

交规划教材

断裂力学

Duanlie Lixue

张慧梅 / 主编

中国矿业大学出版社

China University of Mining and Technology Press

教材

断裂力学

主 编 张慧梅
副主编 刘向东

中国矿业大学出版社

内 容 提 要

本书融合国内外最新教材的发展趋势,强化基本理论,注重工程应用。在教学基本要求范围内,知识体系结构完整,逻辑结构清晰,层次性强,重点难点突出,教学目标明确。其主要内容为:裂纹尖端附近应力场强度、裂纹尖端的能量变化率、三维裂纹问题、裂纹尖端附近的小范围屈服、裂纹尖端张开位移理论、 J 积分理论、弹塑性断裂分析的工程方法、复合型裂纹问题、断裂韧度测试原理、疲劳裂纹扩展、断裂力学中的工程应用及数值计算方法。各章后均有习题,可供读者使用。

本书可作为工科院校力学、安全工程、采矿工程、土木工程、机械类等专业的本科生及研究生教材,也可作为相关专业工程科技工作者、本科自学考试及教师的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

断裂力学/张慧梅主编. —徐州:中国矿业大学

出版社,2018.1

ISBN 978 - 7 - 5646 - 3883 - 2

I. ①断… II. ①张… III. ①断裂力学—高等学校—教材 IV. ①O346.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 005493 号

书 名 断裂力学

主 编 张慧梅

责任编辑 黄本斌

出版发行 中国矿业大学出版社有限责任公司
(江苏省徐州市解放南路 邮编 221008)

营销热线 (0516)83885307 83884995

出版服务 (0516)83885767 83884920

网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail: cumtpvip@cumtp.com

印 刷 徐州中矿大印发科技有限公司

开 本 787×1092 1/16 印张 11.75 字数 293 千字

版次印次 2018 年 1 月第 1 版 2018 年 1 月第 1 次印刷

定 价 22.00 元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

前 言

断裂力学是力学、安全工程、采矿工程、土木工程、机械类等专业的基础课,因其理论严密、概念抽象、公式繁多、推导复杂,并涉及较多的数学知识,被认为是一门具有挑战性的课程。本书结合编者多年从事工程断裂力学教学的实践经验,并融合国内外各种断裂力学教材和论著的特点编写而成,旨在系统地介绍工程断裂力学的基本理论和基本方法,并结合工程断裂力学的工程应用和断裂力学的最新进展,提高学生的学习兴趣以增强学生对今后工作的适应能力。

本书在内容选取上体现实用性。其主要内容包括:裂纹尖端附近应力场强度、裂纹尖端的能量变化率、三维裂纹问题、裂纹尖端附近的小范围屈服、裂纹尖端张开位移理论、 J 积分理论、弹塑性断裂分析的工程方法、复合型裂纹问题、断裂韧性测试原理、疲劳裂纹扩展、断裂力学中的工程应用及数值计算方法等。这样的内容安排既重视基本理论,又注重与工程实际相结合。此外,本书在例题和习题的选取上,突出了重点和难点,并尽量与工程实际相结合。

本书由西安科技大学张慧梅担任主编,刘向东担任副主编。具体编写分工:张慧梅编写第 1~6 章以及附录部分,刘向东编写第 7~12 章。

承蒙韩江水教授在本书知识体系的编排中提出的宝贵意见,感谢在日常教学中对我们的悉心指导。在此表示衷心感谢!

在编写过程中,西安科技大学力学学科研究生庞步青、刘小宁、孟祥振做了大量校对工作,在此一并表示感谢。

由于作者水平有限,书中错误、疏漏及不妥之处难以避免,敬请广大读者赐教和指正。

作 者

2017 年 7 月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 断裂力学的产生	1
1.2 断裂力学的任务和分类	3
1.3 断裂力学的基本概念	4
习题	7
第 2 章 裂纹尖端附近应力场强度	8
2.1 Westergaard(威斯特葛尔德)方法	8
2.2 应力强度因子的计算	15
2.3 确定应力强度因子的数值方法	25
习题	28
第 3 章 裂纹尖端的能量变化率	30
3.1 弹性系统的总势能	30
3.2 裂纹扩展时的能量变化率	32
3.3 两种特殊情况下 G 的表达式	35
3.5 能量释放率的柔度表示	38
习题	40
第 4 章 三维裂纹问题	41
4.1 无限体内的椭圆形裂纹	41
4.2 表面裂纹	43
习题	45
第 5 章 裂纹尖端附近的小范围屈服	46
5.1 小范围屈服下裂纹尖端的屈服区	46
5.2 应力松弛对塑性区的影响	50
5.3 应力强度因子 K_I 的塑性修正	51
5.4 D-B 模型	55
5.5 小范围屈服下的裂纹扩展	57
习题	60

