- 当代财经管理名著译库
- DSGE经典译丛

[美] 南希·L. 斯托基（Nancy L.Stokey） 著

徐占东 译

不行动经济学

存在固定成本时的随机控制模型

The Economics of Inaction

Stochastic Control Models with Fixed Costs

东北财经大学出版社
Dongbei University of Finance & Economics Press
国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

- 当代财经管理名著译库
- DSGE经典译丛

[美] 南希 · L. 斯托基（*Nancy L.Stokey*） 著

徐占东 译

不行动经济学

存在固定成本时的随机控制模型

The Economics of Inaction

Stochastic Control Models with Fixed Costs

东北财经大学出版社
Dongbei University of Finance & Economics Press
大连

辽宁省版权局著作权合同登记号：06-2017-305

图书在版编目（CIP）数据

不行动经济学：存在固定成本时的随机控制模型 /（美）南希·L.斯托基（Nancy L. Stokey）著；徐占东译.
—大连：北财经大学出版社，2018.9
（DSGE经典译丛）
ISBN 978-7-5654-3176-0

Ⅰ. 不… Ⅱ. ①南… ②徐… Ⅲ. 随机控制-应用-固定成本-研究 Ⅳ. F275.3

中国版本图书馆CIP数据核字（2018）第114969号

东北财经大学出版社出版发行
大连市黑石礁尖山街217号 邮政编码 116025
网 址：http：//www. dufep. cn
读者信箱：dufep @ dufe. edu. cn
大连图腾彩色印刷有限公司印刷

幅面尺寸：185mm×260mm 字数：294千字 印张：14.25
2018年9月第1版 2018年9月第1次印刷
责任编辑：李 季 吉 扬 责任校对：吉 扬
封面设计：张智波 版式设计：钟福建
定价：42.00元

教学支持 售后服务 联系电话：（0411）84710309
版权所有 侵权必究 举报电话：（0411）84710523
如有印装质量问题，请联系营销部：（0411）84710711

《DSGE经典译丛》编委会

内容简介

在一些经济情形中，采取行动需要支付固定成本。此时，不行动现象司空见惯，经济主体不会很频繁地采取行动。但一旦采取行动，调整幅度就会较大。近年来，越来越多的经验证据表明，许多重要的经济决策，包括价格制定、投资、劳动力雇用、耐用品购买以及投资组合管理的决策，经常会展现出此类“块状”行为。这些经验证据激发了学术界对此类经济模型的探索和研究。

在著名经济学家南希·斯托基所著的《不行动经济学》一书中，讨论了存在固定成本时，如何利用随机控制工具求解不确定条件下的动态决策问题。在书中，斯托基详细介绍了脉冲控制和瞬时控制两类模型。本书写作结构完整，论述严密，自成体系。作者不仅给出了与布朗运动和其他扩散过程有关的重要结论，还提出了分析各种问题的方法，并且讨论了这些方法在价格制定、投资和耐用品购买等方面的应用。

这本权威著作是宏观经济专业研究生和研究人员的必备读物。

前言

本书旨在介绍经济学中的一类随机控制模型。在此类模型中，由于存在固定调整成本或其他因素，出现不行动区域。此类模型出现在许多领域：涉及定价决策的货币经济学，以投资决策为核心的经济周期理论，以及宏观经济学中非常重要的劳动力问题，例如劳动力雇用和解雇决策问题。

本书是在芝加哥大学高年级研究生课程讲义的基础上写成的。尽管书中介绍的建模方法在各个经济学领域都有用武之地，但在微观经济学和宏观经济学基础教科书中，却难觅踪迹。本书的初衷就是让更多的经济学家掌握这些方法。

基于上述原因，书中尽可能使用经济学家熟悉的数学知识。同时，论证过程尽可能严谨，以满足建模要求。阅读本书的读者需要一定概率论基础知识，当然最好是熟悉随机过程。不过，本书自成体系，读者毋须查阅其他教材。

