素养之一的“数据分析”素养的内涵与教育价值以及该素养水平有效达成的路径等，旨在为我国新一轮数学课程改革提供重要的参考和借鉴。主要内容有：核心素养理念下的统计与概率教育探究；国内外统计与概率教学研究评介；义务教育和高中数学“统计与概率”课程标准与教材研究；初中生统计观念发展水平调查研究；高中生统计思维发展水平调查研究；统计与概率考试评价研究；高中数学“统计与概率”教学设计案例研究等。

本书适合高等师范院校数学教育专业本科生、数学教育方向研究生以及中学数学教师阅读，也可供对于基础教育数学课程改革和研究以及对数学教育感兴趣的读者参考。

---

### 图书在版编目（CIP）数据

---

统计与概率教育研究/陈惠勇著.—北京：科学出版社，2018.9

ISBN 978-7-03-058140-2

I. ①统… II. ①陈… III. ① 概率论-教学研究-高等学校 ②数理统计-教学研究-高等学校 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 134259 号

---

责任编辑：李 欣/责任校对：彭珍珍

责任印制：张 伟/封面设计：陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京教图印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2018 年 9 月第 一 版 开本：720×1000 1/16

2018 年 9 月第一次印刷 印张：24

字数：479 000

定价：158.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

## 作者简介



陈惠勇，1964年9月生，江西上饶人。1985年7月本科毕业于江西师范大学数学系。2004年1月硕士研究生毕业于江西师范大学数学与信息科学学院。2007年7月博士研究生毕业于中国科学院数学与系统科学研究院/中国科学院研究生院（现中国科学院大学）（导师李文林先生，研究方向是近现代数学史）；2008年8月至2010年11月从事数学教育领域博士后研究（合作导师是北京师范大学数学科学学院曹一鸣教授）。曾在江西省上饶县中学、江西省上饶市第一中学、北京市十一学校等校工作。2009年7月起在江西师范大学数学与信息科学学院工作。现任中国数学会数学史分会理事，全国数学教育研究会常务理事，江西省高等师范教育数学教学研究会秘书长，江西省教育学会中学数学教学专业委员会副主任委员，《数学教育学报》编委。著有：《高斯的内蕴微分几何学与非欧几何学思想之比较研究》（高等教育出版社，2015）；《数学课程标准与教学实践一致性——理论研究与实践探讨》（科学出版社，2016）；译著《关于曲面的一般研究》（高斯著）（哈尔滨工业大学出版社，2016）。

# 序

统计与概率是人们了解“不确定性”现象数量规律的数学分支，是基于大数据进行分析与推断的重要工具。依据大量无组织的信息进行数据分析处理，并作出合理的决策，已成为未来公民必备的基本核心素养之一。当下的中学数学课程中，“统计与概率”的教学越来越受到数学教育界的重视，我国统计与概率内容呈现出“广而不深”的特点，以基础知识的了解、理解学习为主，有的教学实践中存在一定程度拔高的现象，和现行的数学课程标准的难度要求并不太一致。如何进行统计与概率教育教学，这方面系统的研究并不多。

近日收到陈惠勇博士发来的《统计与概率教育研究》一书的电子稿，通读全书，给我一种惊喜与欣慰！

该书涉及的研究领域——统计与概率教育，一直以来是我国数学课程改革背景下的数学教育研究之薄弱环节。该书涉及当今数学课程改革中的问题——核心素养理念下的统计与概率教育、高中数学课程标准之“统计与概率”课程内容的整体设计、现阶段我国中学生的统计观念以及统计思维发展水平的现状、统计与概率的考试评价等领域。该书所研究的领域广泛，并有独到的思考与见解，因而具有重要的学术价值，在某种程度上可以说填补了统计与教育领域的一个空白。例如，该书提出了“统计思维与观念+数据分析技术+数据分析方法=统计与概率核心素养”这一统计与概率的核心素养框架，并把这一融合了统计思维与观念的技术与方法的素养框架称为“随机思想方法”，认为统计与概率之核心素养就是“随机思想方法”。这些观点值得我们深思，它必将为数学课程标准的进一步修订提供重要的参考。