第 6 章 裂纹尖端张开位移理论	62
6.1 COD 断裂准则	62
6.2 COD 的理论计算	63
6.3 全面屈服条件下的 COD	65
6.4 COD 准则的工程应用	67
6.5 COD 理论的意义和局限性	70
习题	71
第 7 章 J 积分理论	72
7.1 J 积分的定义及其守恒性	72
7.2 J 积分与裂纹尖端应力、应变场	73
7.3 J 与 G 和 COD 的关系	75
7.4 J 积分的形变功定义	77
7.5 J_R 阻力曲线法	79
7.6 J 积分应用于实际的静止裂纹问题	80
7.7 J 积分应用于实际的裂纹扩展问题	84
习题	87
第 8 章 弹塑性断裂分析的工程方法	88
8.1 工程方法概述	88
8.2 全塑性裂纹解	89
8.3 弹塑性估算公式	92
8.4 用工程方法作断裂分析	94
习题	96
第 9 章 复合型裂纹问题	97
9.1 最大周向拉伸应力理论	97
9.2 最大能量释放率理论	100
9.3 应变能密度理论	102
9.4 复合型裂纹的经验断裂准则	106
习题	107
第 10 章 断裂韧性测试原理	109
10.1 平面应变断裂韧性 K_{Ic} 测试	109
10.2 裂纹张开位移测试	112
10.3 弹塑性断裂韧性 J 积分测试	115
习题	117
第 11 章 疲劳裂纹扩展	118
11.1 疲劳设计	118
11.2 疲劳裂纹扩展的一般特点	119
11.3 裂纹扩展速率	122

11.4	影响疲劳裂纹扩展速率的主要因素	123
11.5	应变疲劳的特点	125
11.6	剩余寿命的估算	126
	习题	128
第 12 章	断裂力学工程应用及有限元方法	129
12.1	断裂力学在工程中的应用	129
12.2	断裂力学的有限元方法	140
附录		156
附录 I	复变函数的基本知识	156
附录 II	弹性力学平面问题基础知识	163
附录 III	塑性力学基础	166
习题参考答案		173
参考文献		177

第 1 章 绪 论

断裂力学作为一门正式的学科,虽然只有短短几十年的历史,但由于生产实践及工程技术等方面的需要,发展非常迅速,已经成为固体力学的一个重要组成部分。目前已广泛应用于航空及宇航工程、土木工程、机械制造工程、采矿工程、地质工程、核能工程、电力工程、化工工程、容器管道工程、造船工程等领域。近年来,更渗透到生化工程、生物工程、细胞生物学等领域。工程实际的迫切需要,成为断裂力学迅速发展的强大动力。

1.1 断裂力学的产生

长期以来,为了保证工程结构的稳定性,人们进行了大量的理论分析和实验研究,建立了传统的控制构件不被破坏而能够安全工作的理论,称为强度条件或安全设计。其基本思想是保证构件的工作应力不超过材料的许用应力,即:

$$\sigma \leq [\sigma] = \begin{cases} \sigma_b/n_b & (\text{对脆性材料}) \\ \sigma_0/n_0 & (\text{对塑性材料}) \\ \sigma_r/n_r & (\text{在交变应力作用下}) \end{cases} \quad (1-1)$$

式中, σ 为由外载计算的工作应力; $[\sigma]$ 为许用应力; $\sigma_b, \sigma_0, \sigma_r$ 分别为材料的强度极限、屈服极限和持久极限,由实验测得; n_b, n_0, n_r 为对应于 $\sigma_b, \sigma_0, \sigma_r$ 的安全系数。

这种传统的经典强度理论在生产实践中起到了很大的作用,在相当长的时期内,成功地保证了构件的安全。但是随着历史的推移,先进科学技术蓬勃发展,对经典强度理论提出了挑战,主要表现在:

- (1) 高强度材料和超高强度材料的使用(屈服极限 $\sigma_0 \geq 1\ 400$ MPa);
- (2) 工程构件的大型化;
- (3) 全焊接结构的使用。

在这种情况下,对于一系列十分重要的工程结构,尽管人们采用了高强度与超高强度材料,小心翼翼地严格按照经典强度理论进行设计,可是许多灾难性的事故还是发生了。

1975年5月一个晴朗的下午,一架美国麦克唐纳·道格拉斯公司制造的 DC-10 型宽体客机从芝加哥国际机场起飞。突然,地面上有人看见飞机机翼下的一个发动机脱落,不到几秒钟,飞机就从低空坠落。飞机上 270 多人全部遇难,美国历史上最大的空难事件就这样发生了。

在国外,类似 DC-10 型飞机失事的事故并不少见。据统计,从 1938~1942 年期间,全世界约有 40 座焊接铁桥,按传统的设计理论没有发现任何异常现象的情况下突然断裂倒

