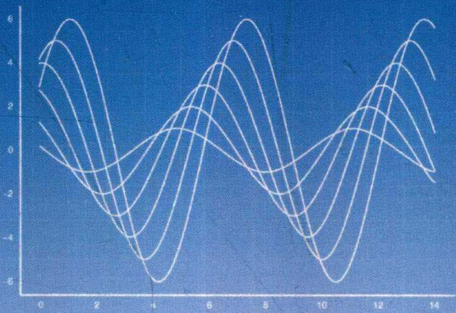
数学分析（二）

主　编　崔国忠

副主编　石金娥　郭从洲



科学出版社

数学分析(二)

主　编　崔国忠

副主编　石金娥　郭从洲

科学出版社

北　京

内 容 简 介

本书共三册，按三个学期设置教学，介绍了数学分析的基本内容.

第一册内容主要包括数列的极限、函数的极限、函数连续性、函数的导数与微分、函数的微分中值定理、Taylor公式和L'Hospital法则. 第二册内容主要包括不定积分、定积分、广义积分、数项级数、函数项级数、幂级数和Fourier级数. 第三册内容主要包括多元函数的极限和连续、多元函数的微分学、含参量积分、多元函数的积分学.

本书在内容上，涵盖了本课程的所有教学内容，个别地方有所加强；在编排体系上，在定理和证明、例题和求解之间增加了结构分析环节，展现了思路形成和方法设计的过程，突出了教学中理性分析的特征；在题目设计上，增加了例题和课后习题的难度，增加了结构分析的题型，突出分析和解决问题的培养和训练.

本书可供高等院校数学及其相关专业选用教材，也可作为优秀学生的自学教材，同时也是一套青年教师教学使用的非常有益的参考书.

图书在版编目（CIP）数据

数学分析：全 3 册/崔国忠主编. —北京：科学出版社，2018.7
ISBN 978-7-03-057600-2

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①崔…Ⅲ. ①数学分析 Ⅳ. ①O17

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 113102 号

责任编辑：张中兴 梁 清 孙翠勤 / 责任校对：张凤琴
责任印制：吴兆东 / 封面设计：迷底书装

科 学 出 版 社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
北京教图印刷有限公司 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2018年7月第 一 版 开本：720 × 1000 B5
2018年7月第一次印刷 印张：49 1/4
字数：998 000

定价：128.00元(全3册)
(如有印装质量问题，我社负责调换)

目　　录

第 6 章　不 定 积 分

我们知道，数学分析研究的主要对象是函数，研究的主要内容是函数的分析性质. 在前面几章，我们已经学习了函数的微分学理论，研究了函数的微分学性质，其中一类重要的问题是导数的计算——给定已知函数，求出它的导数；但在某些实际问题中，往往需要考虑与之相反的问题——求一个函数，使其导数恰好是某一个给定的函数——这就是不定积分理论产生的背景问题.

例 1　设静止的列车，其质量为 m，在牵引力 $F(t)$ 的作用下沿直线运动，给出列车的运动速度 $v(t)$ 所满足的方程，其中 t 为时间变量.

解　由 Newton 第二定理，则列车的加速度为 $\alpha(t)=\dfrac{F(t)}{m}$，故

$$v'(t)=\frac{1}{m}F(t),$$

这就是速度所满足的(微分)方程.

因此，要计算列车的速度，必须求解上述方程. 这个问题的数学本质就是：已知导函数 $v'(t)$，求原来的函数 $v(t)$. 这类问题在工程技术和理论研究领域非常普遍，如几何问题中常见的已知某曲线的切线求此曲线的问题、自然界中广泛存在的反应扩散现象等，因而，这类问题有很强的应用背景.

从数学理论本身的发展看，数学理论中广泛存在着对称现象，在运算中表现为一些互逆的运算，如加法与减法、乘法与除法，当然，还有一些如逆函数、逆矩阵等更广义的求逆运算，那么，作为函数的求导运算，是否也有逆运算呢？

在 16、17 世纪，上述现实问题和理论发展中的问题是摆在当时科学家面前的亟待解决的重要问题，经过几个世纪的努力，今天，这类问题不仅已经得到彻底的解决，而且已经形成了完整且完美的数学理论——积分学理论：称这类由导函数 $f'(x)$ 求原来函数 $f(x)$ 的运算为不定积分运算，研究这类运算及其相关的理论就是不定积分学理论，它与定积分理论构成数学分析的核心理论之一——积分理论，这就是我们将在本章和第 7 章学习的内容.