课程改革能否有效实施，取决于教师如何组织有效地实施课程，开展课堂教学以及学生真正体验课程内容，而不是课程标准、教材甚至学校课程表所列出的课程。该书在这一领域也进行了积极的探索与实践，如该书对高中数学“统计与概率”的教学设计案例研究，以及指导学生直接参与中学数学课堂的“同课异构”教研活动等，都是在“如何组织有效地实施课程，开展课堂教学以及学生真正体验课程内容”的有益探索，这就为统计与概率的教育研究落到实处，为基础教育

领域一线教师提供了一个实践研究范式。

该书是他多年来研究与思考的积淀，具有较高的学术价值。这也让我回想起惠勇博士多年来在数学教育研究领域孜孜以求勤奋刻苦的执着与探索。

2008年8月—2010年11月，陈惠勇博士与我合作从事数学教育学领域博士后研究。我们在数学教育哲学、数学课程标准及相关领域进行了广泛的交流与讨论，专著《数学课程标准与教学实践一致性——理论研究与实践探讨》（科学出版社，2016年12月）就是他的一个重要研究成果。正是在这本专著中，形成了他的数学教育哲学思想——“数学教育的本质是数学创造性教育，它以着眼于学生主体内在潜能的开发和学生主体的未来发展为其教育哲学理念。在教育实践中贯彻以数学思想方法为核心，充分揭示（或展现）数学的思维过程为原则，通过科学地、高效地组织与运用数学教育的载体，经过从内容到思想方法到能力这一数学方法论的教育方式（中介），培养学生的数学意识、科学精神与人文精神、创造性思维与实践能力，其最终目标是学生主体的自由而全面的发展。”这一数学教育哲学思想，与普通高中数学课程标准所倡导的“学生发展为本，‘立德树人’，提升素养”“把握数学本质，启发思考，改进教学”等数学课程的基本理念具有高度的一致性。

该书是陈惠勇博士长期研究、实践的继续，我相信该书的出版，必将为“统计与概率”的教学与研究提供一份重要的学术文献，为我国新一轮数学课程改革的深入推进提供重要的参考与借鉴。



北京师范大学数学科学学院 教授/博士生导师

全国数学教育研究会理事长

国际数学教育心理学会执行委员

国家教材委员会专家工作委员会专家

2017年12月30日于北京

## 前　　言

随着国家数学课程标准改革的深入推进，统计与概率的教育研究越来越受到基础教育研究者的关注与重视。随着大数据时代的到来，统计与概率核心素养已经成为未来公民必备的思维品质与关键能力之一。2016年9月推出的《普通高中数学课程标准（征求意见稿）》<sup>①</sup>提出以“学生发展为本，‘立德树人’，提升素养”的课程基本理念，并提出高中数学课程目标的六大核心素养体系，“数据分析”就是数学核心素养之一，而“数据分析是统计的核心”，这表明统计与概率的教育研究已经成为当今数学课程改革的重大研究课题之一。

作者自2010年至今，一直担任江西师范大学数学与信息科学学院学科教学（数学）专业研究生“统计教育研究”课程的教学工作。由于本课程的教学没有教材可供参考，本书所涉及的研究课题又是新课程改革中的新问题，在国内外均没有系统的研究，很多研究领域尚没有定论，因此，作者多年来一直尝试进行基于数学课程标准理念指导下的专业学位研究生“统计与概率教育研究”课程改革的实践与研究。

2016年12月，作者获批江西省高等学校教学改革研究重点课题——“学科教学（数学）‘统计教育研究’课程改革研究”（项目编号：JXJG-16-2-6）。作者以此为契机，在系统总结前人研究的基础上，对相关专题进行了比较系统和深入的研究，涉及各国数学课程标准“统计和概率”部分内容的比较研究，以及我国数学课程标准相关部分的整体设计研究等内容，对“统计与概率”核心概念的教与学进行探究，对统计观念和统计思维的发展进行深入的调查研究，同时还涉及数学核心素养之一的“数据分析”素养的内涵与教育价值研究以及该核心素养水平达成的有效路径的研究等专题。