本书的写作得到许多朋友、同事和学生的建议和支持。感谢芝加哥大学的学生们，他们对本书初稿的评论和反馈，无论是对丰富本书内容，还是对提高写作质量，都颇有助益。特别感谢 Rubens P. Cysne 和 Jose Plehn-Dujowich 先生，感谢他们对本书初稿提出了详细修改意见。特别感谢 Yong Wang 先生，感谢他在最后阶段通读本书终稿。感谢 Thomas Chaney, Willie Fuchs，Larry Jones，Patrick Kehoe，John Leahy，以及 Alessandro Pavan，他们在谈论中提出的建设性意见是完成本书的动力。感谢 Fernando Alvarez 和 Robert Shimer，他们在课程中发挥了探索学生需求、激励学生学习的作用。特别鸣谢明尼阿波利斯联邦储备银行的资助。无论是本书初稿写作，还是本书的修改校对，都是在明尼阿波利斯联邦储备银行做访学学者期间完成的。最后，向 Robert Lucas 先生致以诚挚的谢意，感谢他在本书经年的写作过程中源源不断的鼓励、建议和支持。

目录

第II部分 脉冲控制模型

第III部分 瞬时控制模型

第IV部分 总量模型

第1章

引言

某些情况下，采取行动要支付固定成本。绝大多数时候的最优策略是静观其变，偶尔可以采取控制行动。最近几年，越来越多的经验证据表明，许多重要经济环境的调整通常具有“块状”特征。受这些经验证据激发，学术界开发模型来刻画此类经济行为。

例如，货币政策的短期效果通常与价格黏性程度有关。美国劳工统计局公布的1988—2003年零售业价格变动数据表明，零售业价格调整比较缓慢，至少某些产品是如此。各种产品价格变动的平均持续期存在较大差别。汽油、机票以及工业品等商品价格变动比较频繁。出租车票价和各种私人服务价格变动的持续期较长。所有产品价格变动的平均持续期大约为5个月。持续期的取值区间很宽，10%分位点为1.5个月，90%分位点为15个月。与价格黏性程度相比，价格调整幅度分布所包含的信息量更大。即使剔除短期销售价格，许多产品的价格调整幅度仍然很大，价格平均调整幅度超过8%。此外，1988—2003年为低通货膨胀时期。在如此大的样本期内，45%的价格变化为负值。并且，价格下降幅度与价格上升幅度几乎相同。三个大都市（纽约、洛杉矶和芝加哥）的数据更为详尽，有30%的价格变化幅度超过10%，并且价格上升幅度和下降幅度基本一样。

许多价格的变化幅度较大，说明价格变化可能伴随较大的固定成本。否则，无法解释价格为什么不是频繁、小幅变化。

第二个例子是投资行为。美国人口普查局关于1972—1988年期间建立的13 700个制造工厂的调查数据，表现出两种块状特征。第一种特征，样本中超过一半的工厂出现较大幅度调整，调整幅度至少为37%。并且，增加资本存量超过30%的工厂，占总投资比例接近25%。与此相对，样本中，有超过一半的工厂增加的资本存量低于2.5%，占总投资比例在20%左右。因此，单个工厂的规模变化主要靠某年大幅度增加投资。从整体看，总投资的大部分来自于这些大幅度增加投资的工厂。和价格数据一样，投资行为的经验证据表明，固定成本在投资决策中起着举足轻重的作用。

就业创造和就业破坏的经验证据与投资结论类似。新企业成立，老企业扩张以及其他变化会集中创造就业岗位；而企业倒闭、合并重组会集中破坏就业岗位。美国人口普

查局关于1972—1988年间300 000~400 000个制造业企业的调查数据表明，创造的就业岗位和破坏的就业岗位的2/3，出现在12个月内就业扩张或收缩超过25%的企业。破坏的就业岗位的1/4，出现在倒闭企业。这些调整模式再次表明，固定成本起着重要作用。

在消费者购买房屋、汽车等耐用消费品的过程中，显然不能忽视固定成本的作用。美国人口普查局1996年的调查数据表明，居住在自有房屋、年龄超过15岁的居民中，在现住宅居住年限的中位数是8年，在现住宅居住年限超过11年的居民占比超过40%。尽管有许多因素促成居民在现住宅居住，但如果房屋购买、销售和搬家过程中涉及交易成本——包括时间成本，显然会降低居民更换住宅的频率。

