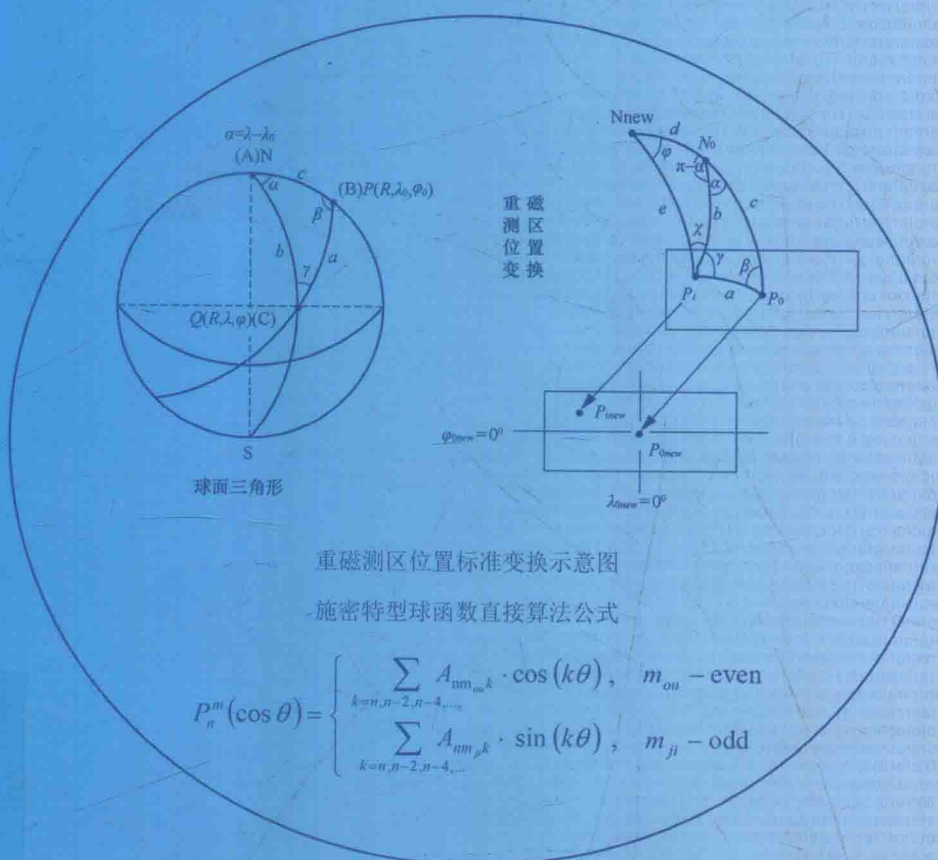




中国地质调查成果
CGS2016-085

高阶球函数直接算法 与区域位场定量解释

安玉林 张明华 黄金明 郑元满 郭良辉 著



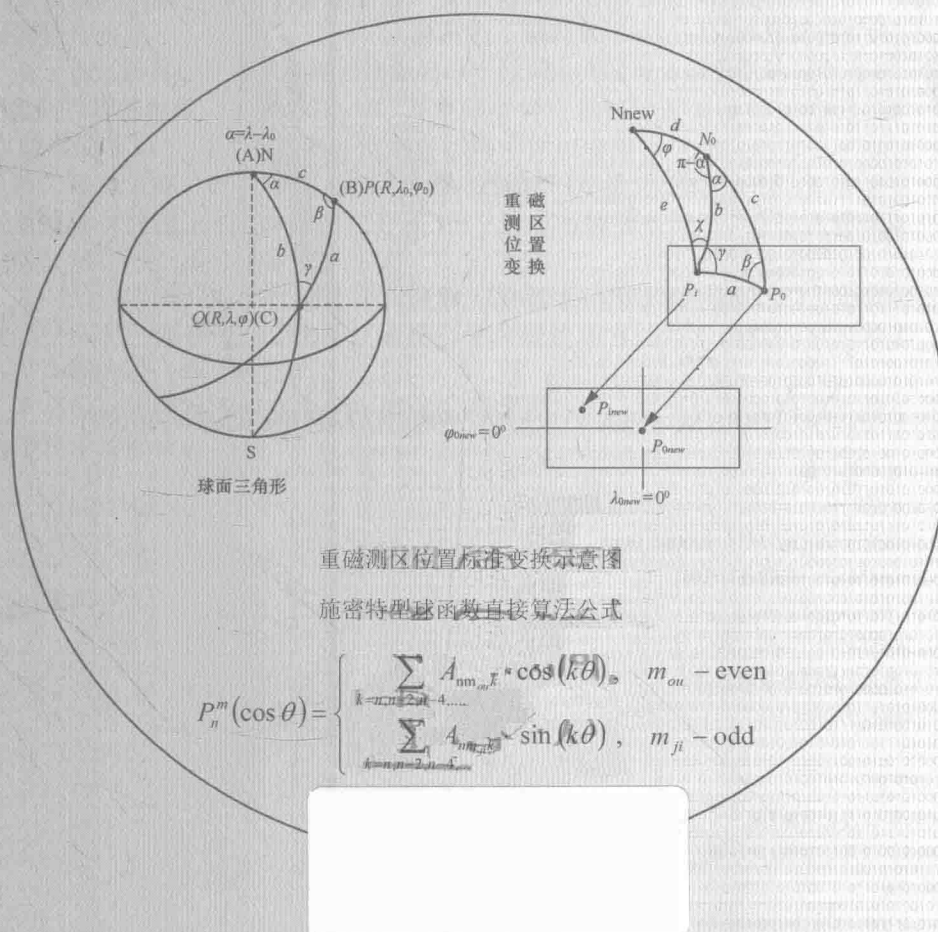
地质出版社



中国地质调查成果
CGS2016-085

高阶球函数直接算法 与区域位场定量解释

安玉林 张明华 黄金明 郑元满 郭良辉 著



地质出版社

· 北 京 ·

内 容 简 介

本书 1~3 章,在球坐标系内,阐述全球地壳质量重力校正值高精度计算及各环带数值特征。第 4~7 章,基于球函数理论和亿进制巨大整数算术算法,阐述 3 类高阶球函数数值、其重要积分和 1~3 阶导数值的高精度高速度直接算法,以及直接算法的重要应用。第 8~10 章,阐述,球坐标系内,1:20 万重磁区域场转换处理和定量解释的理论和方法;并以高阶球函数直接算法创建的“重要数据库”为依据,给出 1000 阶次以上球谐成分组成的区域重磁场的高精度高速度球谐分析与球谐合成技术方案,用于推进球坐标系内区域重磁场定量解释在我国的研究和发展。

图书在版编目(CIP)数据

高阶球函数直接算法与区域位场定量解释 / 安玉林,
张明华编著. —北京:地质出版社, 2016.12
ISBN 978-7-116-06120-0

I. ①高… II. ①安… ②张… III. ①球函数—研究
IV. ①O174.62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 264131 号

GAOJIEQIU HANSHU ZHIJIE SUANFA YU QUYU WEICHANG DINGLIANG JIESHI

责任编辑:林 建 程 静

出版发行:地质出版社

社址邮编:北京海淀区学院路31号, 100083

电 话:(010)66554528 (邮购部); (010)66554577 (编辑室)

网 址: <http://www.gph.com.cn>

传 真:(010)66554577

印 刷:北京地大天成印务有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:13.25

字 数:310千字

版 次:2016年12月北京第1版

印 次:2016年12月北京第1次印刷

定 价:68.00元

书 号:ISBN 978-7-116-06120-0

(如对本书有意见或建议,敬请致电本社;如本书有印装问题,本社负责调换)

高阶球函数直接算法 与区域位场定量解释

内 容 概 要

本书阐述高达 3600 阶次“施密特型球函数”双倍精度直接算法。该算法能够直接计算出任意单个球函数、函数的重要积分和 1~3 阶导数等准确数值。这些数值非常接近理论值，可称其为“真值”。采用这些“真值”，也可以很容易地计算出任意单个“完全规格化型球函数”和“原定义型球函数”及其重要积分和 1~3 阶导数等函数的“真值”。该算法还能够把复杂的球函数当作一个普通函数，直接加入到科学计算和理论研究中，给出某些理论难题的独特解法。