关于本书的书名“统计与概率教育研究”，作者有以下考虑：第一，这是一本数学教育专著，不是纯数学著作，所以称之为“教育研究”；第二，出于当今国际上数学课程改革的趋势或者说基本共识的考虑，也就是说在基础教育阶段，更加关注统计的思想和方法，而不要求严格的数理统计理论基础——概率论，所以各

<sup>①</sup>《普通高中数学课程标准（2017年版）》已于2018年1月由人民教育出版社出版发行。

国数学课程标准基本上采用先讲统计，后讲概率这样一种顺序，这与大学阶段的先学概率论，后学数理统计的顺序不同。本书就是研究在这样一种理念下的统计与概率教育研究中的有关问题，故有此书名。

本书的最大特色就是在整合前人研究的基础上进行了一定的理论创新，并且把课程改革研究与研究生培养紧密结合在一起，力求“教学、科研、学科建设和研究生培养”四合一的教学研究与实践方式。

在本课题（JXJG-16-2-6）的实施及本书的撰写过程中，我的研究生参与了本课题项目的研究工作：康凯和王艳林分别对初中生统计观念发展水平和高中生统计思维发展水平进行了系统的调查研究，并完成了硕士学位论文，本书第7章和第8章就是在他们的硕士学位论文基础上整理而成的。张佳丽、黄中、宋如月、李霞、胡雅丽、胡瑭、王格格、武慧芬等同学提供了高中数学统计与概率教学设计案例研究的初稿，在学科教学（数学）研究生“统计教育研究”课堂上汇报并讨论，最后由本书作者修改定稿，这些设计形成了本书的第10章和第11章。研究生尚颖异提供了初中数学“平均数”的教学案例设计，并在江西省南昌市南钢中学“同课异构”教研活动中进行公开的教学实践与研讨。研究生王格格对本书的初稿进行了细致的阅读和校对工作，使得本书的疏漏之处降至最低。另外，本书的初稿还在我校2016级学科教学（数学）专业研究生“统计教育研究”课堂上进行了讲授和讨论。在此，我要向参与有关工作的研究生表示感谢！

特别感谢我的博士后导师北京师范大学数学科学学院曹一鸣教授为拙著作序。感谢曹老师一直以来对我的指导、帮助和鼓励，作者曾就统计与概率的核心素养问题、统计与概率的考试与评价等问题请教曹老师，曹老师的指导使作者豁然开朗，并给作者以深刻的启示。

感谢江西师范大学数学与信息科学学院杨健夫院长、丁惠生院长等院领导一直以来对作者本人的关心、帮助和支持，感谢院领导对数学教育学科建设的高度重视，并提供出版经费支持，使本书得以顺利出版（本书得到江西省重点学科建设经费项目（编号：05120006）的资助）。

本书的出版是作者主持的江西省高等学校教学改革研究重点课题——“学科教学（数学）‘统计教育研究’课程改革研究”（JXJG-16-2-6）项目的研究成果，也是作者多年来在这一领域研究的一个系统总结。在此，作者也要感谢江西省教育厅高等学校教学改革重点课题项目经费的支持。

特别感谢科学出版社李欣编辑为本书的出版所付出的努力。

最后，作者对所有关心、帮助和支持本人工作的师长、同仁、领导以及我的研究生们，表示衷心的感谢！

陈惠勇

2017年11月30日

# 目 录

序

前言

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| <b>第1章 绪论</b>                     | 1  |
| 1.1 引言                            | 1  |
| 1.2 研究问题                          | 2  |
| 1.3 研究方法                          | 2  |
| 1.4 理论基础与研究框架                     | 3  |
| <b>第2章 核心素养理念下的统计与概率教育探究</b>      | 6  |
| 2.1 研究背景                          | 6  |
| 2.2 关于统计与概率教育观的演变与分析              | 7  |
| 2.3 相关研究及启示                       | 9  |
| 2.4 统计与概率的核心素养——随机思想方法            | 12 |
| 2.5 统计与概率之核心素养有效达成探究——教学的视角       | 13 |
| <b>第3章 国外统计与概率教学研究评介</b>          | 16 |
| 3.1 肖内西的“概率统计的研究：反思与展望”           | 16 |
| 3.2 弗赖登塔尔的“概率和统计”教学研究             | 28 |
| <b>第4章 国内统计与概率教学研究评介</b>          | 35 |
| 4.1 鲍建生和周超“统计与概率”教学研究             | 35 |
| 4.2 吴颖康“统计概率教学研究及案例分析”            | 48 |
| 4.3 本章小结与思考——统计与概率的教育价值           | 53 |
| <b>第5章 义务教育数学“统计与概率”课程标准与教材研究</b> | 55 |
| 5.1 义务教育第一学段“统计与概率”研究             | 55 |
| 5.2 义务教育第二学段“统计与概率”研究             | 62 |
| 5.3 义务教育第三学段“统计与概率”研究             | 75 |