经验证据还表明，固定成本是解释居民投资组合行为的一个重要因素。如果没有固定成本，那么为什么很多家庭不参与股票市场投资？这显然解释不通。事实表明，居民参与股票市场交易存在滞后现象，这大大增加了参与当前股票市场交易的可能性——即使控制了年龄、教育、种族、收入以及其他因素，可能性还是增加了32个百分点。这有力地表明，固定的进入成本起到了重要作用。另外，富有的居民更可能不仅拥有股票，还会参与股票交易。这一事实再次表明，每期或每次交易的固定成本起到不可或缺的作用。在此类或其他情况中，信息收集和处理成本极有可能是固定成本的重要组成部分。

这些例子表明，利用代表性企业和代表性家庭的模型不足以研究此类问题。例如，总生产率冲击或总需求冲击的经济效果，取决于企业的投资行为和雇用/解雇行为。如果固定成本重要，描述经济总效果时，需要将企业分成无反应或者反应较小的企业和做出重大调整的企业，之后进行平均。使用代表性经济主体，尽管能够刻画总效应的变化，但如果不明确采取加总计算，就很难确认——或者很难确定代表性经济主体采取何种行为。此外，即使在经济稳定时期采用代表性经济主体能够很好刻画经济行为，但当经济环境变得动荡不安时，采用代表性经济主体得到的结论可能是错误的。从家庭看，明确考虑异质性，会对福利结论产生重大影响。

一旦固定成本的作用举足轻重时，随机冲击服从布朗运动或其他扩散过程的连续时间模型，就有了强大的理论诉求。在此类经济中，当状态变量达到或超过某个选择恰当的上阈值和/或下阈值时，最优策略是采取行动；当状态变量介于阈值定义的区间内时，最优策略是静观其变。利用连续时间模型，能详细描述触发调整的阈值的详细特征和调整幅度。实际上，通常通过求解三变量或四变量的多元方程组，来描述阈值和返回点特征。本书目的就是介绍分析此类连续时间模型的数学方法。在引言的余下部分中，将简要描述典型模型的结构，以及几个相应例子。

假设没有控制时，状态变量$X(t)$的增量是某种布朗运动。在任意时点，决策制定者的收益（流）$g(X(t))$取决于当前状态。其中函数g为连续函数，并只有一个最大值。假设函数g在$x=a$处取得最大值，则函数g在区间（$-\infty$，a）上为增函数，在区间（a，$+\infty$）上为减函数。决策制定者可以调整状态变量一个离散值，并且做任何调整都需要支付固定成本c。现在假设固定成本仅是调整成本，决策制定者的目标是使得扣除调整成本后，预期贴现净收益最大。预期收益和成本的贴现率为恒定利率r。标准菜单成本模型就具有此类结构，$X(t)$表示与随机波动的行业或经济价格指数比较的企业相对

价格（对数形式）。

决策制定者的问题是平衡两个相互冲突的目标：一是将状态保持在a的附近，以维持较高收益率；二是避免频繁支付调整成本。此时最优策略为：决策制定者选择阈值b和B以及返回点$S\in(b,B)$，$b<a<B$。当状态达到阈值b和B时，决策制定者开始行动，将状态调整到返回点S。开区间（b，B）称为不行动区域。只要状态保持在开区间（b，B）内，决策制定者不执行控制：没必要调整。当状态下降到b，或者上升到B时，支付固定成本，将状态变量调整到返回点S。如果状态变量的初始值位于开区间（b，B）外，立即将状态变量调整到返回点S。如果与收益函数g的值域相比，固定成本非常大，则可能会出现$b=-\infty$、$B=+\infty$或者二者同时成立的情况。

通常来说，最优策略并不是返回到瞬时收益最大的点a。也就是说，通常$S\neq a$。例如，如果漂移项为正，即$\mu>0$，决策制定者预料到（平均来看）状态会上升，很可能选择$S<a$。或者，如果收益函数g关于a点不对称，决策制定者很可能将返回点选在较高收益一侧。

给定初始状态$X(0)=x$，令$v(x)$表示最优策略的预期贴现收益。求最优值的第一步是构建包含函数v的贝尔曼方程。之后，利用贝尔曼方程刻画最优策略的特征。实际上，使用贝尔曼方程有两种方式。