塌。其中,比利时有3座桥是在低温($-14\text{ }^{\circ}\text{C}$)下发生脆性断裂破坏的。

第二次世界大战期间,美国建造的近5000艘全焊接“自由轮”,连续发生1000多起脆性断裂事故。其中,238艘完全报废,有10艘是在平静的海面上突然被折成两段。1943年1月,一艘游轮在码头交付使用时突然断裂成两段,当时的气温为 $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$,然而经过分析计算发现,断裂破坏时船体构件所受到的最大拉应力仅为70 MPa,而船体材料为低碳钢,其屈服极限为250 MPa,强度极限为400~500 MPa。

尤其引人注目的是,20世纪50年代初美国的北极星导弹固体燃料发动机壳,材料为D6AC高强度钢,屈服极限为1400 MPa,经传统方法检验合格,但在试验发射时发生爆炸事故,然而机壳破坏时的工作应力却不到材料屈服极限的一半。1949年,东俄亥俄州煤气公司的圆柱形液态天然气罐发生爆炸,使周围的街市化为废墟。

类似的意外断裂事故发生比较频繁,这些事故发生时,事前并无明显预兆,破坏非常突然,以致造成重大损失,甚至灾难。特别是发生事故时工作应力低于屈服应力,是用传统设计准则无法解释的,这就引起了人们的普遍重视,引起力学界的高度关注。

人们对这些事故进行了大量的调查研究发现,无论是中、低强度钢,还是高强度材料,都可能发生脆性断裂,并具有以下共同点:

(1) 断裂时的工作应力都较低,不仅低于材料的屈服极限,甚至低于常规设计的许用应力。

(2) 尽管是典型的塑性材料,也常常在应力不高甚至低于屈服极限的情况下发生突然的脆性断裂现象,因此,通常称这类破坏为“低应力脆断”。

(3) 用显微镜对断口或碎片进行观察,发现“低应力脆断”总是从构件内部存在的、长度为0.01~1 cm以上的裂纹源扩展引起的。也就是说,破坏构件都存在初始缺陷,这里的缺陷是指宏观裂纹,而不考虑晶粒大小的缺陷。这种宏观裂纹源可能是在加工、制造和使用过程中产生的,出现这样的裂纹是难以避免的。

(4) 中、低强度钢的脆断事故,一般发生在较低的温度下($15\text{ }^{\circ}\text{C}$ 以下),而高强度材料则没有明显的温度效应。

于是人们通过广泛深入的研究,特别是从大量低应力脆断事故分析中发现,之所以传统的经典强度理论无法对上述现象做出合理的解释,是因为这个传统的设计思想存在一个严重的问题,就是它把材料视为无缺陷的均匀连续体,这与工程实际中的构件情况是不相吻合的。随着科学技术的高度发展,特别是高强度材料的使用,一般说来,材料的强度愈高,抵抗裂纹扩展的能力相对要下降;其次是结构物构件的不断大型化,使得在制造时存在裂纹以及在使用中产生裂纹的可能性大为增加,裂纹尺寸一般也较大,引起低应力脆断的临界应力就会降低。尤其是普遍采用焊接结构,在焊接部分,由于温度的急剧变化及溶渣夹杂,极易出现裂纹型缺陷。此外,构件经常在复杂的使用条件下工作,例如在较为极端的高温和低温下工作、承受交变荷载、在腐蚀环境下工作,所有这些情况都对裂纹的形成及其扩展创造了必要的条件。因此,对于工程实际中的构件,总是不可避免地存在各种不同形式的缺陷,正是由于这些缺陷的客观存在,使材料的实际强度大大低于理论模型的强度。

综上所述,裂纹(缺陷)是造成构件低应力脆性断裂的主要原因。

这里提出第一个问题:是否可以使构件中不存在裂纹呢?这是不可能的。即使有了先进的冶炼技术和制造工艺,也很难消除构件中的全部缺陷。另外,构件中有些缺陷,也不是

能够发现的。现有的各种探伤手段都具有一定的灵敏范围,细小裂纹难以探出,即使构件不存在宏观裂纹,材料内部也会存在微观和亚微观裂纹,这类裂纹受到疲劳载荷或应力腐蚀作用,也会逐步发展成为宏观裂纹。

第二个问题:是否构件存在裂纹就一定会发生断裂?不一定。许多情况下裂纹对构件的使用是没有多大影响的,重要的是应该区分有危险和无危险的裂纹,制定出合理的产品质量检验标准,估算工程结构服役期限。

因而为了保证构件的安全工作,首先根据构件存在裂纹这一现实情况出发,研究反映裂纹存在条件下新的断裂准则,以适应工程需要。于是以含裂纹体为研究对象的一门新兴学科——断裂力学产生了。20世纪50年代正式形成断裂力学。