基于该直接算法，本书原则上建立起球坐标系内大区域重磁异常转换、处理和正演、反演等定量解释理论框架。为满足 1:20 万重磁资料定量解释需要，必须把有关的理论方法在 1000 球谐阶次以上的区域重磁异常定量解释中加以实现。为此，还提出了高速准确的“球谐分析”技术方案，即：采用高精度直接算法，一劳永逸地，预先计算并建立起必要的需大量重复计算的球函数、其重要积分和 1~3 阶导数值等数据库，存储在普通工作站的硬盘上，供直接顺序批量快速取用。

本书是一本研究算法基础兼寻后继学人的著述。为了推动所论述定量解释理论和技术方案尽快实现，作者特向有志于重磁勘探学科理论和方法技术研究的年轻学者，提出了 6 个可供选择的进一步研究课题。

本书可供重磁勘探专业教师与研究生阅读和参考，也可供与高阶球函数计算和应用有关的年轻学者参考。

Direct algorithm of high degree spherical function and Quantitative interpretation of region potential field

**An Yulin, Zhang Minghua, Huang Jinming,
Zheng Yuanman, Guo Lianghui**

Sammary of contents

This book sets forth a double direct algorithm of Schmidt spherical function to as high as 3600 degrees and orders. The algorithm can directly compute accurate values of separate spherical functions, its important integrals, and 1~3 degree derivatives. These accuracy of the computed values closely approaches their theoretical values and, therefore, can be called "true values". To adopt these "true values", accurate values of separate spherical functions, its key integral and 1~3 degrees derivatives of fully normalization spherical functions and original definition spherical functions can be computed very easily. The algorithm can also change very complex spherical functions to general functions that may be directly related to science computations and theortical research that can offer special methods to solve many theortical problems.