假设阈值b和B已经选定，初始状态$X(0)=x$位于两个阈值之间，即$b<x<B$。令E_x［.］和Pr_x［.］分别表示给定初始状态x的条件期望和条件概率。定义随机变量$T=T(b)\wedge T(B)$为随机过程$X(t)$首次达到阈值b或阈值B的时间。这里T就是一个停时。这样，$v(x)$就可以表示成三项和：

$$v(x)=\begin{matrix}\text{区间［0, }T\text{）}\\ \text{上的预期收益}\end{matrix}+\begin{matrix}\text{先于阈值}b\text{到达阈值}B\text{时，}\\ \text{区间［}T\text{, }+\infty\text{）上的预期收益}\end{matrix}+\begin{matrix}\text{先于阈值}b\text{到达阈值}B\text{时，}\\ \text{区间［}T\text{, }+\infty\text{）上的预期收益}\end{matrix}$$

用$w(x,b,B)$表示第一项，表示从0时到停时T之间的预期收益。$w(x,b,B)$是从0到停时$T=T(b)\wedge T(B)$，对时间积分的预期值。它可以写成积分区间［b，B］上对状态的积分，这恰是解决此问题的关键诀窍。具体来说，就是

$$\begin{aligned}w(x,b,B)&\equiv \mathrm{E}_x\left[\int_0^T e^{-rt}g(X(t))dt\right]\\ &=\int_b^B \hat{L}(\xi;z,b,B)g(\xi)d\xi\end{aligned}$$

其中$\hat{L}(\cdot;z,b,B)$为预期贴现局部时间（expected discounted local time）函数。与概率密度函数类似，它是给定初始状态x情况下，停时$T=T(b)\wedge T(\mathrm{B})$之前每个状态$\xi$的权重函数。对于$v(x)$的第二项和第三项，定义

$$\psi(x,b,B)\equiv \mathrm{E}_x[e^{-rT}\mid X(T)=b]\mathrm{Pr}_x[X(T)=b]$$

$$\Psi(x,b,B)\equiv \mathrm{E}_x[e^{-rT}\mid X(T)=B]\mathrm{Pr}_x[X(T)=B]$$

因此，$\psi(x,b,B)$为给定初始状态x，先于较高阈值B到达较低阈值b这个事件的预期贴现值。$\Psi(x,b,B)$的意义与此相同，只不过阈值互换一下而已。对于任意$r\geqslant 0$，明显ψ和Ψ有界，取值区间为［0，1］。根据函数w，ψ和Ψ的定义，由最大值原理，函数v必然满足贝尔曼方程

$$v(x)=\sup_{b,B,S}\{w(x,b,B)+\psi(x,b,B)[v(S)-c]+\Psi(x,b,B)[v(S)-c]\} \tag{1.1}$$

最优值取决于所选择的阈值b、阈值B以及返回点S。

如果X是布朗运动或者几何布朗运动，可以推导出函数$\hat{L}$，ψ和Ψ的封闭表达式，并且直接使用式（1.1）可以刻画最优策略的特征。如果X是更一般的扩散过程，虽然无法得到函数$\hat{L}$，ψ和Ψ的封闭表达式，但依然可以得到最优策略的详细特征。无论哪种情况，解的一些性质都值得一叙。首先，根据式（1.1）可以直接得到使得$v(S)$最大的最优返回点S^*，它和x无关。其次，最大值原理表明，阈值b^*和阈值B^*也和x无关。也就是说，如果对于任意$x\in(b^*,B^*)$，式（1.1）在b^*和B^*达到最大，则对于所有$x\in(b^*,B^*)$，式（1.1）在b^*和B^*达到最大。即使状态变量发生变化，理性决策制定者也不会改变他选择的阈值。最后，根据式（1.1），如果状态变量位于不行动区域外，则价值函数是常数，即对于所有$x\notin(b^*,B^*)$，$v(x)=v(S^*)-c$。

刻画最优策略特征的另外一种方法是间接使用式（1.1）。如果状态x位于开区间(b^*,B^*)内部，只要Δt足够小，状态达到两个阈值的概率就可以要多小有多小。因此，根据式（1.1）和函数v的定义，有

$$v(x)\approx g(x)\Delta t+\frac{1}{1+r\Delta t}\mathrm{E}_x[v(x+\Delta X)]$$

其中ΔX为状态x在Δt上的（随机）增量。如果X为布朗运动，参数为（μ，σ^2），则采用二阶泰勒级数近似，有

$$\mathrm{E}_x[v(x+\Delta X)]\approx v(x)+v'(x)\mu\Delta t+\frac{1}{2}v''(x)\sigma^2\Delta t$$