1.2 断裂力学的任务和分类

1.2.1 断裂力学的基本任务

断裂力学的基本任务,就是利用连续介质力学的理论和方法,应用弹塑性力学理论,研究裂纹体的裂纹扩展规律,以便解决构件的断裂破坏问题。

按照断裂力学观点,构件断裂过程包括微观裂纹的形成、生长,成为宏观裂纹,直至断裂。一般把裂纹长度 $2a < 0.05 \sim 0.1$ mm 的裂纹扩展阶段称为微观裂纹扩展阶段;把裂纹长度 $2a > 0.05 \sim 0.1$ mm 的裂纹扩展阶段称为宏观裂纹扩展阶段。以宏观裂纹体为研究对象的断裂力学,称为宏观断裂力学,简称断裂力学。

作为研究裂纹体的断裂力学,首先需要研究清楚,在一定的外力作用下,裂纹会不会开裂,在断裂力学中称为起裂条件。起裂以后,裂纹的扩展方式是怎么样的呢?在不增加外力的情况下,裂纹以极高的速度持续扩展,称为失稳扩展,简称失稳。在这种情况下,构件已完全失去承载能力。如果起裂以后,还需要增加外力,裂纹才会继续扩展,称为裂纹的稳定扩展,或称为亚临界扩展。经过一定的稳定扩展,裂纹最后失稳,造成构件断裂。研究裂纹的稳定扩展是断裂力学中一个十分重要的问题,一般情况下,还必须探讨裂纹的扩展方向,所有这些,统称为裂纹扩展规律。

工程应用上,建立断裂判据:

(1) 安全评定:构件含裂纹后能否安全工作,是否存在危险?

(2) 承载能力:可求得材料的容许载荷。

(3) 临界裂纹尺寸的确定:根据裂纹特性,使用一定的加工工艺,选择恰当的寿命,满足经济与安全的矛盾。

1.2.2 断裂力学的分类

由于研究的出发点不同,断裂力学可分为微观断裂力学和宏观断裂力学。

微观断裂力学研究原子位错等晶体尺度内的断裂过程,位错可以看作是晶体原子的一种错排,是一种特殊的晶体缺陷,根据对这些过程的了解,建立起支配裂纹扩展和断裂的判据。目前这方面的研究还难于定量地解释宏观裂纹中的各种现象。宏观断裂力学是在不涉及材料内部断裂机理的条件下,通过连续介质力学分析和实验研究做出对断裂强度的估算

与控制。宏观断裂力学目前已有有了很大的发展,可以广泛地应用成熟的弹塑性理论,成功地解释由裂纹造成的宏观断裂现象,所得结果可直接用实验验证,并与工程实际紧密结合。

宏观断裂力学按其在外载荷作用下,裂纹尖端塑性区的大小,可以分为线弹性断裂力学和弹塑性断裂力学。

线弹性断裂力学的对象是线弹性含裂纹固体,认为材料的物理关系是线性的,只需利用弹性力学的理论和方法。线弹性断裂力学发展得比较成熟、严谨,已广泛用于工程实际。弹塑性断裂力学是应用弹性力学、塑性力学的理论和方法,研究物体裂纹扩展规律和断裂准则,适用于裂纹尖端附近有较大范围塑性区的情况。虽然弹塑性断裂力学在工程应用中具有更大的意义,但由于在用弹塑性分析方法处理具体问题时存在较大的数学上的困难,所以目前这一领域的研究虽然最活跃,但并不如线弹性断裂力学那样充分,仍处于蓬勃发展阶段。

1.3 断裂力学的基本概念

1.3.1 裂纹的基本形式

实际构件存在的缺陷是多种多样的,除了裂纹,还可能是冶炼中产生的夹渣、气孔,加工中引起的刀痕、刻槽,焊接中的气泡、未焊透的部分等。在断裂力学中,常把这些缺陷都简化成裂纹,并统称“裂纹”。

1. 按裂纹的几何特征分类

根据裂纹在构件中所处的位置,可将裂纹分为穿透裂纹、表面裂纹和深埋裂纹,如图1-1所示。

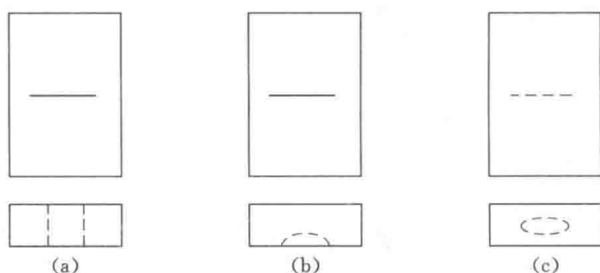


图 1-1 裂纹的几何特征分类图

(a) 穿透裂纹;(b) 表面裂纹;(c) 深埋裂纹

(1) 穿透裂纹

贯穿构件厚度的裂纹称为穿透裂纹。通常把裂纹延伸到构件厚度一半以上的裂纹称为穿透裂纹,并常作理想尖裂纹处理,即裂纹尖端的曲率半径趋近于零。这种简化是偏安全的。穿透裂纹可以是直线的、曲线的或其他形状的。