Based on this direct algorithm method, this writing establishes in principle the quantitative interpretation theory to convert, dispose, direct, and invert large regional gravity and magnetic anomalies within a spherical coordinate system. To satisfy the aim of quantitative interpretation of gravity and magnetic data at a 1 : 200000 scale, the relational theories and methods should be realized in quantitative interpretation of regional gravity and magnetic anomalies over 1000 spherical harmonic degrees and orders. Therefore, it is possible to propose a high speed SHA technique, namely, to adopt high precision direct algorithm, to prepare in advanced and establish a database of spherical functions, its important integral and 1~3 degrees derivatives values, then to save the database onto a hard drive at a computer workstation in order to read from it in a quick and efficient manner.

This book is devoted to researching the algorithm foundation and searching for young scholars interested in this research. In order to push forward the realization of the above quantitative interpretation theory and technique scheme, the authors have proposed six potential research problems to young scholars who are researching the theories and methods of gravity and magnetic prospecting.

This book offers a reference to teachers and graduate students in gravity and magnetic prospecting (geosensing) specialty and also to scholars who deal with computation and application of high degree spherical functions.

目 录

0 代前言—学科研究缘起五问·····	1
0.1 为什么大范围区域位场定量解释要采用球坐标系·····	2
0.2 如何合理确定地壳质量重力校正范围大小·····	3
0.3 如何确定完全规格化型球函数递推算法单值精度·····	4
0.4 如何确定直角坐标系内大范围重磁资料定量解释可靠性·····	4
0.5 如何提高完全规格化型球函数重要积分和各阶导数计算的稳定性·····	5
本章参考文献·····	7
1 球坐标系内全球地壳质量重力校正值高精度计算·····	10
1.1 引言·····	10
1.2 地壳质量引起的重力校正值计算示意图·····	12
1.3 球坐标系内地壳质量重力校正值计算方案和计算公式·····	13
1.4 实施高精度和高速度计算的技术方案·····	17
1.4.1 全球面上 12 个正方形结点网经纬度坐标的计算方法·····	17
1.4.2 169 km 以远地壳质量重力校正值高精度计算方案综合数据表·····	17
1.4.3 校正值计算前缩减方形网结点数的方法·····	20
1.5 全球面上和中国陆地 169 km 以远地壳质量重力校正值计算成果图及其数值特征·····	20
1.5.1 全球重力校正值计算成果图及其数值特征·····	20
1.5.2 中国陆地重力校正值计算成果图及其数值特征·····	21
1.6 西藏雅江大转弯地区 169 km 以远地壳质量重力校正值计算成果图及其数值特征·····	23
1.7 西藏雅江大转弯地区 2.0~169 km 地壳质量重力校正值计算成果图·····	25
1.8 重力校正值计算程序的重要修改·····	28
1.9 结论和建议·····	31
1.9.1 研究结论·····	31
1.9.2 研究建议·····	32
本章参考文献·····	32
2 地壳质量重力校正公式推导·····	34
2.1 常密度球壳型六面体重力场公式·····	34
2.2 密度随深度线性变化的球壳型六面体重力场公式·····	40

本章参考文献·····	42
3 球坐标系重力校正值计算程序使用说明·····	43
3.1 第一个程序·····	43
3.2 第二个程序·····	44
3.3 第三个程序·····	46
3.4 新补充程序·····	47
4 施密特型球函数直接算法公式·····	48
4.1 用于直接算法公式推导的重要公式·····	48
4.1.1 降幂三角公式与积化和差三角公式·····	48
4.1.2 连带勒让德函数定义公式、递推公式和计算公式·····	49
4.1.3 施密特型球函数 $P_n^m(\cos\theta)$ 表达式及其递推公式·····	49
4.1.4 0~8 阶施密特型球函数傅立叶展开式及其组成规律·····	50
4.1.5 施密特型球函数的正交性及函数的球谐展开·····	52
4.1.6 几个重要的加权正交关系式·····	52
4.2 施密特型球函数 $P_n^m(\cos\theta)$ 值的直接算法公式推导·····	53
4.3 施密特型球函数简化傅立叶展开式及其系数表达式·····	55
4.4 施密特型球函数系数值直接算法的编程思路和程序结构·····	59
本章参考文献·····	61
5 施密特型球函数值及其重要积分与导数的高精度直接算法·····	62
5.1 算法引言·····	62
5.2 直接算法高精度计算的理论依据·····	63
5.3 实时计算施密特型球函数展开式系数所需的递推公式·····	65
5.4 直接算法高速度计算的关键技术·····	65
5.5 直接算法计算精度评价·····	67
5.6 施密特型球函数重要积分与导数的直接算法·····	69
本章参考文献·····	70
6 施密特型球函数直接算法的重要应用(一)·····	71
6.1 三类球函数值高精度高速度直接算法·····	71
6.1.1 直接算法公式·····	71
6.1.2 算法及其评价·····	72
6.2 直接算法与全球面位场快速离散傅里叶变换·····	73
6.3 完全规格化型球函数 10 个重要积分的直接算法·····	75
6.3.1 引言·····	75
6.3.2 完全规格化型球函数直接算法基础公式·····	77