第3章将对此作正式讨论。将二阶泰勒展开表达式带入$v(x)$表达式，合并同类项，取$\Delta t\to 0$的极限，得到

$$rv(x)=g(x)+\mu v'(x)+\frac{1}{2}\sigma^2 v''(x) \tag{1.2}$$

方程（1.2）为二阶常微分方程（ODE），称为汉密尔顿-雅可比-贝尔曼（HJB）方程。在不行动区域，区间(b^*,B^*)上，最优价值函数v满足HJB方程。求解这个二阶常微分方程，需要两个边界条件。除此之外，还必须首先确定阈值b^*和阈值B^*的值。之前讨论过，当状态位于不行动区域外，对于所有$x\notin(b^*,B^*)$，v已知为$v(x)=v(S^*)-c$。确定式（1.2）的两个边界条件，以及阈值b^*和阈值B^*的取值，要求v和v'在阈值b^*和阈值B^*连续。这两个条件分别称为价值匹配条件与平滑黏贴条件。利用这两个条件，可以复制出式（1.1）的最优解。

应用这个方法，能解决许多问题。在库存模型或投资模型中，比较自然的假设是不仅存在固定成本，还存在变动调整成本。对于向上调整和向下调整，这两种成本可以不同。不过，即使这样，最优解的总体结构仍然与菜单成本模型基本相同。主要差别是，库存模型和投资模型中存在两个返回点$s^*<S^*$。从阈值b^*向上调整的返回点为s^*，从阈值B^*向下调整的返回点为S^*。

如果模型包含两个状态变量，有时用状态变量的比率构建模型，也会得到类似的最优策略。投资模型就是个例子。假设需求X为几何布朗运动，进一步假设劳动力和原材料可以连续调整，并且没有调整成本，但假设资本投资需要支付固定成本。令劳动力和

原材料运营成本的净收益为$\Pi(X,K)$，且假设函数Π具有规模报酬不变特征。假设资本存量调整的固定成本λK与基础投资规模成比例，固定成本λK可以看作管理者的时间和当前生产的中断。假设变动成本$P(K'-K)$等于投资商品价格乘以投资规模，因此，比率$\lambda K/P$可以看作安置新资本时，现存资本存量必须报废的比例。

无论哪种情况，如果假设需求服从几何布朗运动，并且函数Π为一次齐次函数，仅用比率$x=X/K$作为状态变量，就可以将问题表示成集约型。一旦问题写成集约型，最优策略就具有上述形式。利用阈值b^*和阈值B^*定义不行动区域，并且不行动区域内存在一或两个返回点。当比率x达到不行动区域的端点时，或者初始条件位于不行动区域外时，企业立即投资或者撤资。如果向上调整和向下调整的变动成本相同，那么返回点相同。如果向上调整和向下调整的变动成本不同，那么返回点也不同。在这种条件下，隐含假设投资决策考虑了未来的投资选择。因此，经验法则"如果预期贴现收益超过投资成本，则进行投资"不成立。取而代之的是审慎选择法则，即不仅要选择投资时机和投资规模，还要考虑立即投资挤出未来投资机会的效果。

在状态变量存在固定成本的模型中，可以引入能连续无成本调整的控制变量。控制变量影响状态变量的演变，当然就可能影响当前收益。投资组合选择和住房采购模型就是个例子。此模型的目标是考察房屋所有权对消费者投资组合其他部分的影响。假设消费者总财富为Q，房屋价值为K。财富随机增长，均值和方差取决于消费者持有的投资组合。投资组合中包含无风险资产和风险资产。假设当房屋拥有者卖出房屋时，收益仅为房屋价值的$1-\lambda$部分。λ部分可以看作代表性经纪人的佣金、搜寻时间以及搬家成本等。因此，和之前的投资模型一样，固定成本λK与状态变量K成正比。假设消费者偏好为齐次函数，即$U(K)=K^\theta/\theta$，其中$\theta<1$。此时价值函数是θ次齐次函数，最优策略函数是一次齐次函数。也就是说，购买新房屋的最优策略仅涉及总财富对房屋价值的比率$q=Q/K$，最优策略形式和菜单成本模型相同。