(2) 表面裂纹

裂纹位于构件表面,或裂纹深度相对构件厚度比较小就作为表面裂纹处理。对于表面裂纹常简化成半椭圆形裂纹,肉眼可观察到。

(3) 深埋裂纹

裂纹位于构件内部,常简化为椭圆片状裂纹或圆片裂纹。

2. 按裂纹的力学特性分类

根据裂纹的力学特性,可将裂纹分为张开型、滑开型和撕开型,如图 1-2 所示。

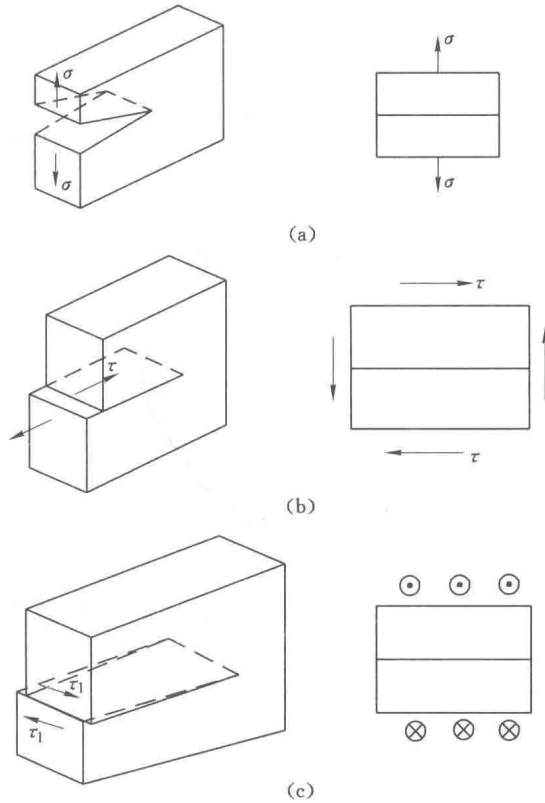


图 1-2 裂纹的力学特征分类图

(a) 张开型(I型);(b) 滑开型(II型);(c) 撕开型(III型)

(1) 张开型(I型)

受到垂直于裂纹面的拉应力作用,裂纹面产生张开位移而形成的一种裂纹。张开位移与裂纹面正交,即沿拉应力方向。

(2) 滑开型(II型)

受到平行于裂纹面,并且垂直于裂纹前缘的剪应力作用,裂纹面产生沿垂直于裂纹前缘方向(沿作用的剪应力方向)的相对滑动而形成的一种裂纹。这种类型的裂纹又称错开型。

(3) 撕开型(III型)

受到平行于裂纹面,并且平行于裂纹前缘的剪应力作用,裂纹面产生沿平行于裂纹前缘方向(沿作用的剪应力方向)的相对滑动而形成的一种裂纹。

实际裂纹体中的裂纹可能不是上述单一形式,而是两种或两种以上基本类型的组合,这种裂纹称为复合型裂纹。在三类裂纹基本形式中,以张开型(I型)裂纹最常见、最危险,在技术上最重要,是研究的重点。

1.3.2 应力强度因子

存在于构件中的裂纹,常常是导致构件断裂的“发源地”。在一定外荷载作用下,裂纹是否扩展,以怎样的方式扩展,显然与裂纹尖端附近的应力场直接相关。假设裂纹体为线弹性材料,由弹性力学方法可以得到裂纹尖端附近的应力场为

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} F_{ij}(\theta) \quad (1-2)$$

式中, i, j 均可取 1、2、3; σ_{ij} 可代表空间 9 个应力分量; $F_{ij}(\theta)$ 仅为极角 θ 的函数,称为角分布函数; $\frac{1}{\sqrt{2\pi r}}$ 为坐标函数;在一定外力作用下,对于给定的裂纹, K 是一个与坐标位置无关的常数。

裂纹尖端附近的应力场如图 1-3 所示。

由式(1-2)可知,当 $r \rightarrow 0$ 时, $\sigma_{ij} \rightarrow \infty$,即在裂纹尖端,各应力分量都无限增大。显然,用应力本身来表示裂纹尖端的应力场强度是不适宜的,或者说,以应力的大小来衡量裂纹尖端材料是否安全,已经毫无意义。这时应力场在裂纹尖端处具有奇异性,称为奇异性应力场。