6.3.3	8 个重要积分的直接算法	81
6.3.4	复杂积分 $\bar{M}_{nm}^i$ 和 $\bar{M}_{nm}^k$ 的直接算法	85
6.3.5	问题讨论	87
	本章参考文献	89
7	施密特型球函数直接算法的重要应用 (二)	91
7.1	地磁场三分量球谐表达式	91
7.2	由地磁场径向分量 $Z(\lambda, \theta)$ 求解磁位球谐系数的直接算法	92
7.2.1	采用传统模式的求解方法	92
7.2.2	采用非传统模式的直接算法	94
7.3	由地磁场东向分量 $Y(\lambda, \theta)$ 求解磁位球谐系数的直接算法	95
7.3.1	采用传统模式的直接算法	95
7.3.2	采用非传统模式的直接算法	97
7.3.3	采用函数转换模式的直接算法	98
7.4	由地磁场北向分量 $X(\lambda, \theta)$ 求解磁位球谐系数的直接算法	99
7.4.1	采用传统模式的直接算法	99
7.4.2	采用非传统模式的直接算法	101
7.4.3	理论实例证实非传统直接算法的可行性	102
	本章参考文献	109
8	起伏球面上区域重磁场转换处理方法	110
8.1	球坐标系内的有关公式	110
8.2	重磁异常曲化平与延拓方法	112
8.2.1	起伏地球表面重磁异常曲化平	112
8.2.2	球面重磁异常上下延拓	113
8.3	磁异常化向地磁极方法	113
8.3.1	等厚球壳磁位 U_p 的球谐分析	114
8.3.2	等厚球壳磁场 T_p 的球谐分析	115
8.3.3	磁异常化向地磁极	116
8.4	重磁异常的稳定转换和分解	117
8.4.1	正则化稳定因子和异常分解滤波器	117
8.4.2	球谐分析与合成的复标准正交归一函数系	117
8.4.3	正则化稳定因子的推导	119
	本章参考文献	120
9	球壳型起伏地层重磁异常正反演理论和方法	121
9.1	球壳型磁性层磁场正演	121
9.1.1	坐标系和磁性层模型	121

9.1.2	磁性层磁位 U_p 和磁场垂直分量 Z_p 的球谐分析表达式	121
9.1.3	球谐系数 g_n^m 、 h_n^m 的正演表达式	123
9.1.4	g_{nm}^{1k} 、 g_{nm}^{2k} 、 h_{nm}^{1k} 、 h_{nm}^{2k} 的确定	124
9.2	球壳型磁性层层面埋深反演方法	124
9.2.1	层面位置反演的定解条件和场的提取	125
9.2.2	层面位置反演问题解法	125
9.2.3	反演问题稳定解法和迭代反演收敛条件	126
9.3	球壳型磁性层磁化强度反演方法	127
9.3.1	磁化强度反演的定解条件和场的提取	127
9.3.2	磁化强度反演问题的解法	127
9.4	球壳型密度层重力异常正反演理论和方法	128
	本章参考文献	129
10	几个重要问题的初步研究	130
10.1	全球球谐分析与球谐合成计算方法	130
10.1.1	一般球面函数球谐分析与球谐合成计算方法	130
10.1.2	实测地球重磁异常球谐分析与球谐合成的高速算法	131
10.2	确定位场球谐分析截断阶数 N 的方法	134
10.2.1	根据任意球面函数的傅里叶分析	134
10.2.2	根据位场球谐分析需满足的条件	137
10.3	球壳型磁性层磁异常正反演方法在球面有限区域内的应用	138
10.4	大区域重磁测点位置球面坐标标准变换	140
10.5	沿地磁场方向磁化的磁场化极技术	144
	本章参考文献	145
11	著后语——著述圆满有待来人	146
11.1	本著作章节内容简介	146
11.2	尚待完成的核心技术	148
11.3	第一作者信心和期望	149
	本章参考文献	153
	《附录一》 递推算法与直接算法的计算精度和采用直接算法的必要性	154
	本附录参考文献	164
	《附录二》 Nico 等论文的译文	165
	References	177
	《附录三》 施密特型球函数直接算法程序简介及其研创过程所遇到的困难与感悟	179