6.1　不定积分的概念和基本积分公式

一、不定积分的定义

1. 原函数

我们从求导运算的"逆运算"出发, 先引入原函数的概念.

定义 1.1　设函数 $f(x)$ 与 $F(x)$ 在区间 I 上有定义且 $F(x)$ 可导, 若

$$F'(x) = f(x),\ \forall x \in I,$$

称 $F(x)$ 为 $f(x)$ 在区间 I 上的一个原函数.

信息挖掘　由定义可知,

1) 若 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的一个原函数, 则从导数角度看, $f(x)$ 为 $F(x)$ 的导函数, 这也反映了原函数和导函数的紧密关系;

2) 从形式上看, 计算 $f(x)$ 的原函数的问题, 就相当于已知导函数的表达式 $F'(x)$, 求函数 $F(x)$, 即进行一次求导的逆运算;

3) 原函数必可导, 因而, 具有导函数的性质.

引言中的例 1 就是计算函数的原函数问题. 若设 $F(t)=t^3$, 例 1 相当于求 t^3 的原函数, 由于 $\left(\dfrac{1}{4}t^4\right)' = t^3$, 因而, t^3 的原函数为 $\dfrac{1}{4}t^4 + C$, 这就是所求的速度 $v(t) = \dfrac{1}{4}t^4 + C$, 这是不唯一的. 换句话说, 在例 1 的条件下, 确定的速度不唯一. 但若增加条件: 如设初始速度为 0, 即 $v(0)=0$, 代入得 $C=0$, 此时, 速度是唯一的, 即 $v(t) = \dfrac{1}{4}t^4$.

引入了原函数的定义, 接下来自然考虑的主要问题是

问题 1　原函数的存在性;

问题 2　原函数的唯一性;

问题 3　原函数的计算.

对问题 1——原函数的存在性, 我们首先指出, 若 $f(x)$ 连续, 则其原函数必存在, 关于结论的证明及原函数存在的一般条件将在第 7 章给出.

对问题 2, 由导数的性质, 很容易得到原函数的不唯一性, 这就是下述定理.

定理 1.1　设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 在区间 I 上的一个原函数, 则

1) $F(x)+C$ 也是 $f(x)$ 在 I 上的原函数, 其中 C 为任意常数; 因而, 原函数不唯一.

2) $f(x)$ 在 I 上的任何两个原函数之间, 只可能相差一个常数, 即在相差一个

常数的意义下，原函数是唯一的.

证明 1) 结论是明显的.

2) 设$F(x)$和$G(x)$都是$f(x)$的原函数，

$$F'(x)=f(x),\quad G'(x)=f(x),$$

则

$$(F(x)-G(x))'=F'(x)-G'(x)=0,\ \forall x\in I,$$

由导数理论，存在常数 C，使得

$$F(x)-G(x)=C,\ \forall x\in I.$$

总结 定理1.1的证明体现了处理原函数问题的思想，即严格按照定义，将函数和原函数关系的验证转化为已知的微分关系来证明.

既然原函数不唯一，在存在的情况下，如何表示原函数就变得非常重要. 因为良好的符号系统对理论的发展相当重要，为此，引入不定积分的概念.

2. 不定积分

定义 1.2 函数$f(x)$在区间I上的原函数的全体称为$f(x)$在I上的不定积分，记为$\int f(x)\mathrm{d}x$，其中，$\int$为不定积分符号，$f(x)$为被积函数，$f(x)\mathrm{d}x$为被积表达式，x为积分变量.

不定积分符号的引入为不定积分理论的研究带来了方便，至于为何引入这样的符号将在下章定积分理论中给予说明，但是，需要明确的是，$\mathrm{d}x$正是微分运算符号，若把$\int$视为不定积分运算符号，不定积分的整体表达式由不定积分运算和微分运算符号组成，这也正暗示了两种运算之间的关系(见下面的性质).