那么在裂纹尖端处,用应力分量判断其安全与否,有没有它自己的准则呢? 欧文(Irwin, 1957 年)通过对裂纹尖端附近应力场的研究,提出了一个新的参量——应力强度因子 K 。应力强度因子 K 不依赖于坐标 r, θ , 与坐标的选择无关,即不涉及应力和位移在裂纹尖端近旁的分布情况;应力强度因子 K 与裂纹和构件的几何形状以及外力的大小和作用方式有关,因而 K 的大小可以衡量整个裂纹尖端附近应力场中各点应力的大小,是表征裂纹尖端附近奇异性应力场强弱程度的一个有效参量,可以说明裂纹尖端附近整个区域的安全程度。

因此,应力强度因子 K 是线弹性断裂力学中的一个重要的基本概念,求解裂纹体中的应力强度因子是线弹性断裂力学中很重要的一项工作。其国际制单位为 $\text{MPa} \sqrt{\text{m}}$ 。对于 I、II、III 型裂纹,应力强度因子分别记为 K_I, K_{II}, K_{III} 。

1.3.3 断裂韧度

既然应力强度因子 K 是描述裂纹尖端附近局部区域应力场强弱程度的物理量,那么当应力强度因子 K 达到什么程度时裂纹体才会破坏? 这就需要确定构件正常工作时所允许的最大值。

由实验可以证实,对于理想脆性材料,随着外力的不断增加,当应力强度因子 K 达到某一临界值时,即使外力不再增加,裂纹也会急剧地高速扩展,即失稳扩展。将应力强度因子的这一临界值记作 K_c 。显然这一临界值越大,裂纹越不容易失稳。因此, K_c 是材料抵抗裂纹失稳扩展能力的度量,是材料抵抗断裂的一个韧性指标,称之为材料的断裂韧度,这是断裂力学中又一个重要的物理量,是材料的一种机械性能参量。

断裂韧度 K_c 是材料韧性的度量,是材料的固有特性,与材料的性质、热处理、温度等因素有关。一般来说,与构件和裂纹的几何因素及外加应力的大小无关。

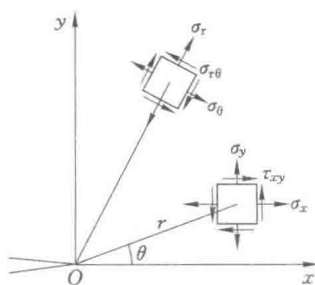


图 1-3 裂纹尖端应力场

应该注意,断裂韧度 K_{Ic} 和应力强度因子 K 是两个不同的物理量。应力强度因子 K 是荷载大小、物体和裂纹的几何构形及尺寸的函数,它是一个变量,完全反映裂纹尖端附近应力场的强弱。但是,由于断裂韧度 K_{Ic} 是应力强度因子 K 的临界值,因而,两者有着密切的联系。

1.3.4 断裂准则

对于带裂纹的构件,了解裂纹在什么条件下失稳,显然是一个非常重要的问题。判断裂纹体失稳的条件称为断裂准则。

(1) 线弹性情况

应用时,一般当裂纹尖端附近的塑性区尺寸小于裂纹尺寸的 $1/10$ 时,认为是线弹性条件的断裂问题。这时,当 $K < K_{Ic}$ 时,裂纹不会发生失稳扩展。失稳扩展的临界条件可表示为:

$$K = K_{Ic} \quad (1-3)$$

上式称为线弹性条件下的断裂准则,又称为应力场强度准则。由于它是在分析裂纹尖端附近应力场强弱程度的基础上提出的,认为当裂纹尖端的应力强度因子达到其临界值——材料的断裂韧度时就会发生失稳断裂,通常也叫作应力强度因子准则。

式(1-3)中,断裂韧度 K_{Ic} 一般通过实验测定;应力强度因子 K 可通过解析方法、数值方法确定,也可通过实验测定。

(2) 弹塑性情况

若裂纹尖端附近的塑性区尺寸大于裂纹尺寸的 $1/10$ 时,必须考虑塑性区的影响,不再是弹性断裂问题,应视为弹塑性条件的断裂问题。这时应选择其他的物理量作为其判据参量,如裂纹尖端张开位移 COD 和 J 积分等。

由于各种材料性质不同,外力作用的大小和方式不同,裂纹扩展的形式也不同。因此,在断裂力学中,不仅用应力强度因子的临界值,还要用其他的参量来作为材料抵抗裂纹扩展能力的度量,在以下各章中都会一一讲到。