Contents

0	Equivalent of Substitute for foreword—The research of this branch of knowledge originated from five problems	1
0.1	Why does quantitative interpretation of regional potential field with huge area use a spherical coordinates system	2
0.2	What suitable ways are there to confirm the size of the area for the Earth's crust gravity correction	3
0.3	what ways are there to confirm accurately the precision of every value of a fully normalized associated Legendre function computed by recursion arithmetic	4
0.4	What ways are there to confirm the reliability of quantitative interpretation of a large area of regional potential field by using potential theory and method on a plane orthogonal coordinate system	4
0.5	What ways are there to enhance the stability to compute the definite integratal and 1-3 degree derivatives of fully normalized associated Legendre functions	5
	References	7
1	High precision computation of gravity emendation values arising from mass of the Earth's crust within spherical coordinates system	10
1.1	Introduction	10
1.2	Sketch map for the computation of gravity emendation values arising from the mass of the Earth's crust	12
1.3	The computation scheme and formulas of gravity emendation values arising from the mass of the Earth's crust within a spherical coordinates system	13
1.4	The scheme to actualize high precision and high speed computation	17
1.4.1	The method for computing longitude and latitude coordinates of 12 square crunode nets on whole Earth's surface	17
1.4.2	Integrative data tabulation of high precision computation scheme of gravity emendation values arising from the Mass of the Earth's crust at a distance of over 169km from the Observation Point (GEVMECDO 169km FOP)	17
1.4.3	The method for curtailing crunode amount of square nets before the computation of the emendation values	20

1.5	Results of from the computation of contour maps and numerical characteristics for GEVMECDO 169km FOP on the entire Earth's surface and on the surface of China	20
1.6	Results of from the computation of contour maps and numerical characteristics for GEVMECDO 169km FOP in the region of Tibet YaJiang's DaZhuanWan	23
1.7	Results of from the computation of contour maps and numerical characteristics for GEVMECDO 2-169km FOP in the region of Tibet YaJiang's DaZhuanWan	25
1.8	Important modification to the gravity emendation values computation program	28
1.9	Conclusions and suggestions	31
	References	32
2	Deducting the gravity emendation expression arising from mass of the earth's crust	34
2.1	Expression of gravity of a hexahedron with sphere crust shape and fixed density	34
2.2	Expression of gravity of a hexahedron with sphere crust shape and linearity variation density with depth	40
	References	42
3	User manual for the computation procedures of gravity emendation values in a spherical coordinates system	43
3.1	First procedure	43
3.2	Second procedure	44
3.3	third procedure	46
3.4	New supplementary procedures	47
4	Expression of the direct algorithm of Schmidt's spherical function	48
4.1	Primary expressions used in the deduction of the direct algorithm	48
4.2	The deduction of the direct algorithm expression of Schmidt's spherical function $P_n^m(\cos \theta)$	53
4.3	Fourier's expansion with finite terms and its coefficients expressions of Schmidt's spherical function	55
4.4	Program design methodology and program framework for the direct arithmetic of the coefficient values of Schmidt's spherical function	59
	References	61
5	High precision direct algorithm of Schmidt's spherical function and its important integral and derivatives	62
5.1	The algorithm introduction	62
5.2	The theory of high precision direct algorithm	63
5.3	The recursive formulas necessitated by real-time computation of the coefficients of Fourier's expanded form of Schmidt's spherical function	65

5.4	The key techniques for high speed computation of direct algorithm	65
5.5	Evaluation of the computation precision of direct algorithm	67
5.6	The direct algorithm for the important integral and derivatives of Schmidt's spherical function	69
	References	70
6	Important application for the direct algorithm of Schmidt's spherical function (1)	71
6.1	high precision and high speed direct algorithm of third types of spherical function	71
6.1.1	The expressions of direct algorithm	71
6.1.2	Algorithm and algorithm appraisal	72
6.2	The direct algorithm and the FFT of potential field on the whole sphere	73
6.3	The direct algorithms for 10 important integrals of fully normalized types of spherical functions	75
6.3.1	introduction	75
6.3.2	basal formulas of the direct algorithm	77
6.3.3	The direct algorithm of 8 important integrals	81
6.3.4	The direct arithmetic of complex integral $\bar{M}_{nm}^i$ and $\bar{M}_{nm}^k$	85
6.3.5	Questions and discussion	87
	References	89
7	Important application for the direct algorithm of Schmidt's spherical function (2)	91
7.1	The spherical harmonic expression for three components of the Earth's magnetic field	91
7.2	Evaluation for the solution of spherical harmonic coefficients of magnetic potential by using radial component $Z(\lambda, \theta)$ of the Earth's magnetic field	92
7.2.1	Evaluation for the solution using the conventional mode	92
7.2.2	Evaluation for the solution using the direct algorithm of unconventional mode	94
7.3	Evaluation for the solution of spherical harmonic coefficients of magnetic potential by using eastward component $Y(\lambda, \theta)$ of the Earth's magnetic field	95
7.3.1	Evaluation for the solution using the direct algorithm of conventional mode	95
7.3.2	Evaluation for the solution using the direct algorithm of unconventional mode	97
7.3.3	Evaluation for the solution using the direct algorithm with functional transformations	98
7.4	Evaluation for the solution of spherical harmonic coefficients of magnetic potential by using northward component $X(\lambda, \theta)$ of the Earth's magnetic field	99
7.4.1	Evaluation for the solution using the direct algorithm of conventional mode	99
7.4.2	Evaluation for the solution using the direct algorithm of unconventional mode	101
7.4.3	Analysis of the feasibility of the direct algorithm of unconventional mode using a theoretical example	102
	References	109