信息挖掘 定义表明：$\int f(x)\mathrm{d}x$不是一个具体的函数，是一个函数类——所有原函数的全体表示；换句话说，既然原函数不唯一，同一个函数的原函数有无限多个，不同原函数的结构差别也很大(虽然不同的原函数间仅相差一个常数)，那么，在提到原函数时到底指的是哪个原函数就变得不确定，为了解决这个困惑，我们引入不定积分的定义，用于代指所有的原函数，因此，在这个意义上说，不定积分具有不确定性. 对这样一个具有不确定性的量，为了便于研究、计算，有时需要将其确定化，为此，我们讨论$\int f(x)\mathrm{d}x$与具体某个原函数的关系.

若$F(x)$是$f(x)$的一个原函数，由定理 1.1，我们知道，任何原函数与$F(x)$相差一个常数，因而，任何原函数都可以表示为$F(x)+C$，或者说，$F(x)+C$表示了$f(x)$的所有原函数，因此，由不定积分的定义，于是，成立

$$\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C,$$

称 C 为积分常数，它可取任意实数. 这个关系式更加具体地表明了 $\int f(x)\mathrm{d}x$ 是一个函数类.

我们把这个表达式称为**不定积分的结构表达式**.

这是一个非常重要的关系式，它不仅反映了不定积分和某个具体原函数的关系，揭示了不定积分的几何意义：从几何上看(图 6-1)，若 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，由于 $y=F(x)$ 表示为几何上的一条曲线，因此，$y=F(x)$ 的图像也称为 $f(x)$ 的一条积分曲线. 于是，$f(x)$ 的不定积分在几何上表示 $f(x)$ 的某一条积分曲线沿纵轴方向任意平移所得一组积分曲线组成的曲线族. 且曲线族中，在每一条积分曲线上横坐标相同的点处作切线，这些切线互相平行.

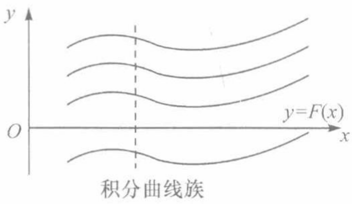


图 6-1

不定积分的结构表达式中也**隐藏着化不定为确定的研究思想**：它将一个不确定的整体量——所有的原函数通过一个个体——用具体的某个原函数确定下来，为处理不定积分问题，如性质研究、不定积分的计算等提供了处理的思想和方法，换句话说，为研究不定积分的性质，只需研究某一个原函数的性质，为计算不定积分，只需计算一个原函数即可.

至此，原函数的存在性和唯一性问题也得到解决，同时，原函数问题也就转化为不定积分问题.

二、不定积分的性质

本章的主要目标就是问题 3——不定积分的计算. 我们在不定积分存在的条件下，给出用于计算的基本性质.

为计算不定积分，我们再对不定积分 $\int f(x)\mathrm{d}x$ 做进一步说明：不定积分 $\int f(x)\mathrm{d}x$ 也称为对函数 $f(x)$ 的不定积分的运算，计算不定积分 $\int f(x)\mathrm{d}x$，也就是对 $f(x)$ 进行不定积分运算，这样，到目前为止，我们给出了对函数 $f(x)$ 的两种高级运算：微分运算和积分运算. 从不定积分的定义中可以看到，对函数的这两种运算之间存在着关系，并且，我们已经掌握了函数的微分运算，因此，一个自然的想法就是利用已经掌握的微分运算理论计算不定积分，为此，我们进一步挖掘二者之间的关系.

性质 1.1 $\left[\int f(x)\mathrm{d}x\right]'=f(x)$——先积后导正好还原.

结构分析　题型是导数关系验证; 求导对象是不定积分形式; 类比已知, 到目前为止, 我们只掌握了不定积分的定义, 知道了不定积分是函数类, 具有不确定性, 由此确定证明的思路是利用定义进行证明, 具体的方法是将不定积分用“具体的函数” 表示, 体现化不定为确定的思想.