|                                      |     |
|--------------------------------------|-----|
| <b>第 6 章 高中数学“统计与概率”课程标准与教材研究</b>    | 86  |
| 6.1 《普通高中数学课程标准（征求意见稿）》“统计与概率”整体设计分析 | 86  |
| 6.2 必修课程主题四“统计与概率”课程标准与教材研究          | 93  |
| 6.3 选修 I 课程主题三“统计与概率”课程标准与教材研究       | 99  |
| 6.4 选修 II 课程“统计与概率”课程标准与教材研究         | 102 |
| <b>第 7 章 初中生统计观念发展水平调查研究</b>         | 108 |
| 7.1 引言                               | 108 |
| 7.2 理论基础                             | 109 |
| 7.3 初中生统计观念发展水平研究                    | 115 |
| 7.4 影响初中生统计观念发展的因素研究                 | 126 |
| 7.5 研究结论与展望                          | 134 |
| 附录一 初中生统计观念发展水平问卷                    | 136 |
| 附录二 教师访谈提纲                           | 139 |
| 附录三 学生访谈提纲                           | 142 |
| 附录四 统计教学片断                           | 145 |
| 附录五 初中生统计观念各维度掌握情况                   | 149 |
| <b>第 8 章 高中生统计思维发展水平调查研究</b>         | 165 |
| 8.1 引言                               | 165 |
| 8.2 文献综述                             | 168 |
| 8.3 研究方法                             | 172 |
| 8.4 调查结果统计                           | 177 |
| 8.5 调查结果分析                           | 188 |
| 8.6 促进学生统计思维水平发展的策略与研究展望             | 193 |
| 附录一 统计思维水平问卷调查（高三年级测试卷）              | 198 |
| 附录二 高中数学教师对“统计”教学认识的访谈提纲             | 200 |
| 附录三 题目评分标准                           | 201 |
| <b>第 9 章 统计与概率考试评价研究</b>             | 204 |
| 9.1 统计与概率的核心思想和方法                    | 204 |
| 9.2 统计与概率考试评价及试题命制的定位与思路             | 205 |
| 9.3 统计与概率考试评价之试题命制实例分析               | 206 |
| 9.4 思考与启示                            | 219 |
| <b>第 10 章 高中数学“统计”教学设计案例研究</b>       | 220 |
| 案例 1：从普查到抽样                          | 220 |
| 案例 2：抽样方法                            | 224 |

|  |            |
|--|------------|
| 案例 3：统计图表.....                         | 232        |
| 案例 4：数据的数字特征.....                      | 236        |
| 案例 5：用样本估计总体.....                      | 241        |
| 案例 6：统计活动：结婚年龄的变化.....                 | 246        |
| 案例 7：相关性.....                          | 254        |
| 案例 8：最小二乘估计.....                       | 261        |
| 案例 9：回归分析.....                         | 267        |
| 案例 10：独立性检验.....                       | 274        |
| <b>第 11 章 高中数学“概率”教学设计案例研究 .....</b>   | <b>280</b> |
| 案例 1：随机事件的概率.....                      | 280        |
| 案例 2：古典概型.....                         | 285        |
| 案例 3：几何概型.....                         | 289        |
| 案例 4：离散型随机变量及其分布列.....                 | 296        |
| 案例 5：超几何分布.....                        | 306        |
| 案例 6：条件概率与独立事件.....                    | 311        |
| 案例 7：二项分布.....                         | 316        |
| 案例 8：离散型随机变量的均值与方差.....                | 319        |
| 案例 9：正态分布.....                         | 326        |
| <b>附录 ICME-13 专题综述：统计教育的实证研究 .....</b> | <b>333</b> |
| <b>参考文献 .....</b>                      | <b>357</b> |