8	The conversion and disposal methods of big regional Gravity and magnetic anomalies within a spherical coordinates system	110
8.1	The relational equations within spherical coordinates system	110
8.2	To up or down convert gravity and magnetic anomalies on undulate sphere to one sphere	112
8.3	Reduction-to-the-pole of magnetic anomalies on the sphere	113
8.3.1	Spherical harmonic analysis for magnetic potential U_p of whole sphere crust with fixed thickness	114
8.3.2	Spherical harmonic analysis for magnetic field T_p of whole sphere crust with fixed thickness	115
8.3.3	Reduction-to-the-pole of magnetic anomalies	116
8.4	Steady conversion and analysis of gravity and magnetic anomalies	117
8.4.1	The normalization steady factor and anomaly analysis filter	117
8.4.2	Normal orthogonal normalization of complex-functions system of SHA and SHS	117
8.4.3	Deduction of the normalization steady factor	119
	References	120
9	The direct and inverse theory and methods of magnetic anomaly engendered by undulant layer with spherical shell shape	121
9.1	The direct method of magnetic anomaly engendered by undulant Layer with spherical shell shape	121
9.1.1	Coordinate system and the undulant magnetic layer model	121
9.1.2	The spherical harmonic expressions for potential U_p and radial component Z_p of undulant magnetic layer	121
9.1.3	The direct expressions of spherical harmonic coefficients g_n^m and h_n^m	123
9.1.4	Computations of the coefficients $g_{nm}^{1k}, g_{nm}^{2k}, h_{nm}^{1k}, h_{nm}^{2k}$ by the SHA method	124
9.2	Boundary depth inverse method of undulant magnetic layer	124
9.2.1	Conditions to obtain the only solution of the boundary depth inverse and the method to obtain the anomaly used to inverse it	125
9.2.2	Boundary depth inverse method	125
9.2.3	The method to solve stably inverse problems and the convergence condition of iterative inversion	126
9.3	Magnetization module inverse method of undulant magnetic layer	127
9.3.1	Conditions to obtain the only solution of magnetization module inverse and the method to obtain the anomaly used to inverse it	127
9.3.2	Magnetization module inverse method	127

9.4	The direct and inverse theory and methods of gravity anomaly engendered by undulant layer with spherical shell shape	128
	References	129
10	The elementary research of several important problem	130
10.1	The computation methods for global SHA and SHS	130
10.1.1	The computation methods for global SHA and SHS of general spherical function	130
10.1.2	The high speed computation for global SHA and SHS of observational gravity and magnetic anomalies	131
10.2	The methods to confirm interceptive degree of potential SHA	134
10.2.1	Solutions based on the Fourier's analysis of arbitrary global sphere function	134
10.2.2	Solutions based on the requisite conditions of potential field SHA	137
10.3	The application for direct and inverse methods of magnetic anomaly of undulant layer with spherical shell shape in a finite sphere region	138
10.4	The transposition of gravity and magnetic observation region and its practical significance	140
10.5	The transposition for spherical coordinates of observational points be fit for reduction-to-the-pole algorithm	144
	References	145
11	The postscript – to expect subsequent person who can complete this writing in the future	146
11.1	Brief introduction of the contents in this book	146
11.2	The core techniques will still be need to be completed	148
11.3	The confidence and expectations of first author	149
	References	153
	Appendix 1: The computation accuracy of recursion and direct algorithm and the necessity for adoption of direct algorithm	154
	References	164
	Appendix 2: The translation of article: Global spherical harmonic computation by two-dimensional Fourier methods	165
	References	177
	Appendix 3: A brief introduction of the procedures for the direct algorithm of Schmidt spherical function	179

0 代前言——学科研究缘起五问

半个世纪以来,国内重磁勘探观测资料定量处理和解释的理论方法研究,基本局限于平面直角坐标系内。研究人员发表了大量论文和著作。这些著述,论述了3大方面的内容:①重磁勘探观测值异常的定量提取与转换处理;②重磁理论模型异常场的解析正演问题;③重磁异常场的定量反演问题。可以认为,20世纪末,有关的理论方法研究已经相当完善。近年的研究,基本上没有突破已有的理论方法范畴。