证明　设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则由定义,

$$F'(x)=f(x),\quad \int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C,$$

故, $\left[\int f(x)\mathrm{d}x\right]'=[F(x)+C]'=f(x)$.

抽象总结　此性质表明, 对函数先进行积分运算, 再进行微分运算, 得到原来的函数, 由此表明, 微分运算是积分运算的逆运算.

性质 1.2　$\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

结构分析　题型是验证一个不定积分结论; 类比已知, 只需证明 $f(x)$ 是 $f'(x)$ 的一个原函数; 确定证明的思想方法是按照定义, 将不定积分关系转化为微分关系讨论. 当然, 将结论变形为 $\int f'(x)\mathrm{d}x-f(x)=C$, 也可以将此结论解读为两个函数相差一个常数, 由此可以确定用已知的微分方法来验证, 即证明 $\left[\int f'(x)\mathrm{d}x-f(x)\right]'=0$, 因而, 可以用性质 1.1 证明此结论.

证明　由于 $[f(x)]'=f'(x)$, 因而, $f(x)$ 是 $f'(x)$ 的一个原函数, 由不定积分的定义得

$$\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C.$$

抽象总结　1) 性质 1.2 表明, 对函数进行先导后积运算, 还原为原函数加上一个常数——部分还原(不能完全还原), 说明积分 “几乎” 是微分的逆运算, 体现了积分和微分的基本关系.

2) 此性质给出了不定积分 $\int f'(x)\mathrm{d}x$ 的计算思想, 是不定积分计算的基本理论公式, 利用此公式和已知的导数公式就可以建立简单函数的不定积分的计算, 计算思想是将不定积分的被积函数利用微分理论转化为导数形式, 由此性质给出计算结果.

作为应用, 利用性质 1.2 很容易验证下面简单的不定积分结论.

例 1　证明: $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+a^2}}=\ln(x+\sqrt{x^2+a^2})+C$.

证明　由于

$$[\ln(x+\sqrt{x^2+a^2})]'=\frac{1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}}{x+\sqrt{x^2+a^2}}=\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}},$$

故,

$$\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+a^2}}=\ln(x+\sqrt{x^2+a^2})+C.$$

例 2 证明：1) $\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x(1-x)}}=2\arcsin\sqrt{x}+C$；

2) $\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x(1-x)}}=2\arctan\sqrt{\frac{x}{1-x}}+C$.

证明 由于

$$(2\arcsin\sqrt{x})'=\left(2\arctan\sqrt{\frac{x}{1-x}}\right)'=\frac{1}{\sqrt{x(1-x)}},$$

因而, 两式同时成立.

例 2 表明, 同一个函数的原函数可以有不同的形式, 有时形式上的差别是很大的. 这也暗示了不定积分计算的复杂性.

再次强调 性质 1.2 不仅给出了证明不定积分等式的方法, 也给出了不定积分计算的最基本的方法和公式, 即只需将被积函数写为导数形式, 这也成为将要给出的基本公式的计算思想.

三、不定积分的简单计算

1. 基本积分公式

利用上述计算思想, 很容易把基本导数公式改写成对应的**基本积分公式**:

1) $\int 0\mathrm{d}x=C$；

2) $\int 1\mathrm{d}x=\int\mathrm{d}x=x+C$；

3) $\displaystyle\int x^\alpha\mathrm{d}x=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C\ (\alpha\neq-1,x>0)$；

4) $\displaystyle\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C\ (x\neq0)$；

5) $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$；

6) $\int a^x \mathrm{d}x = \dfrac{a^x}{\ln a} + C \ (a>0, a\neq 1)$;

7) $\int \cos x \mathrm{d}x = \sin x + C$;

8) $\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x + C$;

9) $\int \sec^2 x \mathrm{d}x = \tan x + C$;

10) $\int \csc^2 x \mathrm{d}x = -\cot x + C$;

11) $\int \sec x \cdot \tan x \mathrm{d}x = \sec x + C$;

12) $\int \csc x \cdot \cot x \mathrm{d}x = -\csc x + C$;

13) $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + C_1$;

14) $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{1+x^2} = \arctan x + C = -\mathrm{arccot}\, x + C_1$.