# 第1章 绪 论

## 1.1 引 言

随着科技进步和社会经济的发展，我们面临的数据量正以指数量级的速度增长，产生了许多高维数据、缺失数据和复杂结构数据。对于这些复杂数据，人们已经很难直观地对现象进行判断，高维复杂数据的有效分析遇到了前所未有的挑战，这些挑战为统计学的发展创造了难得的历史机遇，同时，也为统计与概率的教育带来新的问题和挑战。

统计观念和统计思维已经成为未来公民必不可少的数学核心素养之一。国内外基础教育课程改革已经充分注意到这一趋势，因而，在各国的数学课程改革中均将统计学知识作为课程标准的重要内容之一。统计教育的研究也成为数学教育研究的重要课题，历届的国际数学教育大会（ICME）都列有“统计的教学研究与发展”和“概率的教学研究与发展”等课题研究组，并有大会的专题研究报告，如 2016 年 7 月 24—31 日在德国汉堡大学召开的 ICME-13，就有关于统计与概率研究的专题综合报告，分别为：*Topical Surveys: Empirical Research in Statistics Education*（统计教育的实证研究）和 *Topical Surveys: Research on Teaching and Learning Probability*（概率的教与学研究）。从 20 世纪 60 年代起，国际上就有众多学者对统计与概率的教学进行了深入的研究。

由于统计与概率课程中的相当多内容都是当前高中数学课程标准中（包括义务教育数学课程标准）的新增内容，而“统计与概率教育研究”作为数学教育方向硕士研究生一门重要专业课程之一，没有统一教材，因而给该课程教学带来很大的难度和挑战！基于此，我们以历年来开设这门课程的经验和研究为基础，尝试对该课程进行教学改革，探究新课程改革背景下学科教学（数学）专业研究生专业选修课程“统计教育研究”教学改革中的有关问题，内容涉及主要国家数学课程标准“统计和概率”部分内容的比较研究，以及我国数学课程标准相关部分的整体设计研究等，同时也涉及数学核心素养之一的“数据分析”素养的内涵与教育价值研究以及数据分析素养水平达成的路径研究等。

## 1.2 研究问题

多轮的教学改革和研究实践表明，本研究成果对于促进教学工作以及提高教学质量等有着较高的理论价值和实践指导意义，能够使学生：①迅速进入统计与概率教学研究的前沿；②对各国数学课程标准及教材有比较深刻的认识和把握；③研究生科研能力特别是从事相关教育教学研究的能力得到很大的提高。本书就是在这样的背景下研究与总结的。

我们试图回答如下的问题：

- (1) 在当今的大数据时代，统计与概率教育观有哪些变革？它对于当今正在深入推进的数学课程改革有哪些影响？我们应当如何应对？
- (2) 基于学生发展核心素养的统计与概率教育研究的核心问题是什么？它对于数学课程改革有哪些借鉴和指导意义？
- (3) 当今学生的统计观念与统计思维水平发展现状如何？我们应该如何促成学生统计观念和统计思维水平的有效达成？其实现路径是什么？如何进行科学合理的评价？
- (4) 基于学生发展核心素养的基本理念，我们的有效教学策略是什么？如何进行科学有效的教学设计？

## 1.3 研究方法

- (1) 文献研究法：主要涉及经典著作中的有关统计与概率教学研究的论著、期刊论文以及有关的博士（硕士）学位论文等的分析与研读，了解国内外的研究现状与问题所在，为本研究奠定研究基础。
- (2) 比较研究法：涉及主要国家数学课程标准的“统计和概率”部分，以及我国不同版本数学课程标准实验教材，主要是人教版和北师大版教材的比较与分析。
- (3) 问卷调查法：通过问卷调查对初中学生的统计观念以及高中学生统计思维水平的发展现状进行调查分析，并以此为依据进行统计与概率的教学设计案例研究。
- (4) 理论建构：在上述研究的基础上，进行深入思考与分析研究，建构本书的理论体系，为统计与概率的教学提供参考与借鉴。