虽然在球坐标系内,国内重磁勘探专家也有一些研究成果。但是,主要集中在对整个地球或部分区域的中、低阶次重磁场(即宏观尺度、低缓变化重磁场)的“球谐分析”和“球谐合成”方面,用以建立整个地球或部分区域的“重磁场模型”,为提取重磁异常提供“正常场”和进行巨型大地构造定性解释。而用于局部性和区域性两类重磁异常转换处理和正反演等定量解释的理论方法研究成果,却寥寥无几;特别是适合大区域重磁异常定量解释的理论方法研究,可以认为是一片空白。

在地球坐标系内,研究并实现用于矿产资源勘探的大区域重磁异常定量解释的理论方法有很大难度。

第一,用于矿产资源勘探的区域性重磁异常一般是由地壳内异常质量连续分布所引起。这些异常质量埋深浅,若用在球坐标系内最为常用的“球谐分析”与“球谐合成”来表示它们的异常场,所需“球函数”的阶次 n 和 m 应达到1500以上。如此高阶次球函数值、球函数加权定积分和1~3阶导数的计算,因算法不稳定和函数值向上或向下溢出等问题,往往变得相当困难。

据Toshio^[01]介绍,国外数十位大地测量专家,如Brendt^[02], Smith et al.^[03], Rapp et al.^[04], Wenzel^[05], Wittwer et al.^[06], Pavlis et al.^[07], Fantino et al.^[08], Toshio^[01,09]等,为解决“完全规格化型球函数 $\bar{P}_n^m(\cos\theta)$ ”值精确计算问题付出了艰辛努力。伴随着360-、1000-、1800-、2160-阶次等“地球重力场模型”的建立,在该函数“递推算法”技术研究上不断取得重要进展。其中,最为有效的技术是采用“指数扩展法”^[06],即用“ 2^N ($N=120,960,16000$)”代替“10”作为浮点数指数的“基数”进行“递推”,但其代价是CPU计算时间增大约数十倍。而Toshio^[01]通过“适当增大 N 值、引进 X -数和把 X -数计算语句直接植入递推程序”等措施,在CPU计算时间仅增加约10%的情况下,还把计算 $\bar{P}_n^m(\cos\theta)$ 的阶 n 提高到 $n=2^{32}=4294967296$,因而取得了令人瞩目的好成果。不过,即使如此,关于 $\bar{P}_n^m(\cos\theta)$ 数值计算精度评价,和关于它的定积分与各阶导数等计算的速度及稳定性方面仍存在较大问题(见《附录一》)。

国内大地测量专家,采用“递推算法”,在建立“地球重力场模型”方面也取得不少重要成果^[10,11,12,13]。但他们同样被迫面对不稳定计算问题。近10余年来,他们主要采用递推系数小于1.0的“跨阶次递推算法”,用以克服 $\bar{P}_n^m(\cos\theta)$ 值算法的不稳定性^[14,15,16,17]。但

面对 3000 阶次以上函数值计算, 该算法仍遇到困难^[16]。

第二, 本著作第一作者在球坐标系内研究建立的区域重磁异常定量处理解释方法^[18,19,20], 包含着更为复杂的“球谐分析与球谐合成”计算, 只能在低阶次范围内实现。因为 15 年前的普通计算机硬件水平不能满足高阶次区域位场定量处理解释的要求。那时, 就连进行“高精度全球地壳质量重力校正值计算”都有困难。另外, “高精度、高速度与高阶次”计算方法, 是经过大量研究实践得到的; 没有实验研究, 这样的方法技术就不可能出现。

第三, 缺乏科研经费的投入和重磁勘探学科方法技术研究决策者和领军人物的重视。

从 20 世纪 80 年代末起, 本著作第一作者, 开始在球坐标系内, 研究地壳内异常源重磁位场定量处理解释的理论和方法。首先, 参照平面直角坐标系内的研究成果, 发表了两篇关于区域性磁场转换处理和定量正反演论文^[18,20] (它们也是专著^[19]的重要内容)。接着, 又发表了数篇关于局部重磁异常源全方位成像的中文、英文论文^[21,22,23,24], 和两本专著^[25,26]。这使我们较为深入地掌握了“球谐分析”与“球谐合成”理论及其应用。另外, 在执行国家自然科学基金项目“复杂条件下局部重磁场源全方位成像理论深化研究”时 (项目号: 49974027, 2000~2002 年, 结题报告被评为“A 级”成果), 又推导出用于施密特型球函数 $P_n^m(\cos\theta)$ 高精度数值计算表达式, 精确计算出了该函数 0~360 阶次有限项傅立叶展开式系数, 提出了该函数值高精度高稳定性“直接算法”, 并应用到局部重磁场源正演和反演中^[27,28,29,30]。实际上, 若该“直接算法”能够在更高阶次加以实现, 完全可以在全球性和区域性重磁位场研究中发挥重要作用。