习 题

- 1.1 什么是断裂力学? 断裂力学是怎样产生的?
- 1.2 试说明断裂力学的研究对象和基本任务。
- 1.3 经典弹性力学有哪些基本假设? 这些假设有何用处?
- 1.4 试说明断裂力学中的断裂准则和经典强度理论中的强度条件的主要区别和联系。
- 1.5 试说明应力强度因子和断裂韧度的物理意义以及它们之间的联系和区别。
- 1.6 某一合金钢构件,在 $275\text{ }^{\circ}\text{C}$ 回火时, $\sigma_0 = 1\ 780\ \text{MPa}$, $K_{Ic} = 52\ \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ 。 $600\text{ }^{\circ}\text{C}$ 回火时, $\sigma_0 = 1\ 500\ \text{MPa}$, $K_{Ic} = 100\ \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, 应力强度因子的表达式为 $K_I = 1.1\sigma\sqrt{\pi a}$, 裂纹长度 $a = 2\ \text{mm}$, 工作应力 $\sigma = 0.5\sigma_0$ 。试按断裂力学的观点评价两种情况下构件的安全性。

第 2 章 裂纹尖端附近应力场强度

第 1 章已经提到,裂纹尖端附近的应力场强度,可以衡量裂纹尖端附近整个区域的安全程度。因此,裂纹尖端附近应力场强度的研究是断裂力学中的一个基本问题,这个思想是欧文(Irwin)在 1957 年提出来的。在本章中,假设裂纹体为线弹性材料,用西特葛尔德(Westergaard)复变应力函数研究无限大平板的平面二维裂纹问题,求解裂纹尖端区域的应力场、位移场和应力场强度因子等。

2.1 Westergaard(西特葛尔德)方法

2.1.1 Westergaard 应力函数

Westergaard 应力函数主要针对无限大平板,具有长度为 $2a$ 的中心对称贯穿裂纹,在无限远处受双向等值拉伸应力作用构成的 I 型裂纹问题,又称为 Griffith 问题,如图 2-1 所示。沿铅直方向的荷载使裂纹扩展,水平荷载对裂纹有闭合作用,水平方向加载应考虑边界条件。

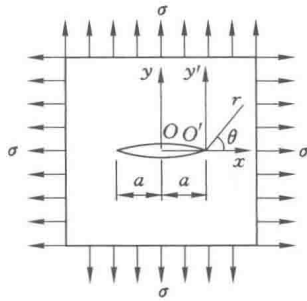


图 2-1 双向受拉的无限大裂纹板

对于这类问题,用复变应力函数求解较为方便,只要所求二维问题的应力函数满足边界条件与双调和方程即可。那么对于 I 型裂纹问题,如何选择一个满足双调和方程的复变应力函数呢?

由复变函数理论,解析函数的实部和虚部都是调和函数,且共轭,它们的线性组合满足双调和方程;解析函数的导数和积分仍为解析函数;调和函数的线性组合仍为调和函数,且一定为双调和函数。Westergaard 选取某一解析函数 $Z_1(z)$ 的一次和二次积分作线性组

合,作为应力函数,并称 Westergaard 应力函数,表示为:

$$\Phi_I = \operatorname{Re} \tilde{Z}_1(z) + y \operatorname{Im} \tilde{Z}_1(z) \quad (2-1)$$

式中, $\tilde{Z}_1(z)$ 、 $\tilde{Z}_1(z)$ 分别为解析函数 $Z_1(z)$ 的一次和二次积分。可以证明 Φ_I 为双调和函数。

2.1.2 应力和位移的应力函数表示

(1) 应力分量

根据应力函数与应力分量的关系,不计体力时,有:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi_I}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi_I}{\partial x^2}, \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi_I}{\partial x \partial y} \quad (2-2)$$

可得到与 Westergaard 应力函数相应的应力分量为:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 \Phi_I}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\operatorname{Re} \tilde{Z}_1 + y \operatorname{Im} \tilde{Z}_1) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \operatorname{Re} \tilde{Z}_1}{\partial y} + y \frac{\partial \operatorname{Im} \tilde{Z}_1}{\partial y} + \operatorname{Im} \tilde{Z}_1 \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial y} (-\operatorname{Im} \tilde{Z}_1 + y \operatorname{Re} Z_1 + \operatorname{Im} \tilde{Z}_1) = \operatorname{Re} Z_1 + y \frac{\partial \operatorname{Re} Z_1}{\partial y} \\ &= \operatorname{Re} Z_1 - y \operatorname{Im} Z_1' \end{aligned} \quad (2-3)$$

同理可得:

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi_I}{\partial x^2} = \operatorname{Re} Z_1 + y \operatorname{Im} Z_1' \quad (2-4)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi_I}{\partial x \partial y} = -y \operatorname{Re} Z_1' \quad (2-5)$$