## 1.4 理论基础与研究框架

### 1.4.1 研究的理论基础

#### 1. 数学核心素养理论

由教育部基础教育课程教材专家工作委员会普通高中课程标准修订组新修订的《普通高中数学课程标准（征求意见稿）》于2016年9月推出，其中在课程理念、数学核心素养的界定、课程目标、课程结构，以及课程内容等方面都进行了重大的调整，提出了数学核心素养指标体系及其质量描述与水平划分，这标志着我国课程改革进入一个相对理性和成熟的新时代。“数据分析”素养被新修订的《普通高中数学课程标准（征求意见稿）》列为六大学科核心素养之一。因而关于数学核心素养的理论就成为本研究的理论基础，也为统计教育研究提出了新的课题。

《普通高中数学课程标准（征求意见稿）》提出的课程基本理念是：①学生发展为本，“立德树人”，提升素养；②优化课程结构，突出主线，精选内容；③把握数学本质，启发思考，改进教学；④重视过程评价，突出素养，提高质量。

从数学教育哲学的高度来理解和把握数学课程的基本理念，我们可以看出，数学课程的基本理念不仅涉及数学教育观——“学生发展为本，‘立德树人’，提升素养”、数学观和数学教学观——“把握数学本质，启发思考，改进教学”，以及数学课程观——“优化课程结构，突出主线，精选内容”，还涉及数学教育测量与评价观——“重视过程评价，突出素养，提高质量”等数学教育哲学的诸多方面，值得我们深入地思考与研究。其中，特别突出的一个观点，这就是“数学核心素养”的提升和“数学核心素养水平”的有效达成贯穿数学课程基本理念的始终。正如义务教育数学课程标准所指出的那样：“通过高中数学课程的学习，获得进一步学习以及未来发展必需的数学基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验；提高从数学角度发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力；学会用数学眼光观察世界，发展数学抽象和直观想象素养；学会用数学思维分析世界，发展逻辑推理和数学运算素养；学会用数学语言表达世界，发展数学建模和数据分析素养。”这值得每一个研究者注意，也是本书特别关注的一个研究视角。

#### 2. 弗赖登塔尔的“再创造”数学教育理论

由于统计与概率问题的学习，特别强调对问题背景意义的理解，学生亲历统计与概率的思维过程就显得尤为重要。因此，统计与概率教育研究中的有关

课题的教学与研究，弗赖登塔尔的“再创造”数学教育理论特别值得我们借鉴与参考。

弗赖登塔尔所说的“再创造”，其核心是数学过程再现。弗赖登塔尔指出：“将数学作为一种活动来进行解释和分析，建立在这一基础上的教学方法，我称之为再创造方法。”（弗赖登塔尔，1999）他认为“学习过程必须含有直接创造的侧面，即并非客观意义的创造而是主观意义上的创造，即从学生的观点看是创造。通过再创造获得的知识与能力要比以被动方式获得者，理解得更好也更容易保持。”（弗赖登塔尔，1999）学生“再创造”学习数学的过程实际上就是一个“做数学”（doing mathematics）的过程，这也是目前数学教育的一个重要观点。这一过程要求通过教师精心设计，创造问题情境，让学生自己动手实验研究、合作商讨，探索问题的结果。特别需要我们注意的是，弗赖登塔尔的数学教育理论不是“教育学+数学例子”式的论述，而是抓住数学教育的特征，紧扣数学教育的特殊过程，因而有“数学现实”“数学化”“数学反思”“思辨数学”等诸多特有的概念，值得我们深入的研究与借鉴。

### 1.4.2 研究框架

首先，本书基于大数据时代的背景，探究核心素养理念下的统计与概率教育研究中的有关专题。我们从数学教育哲学的视角，在已有研究的基础上，对统计与概率的核心素养问题进行深入的探究，提出“统计思维与观念+技术+方法=随机思想方法=统计与概率核心素养”这一素养框架，并指出基于学生发展核心素养的统计与概率教学方式就是落实“随机思想方法”素养的教学方式，这构成本书的第2章。