投资组合是新生事物，可以连续无成本调整。也就是说，消费者可以根据总财富对房屋价值的比率q，持有包含无风险资产和风险资产的投资组合。这里的问题是，消费者风险忍受程度是否随比率q变化。例如，当比率q接近阈值，在不久的将来可能进行调整时，抑或刚刚进行过交易，在返回点附近时，消费者风险忍受程度是否存在差别？这里有一个关键问题，那就是消费者投资组合决策会影响财富演变。经过投资组合调整后，总财富不再是外生设定的随机过程。能够连续调整的非耐用消费品，可以作为另外一个状态变量纳入到模型中。此时必须假设消费者偏好具有某种形式，不需要其他约束条件，就能得到所需的齐次特征。

到目前为止所考虑的所有例子中，固定成本都为离散值。同时，当决策制定者支付固定成本时，对处于掌控中状态变量进行的调整也是离散值。也就是说，固定成本呈块状，决策制定者进行的调整亦呈块状。此类模型有时被称为脉冲控制模型。

本书最后一部分将考虑瞬时控制问题。与脉冲控制模型不同，瞬时控制问题的调整是连续值。决策制定者选择调整比率，向上或向下调整状态变量。按照调整比率，支付调整成本（流）。调整成本可以呈线性，也可以呈凸性。同时，向上调整的成本与向下

调整的成本可以不同。这种条件下，瞬时控制问题的最优策略，具有一些与脉冲控制模型类似的重要性质。例如，通常有上阈值和下阈值，利用阈值定义不行动区域。当状态位于不行动区域内时，不做任何调整。一旦状态变量达到或超过某个阈值，就要采取控制措施。最优调整比率取决于状态变量超过阈值的程度。

在瞬时控制模型中，如果向上调整的变动成本与向下调整不同，就会存在不行动区域。例如，如果投资品的购买价格 P 超过销售价格 p，则投资后迅速撤资的单位成本 $P-p>0$。最优策略中要避免此类调整，由此就会产生不行动区域。

瞬时控制模型的调整不会呈现脉冲控制模型那种块状特征。如果在离散时间段上对控制加总，得到的经济意义大致相同。在瞬时控制变量模型中，一旦状态变量达到或超过阈值，状态就会在该区间停留一段时间。因此，实施的控制也会持续一段时间。同样，一旦状态变量位于不行动区域内，在一个较大时间段内，不需要采取控制措施。因此，如果在这些离散时间段内对控制加总，总控制看起来大致呈块状，某些时段采取实质性的控制，有些时段不控制或者少控制。

下面的库存问题就是个例子。状态变量 Z 为存量规模。没有干预时，Z 是布朗运动。管理者目标是使得总预期贴现成本最小。这些成本包含两部分。一部分是存储成本（流）$h(Z)$，它与存量规模有关。假设函数 h 连续，并且图像呈 U 型，在 0 点取最小值。存量为负值看作待发货订单。另外，增加一单位库存的价格 $P>0$，减少一单位库存的价格 p 可以是 $p>0$ 也可以是 $p\leqslant 0$。价格 $p>0$ 表示是卖出库存的单位收益，价格 $p\leqslant 0$ 是清理废品的单位成本。在本例中，假设没有其他控制成本。显然要求 $p\leqslant P$，否则系统就会变成钱泵，并且要求 $p\neq P$，避免解出现保持库存为零这种无价值情况。利率 $r>0$ 为常数。

假设管理者选择阈值 b 和阈值 B，采取将库存保持在闭区间［b，B］内的策略。为达到此目的，当状态 $Z=b$ 时，他购买少量商品，确保存货不低于阈值 b 即可。当状态 $Z=B$ 时，他卖出少量商品，确保存货不超过阈值 B 即可。

给定初始状态变量 z，采取最优策略的预期贴现总成本为 $v(z)$。与之前一样，$v(z)$ 可以分解为三项和：

$v(z)$=预期存储成本+阈值 b 处控制的预期成本+阈值 B 处控制的预期成本

这三项都是在整个时间 $t\in[0,+\infty)$ 上积分的预期值。和之前一样，解决此问题的诀窍是将它们写成容易处理的形式。具体来说就是将管理者问题写作

$$v(z) = \min_{b,B}\left[\int_b^B \pi(\zeta;z,b,B)h(\zeta)d\zeta + \alpha(z,b,B)P - \beta(z,b,B)p\right],\quad z\in[b,B] \tag{1.3}$$