由式(2-3)~式(2-5),可将应力函数表示成复数形式:

$$\sigma_x + \sigma_y = 2 \operatorname{Re} Z_1 \quad (2-6)$$

$$(\sigma_y - \sigma_x) + 2\tau_{xy} i = -2y Z_1' i \quad (2-7)$$

可以看出:在实际求解应力分量时,并不需要直接找出应力函数 Φ_I , 只需找出解析函数 Z_1 即可。

(2) 位移分量

应力分量确定之后,由平面应力状态下的物理方程可以得到形变分量:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E'} (\sigma_x - \mu' \sigma_y) = \frac{1}{E'} [(\operatorname{Re} Z_1 - y \operatorname{Im} Z_1') - \mu' (\operatorname{Re} Z_1 + y \operatorname{Im} Z_1')] \\ &= \frac{1}{E'} [(1 - \mu') \operatorname{Re} Z_1 - y(1 + \mu') \operatorname{Im} Z_1'] \end{aligned} \quad (2-8)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E'} (\sigma_y - \mu' \sigma_x) = \frac{1}{E'} [(1 - \mu') \operatorname{Re} Z_1 + y(1 + \mu') \operatorname{Im} Z_1'] \quad (2-9)$$

再由几何方程:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2-10)$$

则可确定位移分量:

$$u = \int \epsilon_x dx = \frac{1}{E'} \int [(\operatorname{Re} Z_1 - y \operatorname{Im} Z_1') - \mu' (\operatorname{Re} Z_1 + y \operatorname{Im} Z_1')] dx$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{E'} \int \left[(1 - \mu') \frac{\partial \operatorname{Re} \tilde{Z}_I}{\partial x} - y(1 + \mu') \frac{\partial \operatorname{Im} \tilde{Z}_I}{\partial x} \right] dx \\
 &= \frac{1}{E'} \left[(1 - \mu') \operatorname{Re} \tilde{Z}_I - y(1 + \mu') \operatorname{Im} \tilde{Z}_I \right] \quad (2-11)
 \end{aligned}$$

同理

$$v = \int \epsilon_y dy = \frac{1}{E'} \left[2 \operatorname{Im} \tilde{Z}_I - y(1 + \mu') \operatorname{Re} \tilde{Z}_I \right] \quad (2-12)$$

式中,弹性常数 E' 为弹性模量, μ' 为泊松比, G 为剪切弹性模量。在平面应力情况下: $E' = E, \mu' = \mu$; 在平面应变情况下: $E' = E/(1 - \mu^2), \mu' = \mu/(1 - \mu)$ 。

式(2-11)和式(2-12)也可分别表示为:

$$u = \frac{1 + \mu}{E} \left(\frac{\kappa - 1}{2} \operatorname{Re} \tilde{Z}_I - y \operatorname{Im} \tilde{Z}_I \right) \quad (2-13)$$

$$v = \frac{1 + \mu}{E} \left(\frac{\kappa + 1}{2} \operatorname{Im} \tilde{Z}_I - y \operatorname{Re} \tilde{Z}_I \right) \quad (2-14)$$

$$\kappa = \begin{cases} \frac{3 - \mu}{1 + \mu} & (\text{平面应力}) \\ 3 - 4\mu & (\text{平面应变}) \end{cases} \quad (2-15)$$

2.1.3 解析函数 Z_I 的确定

现在的目的是要找一个具体的解析函数 $Z_I(z)$, 代入式(2-3)~式(2-5)中得到的应力分量应能满足图 2-1 所示问题的全部边界条件。

设裂纹中心为坐标原点, 将 x 坐标轴置于裂纹面上, 则该问题的边界条件为:

(1) $|z| \rightarrow \infty$ 时, $\sigma_x = \sigma_y = \sigma, \tau_{xy} = 0$ 。

(2) $y = 0$ 时, 在 $|x| < a$ 的裂纹自由表面上, $\sigma_y = \tau_{xy} = 0$; 对 $|x| > a$ 的裂纹体, 随 $|x| \rightarrow a, \sigma_y \rightarrow \infty$ 。

下面利用上述边界条件确定解析函数 $Z_I(z)$ 。

由应力表达式(2-3)~式(2-5)可知, 当 $y = 0$ 时, 有 $\sigma_x = \sigma_y = \operatorname{Re} Z_I(z), \tau_{xy} = 0$ 。

为满足无穷远处边界条件(1)以及 $|x| > a$ 时, 随 $|x| \rightarrow a, \sigma_y \rightarrow \infty$ 的条件, 并考虑问题的对称性, 可选应力函数为:

$$Z_I(x) = \frac{\sigma}{1 - \left(\frac{a}{x}\right)^2}$$

又为满足裂纹面自由的边界条件, 即要求 $|x| < a$ 时, $\sigma_y = 0$, 即 $Z_I(x)$ 必为一纯虚数。故选用平方根函数, 即:

$$Z_I(z) = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{x}\right)^2}} = \frac{x\sigma}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (2-16)$$

注意上述解析函数 $Z_I(z)$ 是在 $y = 0$ 的特殊情况下导出的。可以证明: 对于 $y \neq 0$ 的一般情况, 只需用 $z = x + iy$ 代替上式中的 x 即可, 从而有:

$$Z_I(z) = \frac{z\sigma}{\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (2-17)$$