接着，我们用两章的篇幅，对国内外统计与概率教学研究中的经典论著（或论文）进行分析与评价，希望对统计与概率的教学研究提供一个必要的研究基础。这部分内容涉及：肖内西的《概率统计的研究：反思与展望》、弗赖登塔尔的名著《作为教育任务的数学》的第十八章“概率和统计”教学研究；以及我国顾泠沅先生主编的“数学教育研究基础丛书”中的两篇专题论文，一篇是鲍建生和周超的《统计与概率》（收录于《数学学习的心理基础与过程》一书的第12章），另一篇是吴颖康的《统计概率教学研究及案例分析》（收录于《数学课堂教研》一书的第7章）。

接下来的第5、6章，我们着重对数学课程改革中的核心问题——数学课程标准及实验教材——进行分析研究。特别地，我们对2016年出台的《普通高中数学课程标准（征求意见稿）》中的“统计与概率”部分内容进行了系统的分析，从统计与概率课程内容的整体设计，核心素养指标体系及其水平划分，到具体的内容

设置甚至参考案例的配置等，都进行了比较细致的分析与研究。

第7—9章是统计与概率教育的专题研究，分别对“初中生统计观念发展水平”“高中生统计思维发展水平”，以及基于新课程标准的“统计与概率考试评价”等专题进行了深入的调查研究和分析探究，期望对统计与概率的教学与研究，提供一个视角与参考。

第10、11章，我们以数学课程标准实验教科书教材为基础，对高中数学统计与概率部分内容进行了系统的教学设计。这是作者基于已有的研究与认识，对高中数学“统计与概率”部分全部内容进行教学设计（包括高中数学必修3、选修2-3），这是统计与概率教学案例研究的一个大胆尝试，该设计能否体现核心素养理念下的统计与概率教育，还有待实践的进一步检验。

最后的附录部分，作者将(ICME-13)专题综合报告：*Topical Surveys: Empirical Research in Statistics Education* (Andreas Eichler, Lucía Zapata-Cardona) 全文译出，为统计与概率教学与研究提供一份重要的参考。

## 第2章 核心素养理念下的统计与概率教育探究

数学核心素养已经成为课程基本理念的核心要素，《2017年版高中数学课程标准》将数据分析素养作为六大学科核心素养之一，课程标准“统计与概率”部分有重大的调整。本章基于已有研究指出“技术+方法=素养”这一素养框架存在的缺失，提出“统计思维与观念+技术+方法=随机思想方法=统计与概率核心素养”这一素养框架，并指出基于学生发展核心素养的统计与概率教学方式就是落实“随机思想方法”素养的教学方式。

### 2.1 研究背景

当代国际著名统计学家 C. R. 劳指出：“在终极的分析中，一切知识都是历史。在抽象的意义下，一切科学都是数学。在理性的基础上，所有的判断都是统计学”（劳，2004）。可见，统计学在人类认知上的重要意义。随着科技进步和社会经济的发展，我们面临的数据量正以指数量级的速度增长，产生了许多高维数据、缺失数据和复杂结构数据。对于这些复杂数据，人们已经很难依赖直观对现象进行判断，高维复杂数据的有效分析遇到了前所未有的挑战，这些挑战为统计学的发展创造了难得的历史机遇（国家自然科学基金委员会，中国科学院，2012）。同时从数学教育视角看，大数据时代背景下统计与概率教学的研究就有着特别重要的意义。

数学核心素养研究被认为是当今数学课程改革最重要的研究课题，数学核心素养已经成为课程基本理念的核心要素。《普通高中数学课程标准（征求意见稿）》（2016年9月）指出：“数学素养是现代社会每一个公民应该具备的基本素养”；“高中数学课程要以学生发展为本，落实‘立德树人’根本任务，培养和提高学生的数学核心素养”；“数学核心素养是数学课程目标的集中体现，是在数学学习的过程中逐渐形成的。数学核心素养是具有数学基本特征的、适应个人终身发展和社会发展需要的人的思维品质与关键能力”。并提出高中阶段“数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析”六大学科核心素养指标体系。这为