其中 $\pi(\zeta;z,b,B)$ 为给定初始状态变量 z，每个 $\zeta\in(b,B)$ 值所对应的预期贴现局部时间。

$$\alpha(z,b,B) \equiv \mathrm{E}_z\left[\int_0^\infty e^{-rs}dL\right]$$

$$\beta(z,b,B) \equiv \mathrm{E}_z\left[\int_0^\infty e^{-rs}dU\right]$$

分别表示阈值处执行的预期贴现控制。如果状态的基础过程是布朗运动，就能得到 α，β 和 π 的显性表达式，利用式（1.3）就可以直接刻画最优阈值的特征。

和之前一样，可以利用间接方法刻画最优阈值的特征。实际上，讨论的第一部分和

之前相同：如果 Z 位于区间（b,B）内，只要 Δt 足够小，到达任何一个阈值的概率就可以忽略不计（概率要多小有多小）。利用之前采用的二阶泰勒级数近似，得到HJB方程，此时为

$$v(z)=h(z)+\mu v'(z)+\frac{1}{2}\sigma^2 v''(z)$$

和之前一样，求解HJB方程需要两个边界条件，此外必须确定最优阈值 b^* 和 B^* 的值。对于本问题来说，价值匹配条件必然成立。因此，要求函数 v 在阈值 b^* 和阈值 B^* 连续无法提供额外的限制，还需要 v' 和 v'' 在阈值 b^* 和阈值 B^* 连续，才能求出模型求解所需的两个常数和两个阈值。利用这两个条件——平滑黏贴（smooth pasting）条件[①]和超接触（super contact）条件——才能复制出使得式（1.3）达到最大的解。

在投资问题中，如果需求 $X(t)$ 服从几何布朗运动，并且投资不可逆，就构成此类模型的一个例子。具体来说，假设新投资的单位成本为常数，$P>0$；资本没有报废价值，$p=0$。进一步假设不存在固定成本和其他调整成本，并且单位资本的利润流取决于资本存量对需求的比率 $k=K/X$。在这种情况下，最优策略涉及选择比率 k 的临界值 κ。当比率 k 降到临界值 κ 以下时，企业进行少量投资，确保资本不至于降到阈值以下即可。当比率 k 超过临界值 κ 时，企业按兵不动。如果初始状态 k_0 小于临界值 κ，企业需要立即购买资本，确保比率 k 超过临界值。我们感兴趣的是，这种条件下的最优策略与无摩擦条件下的最优策略有何区别。无摩擦条件下，资本买卖价格都是 P。此时，最优策略包括将比率 k 保持在 k^f 固定不动。可以证明，投资不可逆会降低企业投资意愿，这意味着 $\kappa<k^f$。由于投资者不能用变卖已安装资本的方式解决接下来的需求下降问题，因此，只有需求出现较大幅度增长时，才会触发企业投资。

到目前为止，所有的讨论都是研究个体决策制定者，即企业或家庭关注的决策问题。不过，在很多情况下，我们对总量问题感兴趣。例如，为了评价价格黏性对货币政策短期效果的影响，必须确定总价格水平的行为和企业相对价格的分布。同样，为了评价雇用和解雇规则的作用，就需要知道雇用和解雇规则对创造的总工作岗位和破坏的总工作岗位的影响。还有，为了评价周期性冲击扩散过程中投资所起的作用，就必须确定宏观经济扰动（例如国外需求变化）对总投资的影响。

如果单个经济主体面临固定调整成本，利用模型描述总量特征的困难程度，很大程度上取决于外生冲击性质。具体来说，它取决于外生冲击是异质性冲击还是总量型冲击。如果经济主体面对的冲击是异质性冲击，并且它可以用独立同分布的随机变量来描述。此时，描述总量特征比较容易，至少描述长期特征比较容易。这种情况下，根据大数定律，经济主体冲击和内生状态的联合分布长期收敛于平稳分布。平稳分布刻画了单个经济主体的长期平均，较为容易计算。在第7章、第8章和第10章，将介绍这些平稳分布。因此，如果冲击具有异质性，描述总量特征比较简单。

---

① 译者注：平滑黏贴（smooth pasting）条件指的是对于美式期权，期权行权时原有的价值曲线跟行权后的价值曲线相切。参见 Dixit A K. The Art of Smooth Pasting［M］, Fundamentals of Pure and Applied Economics 55, Harwood Academic Publishers, Switzerland, 1993.