牢记上述积分公式, 这是基本的已知公式, 是计算的基础.

关于公式 4)的说明: 当 $x>0$ 时, 公式显然成立; 当 $x<0$ 时,

$$[\ln|x|]' = [\ln(-x)]' = \frac{1}{x},$$

因而, 公式 4)仍成立.

2. 积分运算法则

上述不定积分的公式只能给出最简单函数的原函数, 为了计算更复杂的函数的不定积分, 给出更进一步的计算法则.

定理 1.2 (积分的线性运算法则) 若函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在区间 I 上都存在原函数, k_1, k_2 为两个任意常数, 则 $k_1 f(x) + k_2 g(x)$ 也存在原函数, 且

$$\int [k_1 f(x) + k_2 g(x)] \mathrm{d}x = k_1 \int f(x) \mathrm{d}x + k_2 \int g(x) \mathrm{d}x .$$

结构分析 题型结构是不定积分的验证, 只需遵循我们前面提到的验证不定积分关系的准则, 即将不定积分关系转化为导数关系的验证, 从而, 可以利用掌握的导数理论解决不定积分问题.

证明 由条件得 $\int f(x)\mathrm{d}x, \int g(x)\mathrm{d}x$ 都存在, 且

$$\left[\int f(x)\mathrm{d}x\right]' = f(x), \quad \left[\int g(x)\mathrm{d}x\right]' = g(x),$$

故,

$$\left[k_1\int f(x)\mathrm{d}x+k_2\int g(x)\mathrm{d}x\right]'$$
$$=k_1\left[\int f(x)\,\mathrm{d}x\right]'+k_2\left[\int g(x)\mathrm{d}x\right]'$$
$$=k_1f(x)+k_2g(x),$$

因而, $\int[k_1f(x)+k_2g(x)]\mathrm{d}x=k_1\int f(x)\mathrm{d}x+k_2\int g(x)\mathrm{d}x$.

抽象总结 线性法则的一般形式为

$$\int\sum_{i=1}^{n}k_if_i(x)\mathrm{d}x=\sum_{i=1}^{n}k_i\int f_i(x)\mathrm{d}x\ .$$

虽然说积分运算几乎可以视为微分的逆运算, 但是, 比较二者运算法则的区别, 微分的运算除了线性运算法则, 还有乘积和除法法则, 积分运算仅有线性运算法则, 这也反映了积分运算要比微分运算难.

3. 应用举例

有了上述基本积分公式和线性运算法则, 就可以将计算对象进行进一步拓展, 可以进行稍微复杂的运算了.

例 3 求 $\int(a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n)\mathrm{d}x$.

结构分析 题型结构: 多项式函数的不定积分; 类比已知: 基本公式中包含幂函数的不定积分; 解题思路: 利用不定积的线性运算法则, 将多项式的不定积分转化为幂函数的不定积分.

解 原式 $=\int a_0x^n\mathrm{d}x+\int a_1x^{n-1}\mathrm{d}x+\cdots+\int a_{n-1}x\mathrm{d}x+\int a_n\mathrm{d}x$

$$=\frac{a_0x^{n+1}}{n+1}+\frac{a_1x^n}{n}+\cdots+\frac{a_{n-1}x^2}{2}+a_nx+C.$$

例 4 求 $\int\frac{x^4}{x^2+1}\mathrm{d}x$.

结构分析 题型结构: 假分式的不定积分; 类比已知: 幂函数、简单的真分式的不定积分 $\left(\int\frac{\mathrm{d}x}{x},\int\frac{\mathrm{d}x}{1+x^2}\right)$; 思路确立: 通过分解, 将假分式分解为多项式和真分式的和, 实现积分结构的简化, 将待求的不定积分转化为基本公式中已知的积分.

解 化简结构, 利用已知公式, 则

$$\int \frac{x^4}{x^2+1}\mathrm{d}x = \int \frac{x^4-1+1}{x^2+1}\mathrm{d}x = \int \left(x^2-1+\frac{1}{x^2+1}\right)\mathrm{d}x$$
$$= \frac{1}{3}x^3 - x + \arctan x + C.$$

计算不定积分时，一定不要忘记积分常数 C.