但是, 我们提出的关于 $P_n^m(\cos\theta)$ 数值的高精度高稳定性“直接算法”, 并没有引起国内外从事该函数值“递推计算”科技人员的关注。于是, 2011 年开始, 我们决定亲自把 $P_n^m(\cos\theta)$ 函数数值“直接算法”推进到 3600 阶次。目前, 这一目标已经实现。

在当前国家加大科研经费投入和计算机软硬件迅速发展的情况下, 本书作者深感有必要推动我国球坐标系内区域重磁位场定量处理解释理论方法研究。为此, 把我们的初步研究成果和不完全成熟的技术方案发表出来。

2011 年研究工作伊始, 我们便提出如下“五个重要问题”作为研究大纲。本著作正文章节中将接着回答这些问题。相信这些问题的解决, 会为后续研究奠定坚实基础。

0.1 为什么大范围区域位场定量解释要采用球坐标系

以前国内教科书关于 2.0 km 以远地壳质量的重力校正值计算仅限于 2.0~166.7 km 圆形环带以内; 而且采用的是直角坐标系内成立的理论和计算公式。这是有较大问题的, 表 1 给出简单的算例即是证明。计算时假设: 计算点 P_i 分别位于北极点及其上方 2000 m 处, 其径向半径分别为 $R_0=6371200$ m 和 $R_0=6371200+2000$ m, 其重力场方向指向地心; 过计算点画与半径 R_0 垂直的水平线, 线上点 Q_j 到地球中心的连线与半径 R_0 的夹角为 θ (余纬, 单位为“°”), 连线长度与 R_0 之差为 Δh (即线上点的高程, 单位为“m”, 计算点高程为 0.0 m)。

表 1 证明采用直角坐标系公式计算重力地形校正值存在较大误差的简单算例

Table.1 The simple computational example that prove there is biggish error to compute gravity terrain emendation value by use of formulation in plane orthogonal coordinates system.

a: $R_0 = 6371200 \text{ m}$

$\theta / (^\circ)$	0.00	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00	5.50
$\Delta h / \text{m}$	0	243	971	2184	3884	6070	8743	11906	15558	19701	24337	29467
$\theta / (^\circ)$	6.00	6.50	7.00	7.50	8.00	8.50	9.00	9.50	10.00	10.50	11.00	11.50
$\Delta h / \text{m}$	35094	41220	47847	54977	62613	70759	79418	88592	98286	108503	119248	130524

b: $R_0 = 6371200 \text{ m} + 2000 \text{ m}$

$\theta / (^\circ)$	0.00	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00	5.50
$\Delta h / \text{m}$	0	243	971	2185	3885	6072	8746	11910	15563	19707	24345	29477
$\theta / (^\circ)$	6.00	6.50	7.00	7.50	8.00	8.50	9.00	9.50	10.00	10.50	11.00	11.50
$\Delta h / \text{m}$	35105	41233	47862	54994	62633	70782	79443	88620	98317	108537	119285	130565

由表 1 可知：在球坐标系内计算，当场源点 Q_i 余纬为 1.50° （距北极约 168 km）时，只要其高程差 Δh 分别小于 2.184 km 和 2.185 km，该点场源产生的重力值的 100% 方向向下；而如果在平面直角坐标系内计算，该点场源产生的重力值的 100% 方向向上；两者地形校正值之差达 200%！其余表格值含义均按此推论。这表明：分别采用直角坐标系和纯球坐标系公式计算 P_i 点重力地形校正值，两者误差是水平面和球面之间地壳质量在计算点产生的重力值的两倍；显然，这是值得重视的问题；特别是在地形起伏很大地区或者计算范围很大时。

另外，目前重磁资料一次处理解释的经纬度范围达到 $20^\circ \sim 30^\circ$ ，甚至覆盖全国，而采用的方法仍是在平面直角坐标系内建立起来的。由表 1 可知，跨度 20° 区的一半为 10° ，区域两端球面与平面高差竟达 98 km。有如此大的高度差异，仍把球面当作平面，这是令人难以接受的。导致这种做法的原因，主要是缺乏在球坐标系内成立的方法技术所致。

因此，尽快研创在纯球坐标系内成立的重磁异常处理解释方法技术，应该引起决策者们的重视。

0.2 如何合理确定地壳质量重力校正范围大小

中国地质调查局近年推出直角坐标系公式和球坐标系公式一起应用的地壳质量重力校正值计算程序，但校正值计算涉及范围仍然局限于 $2.0 \sim 166.7 \text{ km}$ 圆形环带内，不仅对 166.7 km 以远地壳质量影响未加考虑，计算方案也比较粗略，计算精度较低。

为何推广应用的地壳质量重力校正值计算程序涉及范围仍局限于 $2.0 \sim 166.7 \text{ km}$ ，是因为有这样一种认识： 166.7 km 以远地壳质量在校正区内产生的重力值可以看作低缓背景，能通过圆滑滤波加以消除。