例 5　设 $f(x)=\begin{cases} x, & x\geqslant 0, \\ 0, & x<0, \end{cases}$ 计算 $\int f(x)\mathrm{d}x$.

简析　由不定积分的定义，只需计算其一个原函数，由于 $f(x)$ 是分段函数，因此，分段计算其原函数 $F(x)$.

解　记 $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x$.

当 $x>0$ 时，由于 $\left(\frac{1}{2}x^2\right)'=x$ ，故，$F(x)=\frac{1}{2}x^2+C_1$ ；当 $x<0$ 时，显然，$F(x)=C_2$ ，由于 $F(x)$ 是连续函数，在分段点 $x=0$ 处也连续，因而，

$$F(0)=\lim_{x\to 0^+}F(x)=\lim_{x\to 0^-}F(x),$$

故 $C_1=C_2$ ，因而，

$$\int f(x)\mathrm{d}x = F(x)+C = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2+C, & x\geqslant 0, \\ C, & x<0, \end{cases}$$

由此看出，不定积分也可以是分段形式.

例 6　设 $x^2+\int \frac{1}{x}\sin x\mathrm{d}x + x\arctan x - \frac{1}{2}\ln(1+x^2)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，求

$$\int x(f(x)-\arctan x)\mathrm{d}x .$$

思路分析　题型结构：不定积分的计算；难点：被积函数中含有不确定的函数 $f(x)$ ；处理方法：利用条件确定 $f(x)$.

解　由原函数的定义，则

$$f(x)=\left(x^2+\int \frac{1}{x}\sin x\mathrm{d}x + x\arctan x - \frac{1}{2}\ln(1+x^2)\right)'$$
$$=2x+\frac{1}{x}\sin x+\arctan x,$$

故，

$$\int x(f(x)-\arctan x)\mathrm{d}x=\int(2x^2+\sin x)\mathrm{d}x$$
$$=\frac{2}{3}x^3-\cos x+C.$$

再看一个不定积分的几何应用.

例 7 已知给定曲线的切线斜率为 $k(x)=\mathrm{e}^x+\sin x$，求此曲线. 又若曲线还过(0, 0)点，求此曲线.

解 设曲线的方程为 $y=f(x)$，则由导数的几何意义

$$f'(x)=k(x)=\mathrm{e}^x+\sin x,$$

故,

$$f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int(\mathrm{e}^x+\sin x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-\cos x+C,$$

显然, 这是一个曲线族.

若曲线过点(0, 0), 则

$$0=f(0)=(\mathrm{e}^x-\cos x+C)|_{x=0}=C,$$

因而, 此时曲线为 $y=\mathrm{e}^x-\cos x$.

注 根据性质 1.2, 应该有 $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$，在上面的计算中，我们用到了 $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x$，比较二者，相差一个常数 C, 我们此处的写法正确吗?

例 8 设 $f(x)=\begin{cases}0, & x\neq 0,\\ 1, & x=0,\end{cases}$ 证明： $f(x)$ 在(−1, 1)上不存在原函数.

结构分析 题型结构：原函数不存在性的证明, 是否定性命题的论证; 思路确立：否定性命题常用反证法来证明.

证明 若 $f(x)$ 有原函数 $F(x)$，由定义，$F(x)$ 可导，因而连续，且

$$F'(x)=f(x)=\begin{cases}0, & x\neq 0,\\ 1, & x=0,\end{cases}$$

因而,

$$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\begin{cases}c_1, & x<0,\\ c_2, & x>0,\end{cases}$$

由 $F(x)$ 在 $x=0$ 点连续，得 $c_1=c_2\triangleq c$，因而，$F(x)=c$，故，$F'(x)=0, x\in(-1,1)$.

另一方面, 由定义, 有 $F'(x)=f(x)$，特别有 $f(0)=F'(0)=0$ 与 $f(0)=1$ 矛盾.

例 8 实际上是导函数一个结论的体现, 我们知道, 导函数至多有第二类间断点, 不可能有第一类间断点, 而 $f(x)$ 在 $x=0$ 处存在第一类间断点, 因此, $f(x)$ 不