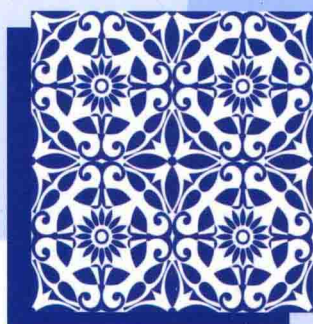


图学计算基础

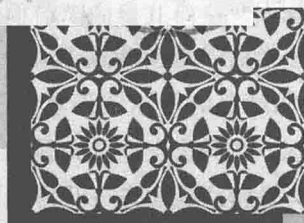
何援军 著



机械工业出版社
China Machine Press

图学计算基础

何援军 著



机械工业出版社
China Machine Press

图书在版编目 (CIP) 数据

图学计算基础 / 何援军著. —北京: 机械工业出版社, 2018.4

ISBN 978-7-111-59634-9

I. 图… II. 何… III. 计算机图形学 IV. TP391.411

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 060926 号

本书从对图形图像本质的认知开始, 梳理图形图像的表达机制与产生机理, 指出图形图像的源头是形, 基础是几何, 由此认识图学与几何的关系, 揭示图学计算的内涵, 从几何与计算两个基本要素分析图学计算的若干关键问题, 给出图学的计算基础。

本书可作为工程图学、计算机图形学、计算机图像处理及 CAD 等课程的先修课程教材或教学参考书, 凡从事与图形图像处理相关工作的研究人员、工程设计人员、教师与学生等都可直接使用本书所阐述的思想、方法和算法。

出版发行: 机械工业出版社 (北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码: 100037)

责任编辑: 余 洁

责任校对: 殷 虹

印 刷: 北京诚信伟业印刷有限公司

版 次: 2018 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

开 本: 185mm × 260mm 1/16

印 张: 12.25

书 号: ISBN 978-7-111-59634-9

定 价: 45.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

客服热线: (010) 88378991 88361066

投稿热线: (010) 88379604

购书热线: (010) 68326294 88379649 68995259

读者信箱: hzsj@hzbook.com

版权所有·侵权必究

封底无防伪标均为盗版

本书法律顾问: 北京大成律师事务所 韩光/邹晓东

前言

图形图像在人们生活中的应用已经极大地普及,人类社会已经进入一个图形图像时代。统一图形图像的研究顺应了这个形势,符合社会和科学发展的规律,图与研究图的图学科学的作用将会日益增大。中国图学学会 2013 年发布《图学学科报告》,提出建立“大图学”学科。本书是在大图学的概念下,根据“图学是研究形和图,它们的表示、表现以及互相之间转换的科学,它的核心是形,本质是几何”的基本定位,编写本书作为图学的公共教材和参考书,阐述目前分散于工程图学、画法几何、计算机图形学和计算机图像处理等图学分支共同的计算基础,使图学有一个统一的、较高的公共平台。

图形图像的形象性、直观性、准确性和简洁性使得人们可以通过图形来认识未知,探索真理。图形图像已成为重要的计算源、计算对象和计算结果,已被作为解的一种表现形式去追求,这样的计算遍及各个领域。

图学的公共计算基础是什么?本书的回答是:一是几何,二是计算。本书从几何与计算两个基本要素全面论述了形、图、几何与图学计算间的关系。

先说几何。图源于形而展现形,图与图学的基础是几何。形是输入,有个构造问题;图是输出,有个绘制问题。它们的基元是几何元,形的构造与图的绘制通过几何计算实现。

James R. Miller 说过: Computer graphics and modeling rely on mathematical operations on points and vectors. I advocate using vector geometric analysis to simplify required derivations. (计算机图形学和造型依赖于点和向量的数学运算,我认为应使用向量几何分析去简化推导。)简短的表述揭示了计算机图形学和造型的基础是点与向量的运算,也充分揭示了图学与几何的紧密关系。国际几何学与图学学会(International Society for Geometry and Graphics, ISGG)每两年召开一次国际几何学与图学会议(ICGG),是将图学与几何定位得最紧密也是最贴切的国际学术组织与国际会议。

图形图像由几何组成。图形,由“图”和“形”两个字组成。其一,图描述形,是形在画面上的展现,本质是表达形;其二,图源于形,由形而来,形是图之源。因此,在计算机上模拟现实世界、构建虚拟世界时,先要造型,而后得图。追溯图形图像的来源,不管是拍摄的照片还是计算机生成的图形图像,它们都是自然景象、计算机模型(可以抽象地通称为“形”)在某一视角下在特殊位置画面上的显示。揭示图形图像的本质是:它们同是具有颜色、宽度、线型等属性的一系列点、线等基本几何按照一定的关系组合起来构成各种色彩斑斓的图片(picture)而已。

图学研究的对象是几何元。图形图像的构造、产生、传输和处理就是围绕这些点、

线、面等几何元及几何元间的关系、组合展开的。这些不同的几何元依照一定的拓扑关系组织起来构造成不同的几何形体；通过投影在画面上显示成图——图形或图像，无论是位图还是矢量图，终极处理对象是点、线等图元，它们都属于几何。

图学的理论基础是几何。图学研究造型理论与方法、形→图的理论与方法、图的处理理论与方法、图→形的理论与方法以及图的传输理论与方法等，其理论、方法和技术基础是几何学，也会借助于代数学、计算机等其他学科或是学科交叉。本书特别讨论了画法几何的地位及其理论。画法几何原本属于几何的一部分，在法国几何学家蒙日非数学地阐述了投影理论后才成为一门独立于几何的学科，与笛卡儿的几何代数化偏重于解析方法走了不同的路。回归画法几何的几何学地位，充分发挥画法几何给出的结论，充分看到它所用的方法更偏重于几何化的特点并将其进一步发扬光大，关注非数学化的画法几何的“计算化”问题——本书认识到并充分讨论了这些问题。

再说计算。图学计算是对几何的定义、构造、度量和显示，它的重点是处理几何间的关系，而不是几何元的参数。关键是解决几何奇异、维度差距、计算稳定性、计算方式与解的表述等。

最基础的学科是数学，数学的本质不是“数”，而是“算”。计算的学问应该叫“算学”，算学抓住了计算的本质，更能体现计算的神韵。而且，从某种意义上说算学的范围似乎比数学更大，例如，在计算机时代，至少算学还包括算法，我国古代就有算经、算术之说，术就是算法。

图形图像已成为新的计算对象和目标。早先的计算源、计算对象和计算目标都是数，现在更多的领域需要将图形图像作为计算对象和目标，以图形图像作为输入源，经过计算，转化成另外一种形式的图形图像。数由数字表达，图形图像由几何元表达。不同的几何元依照一定的拓扑关系构造成不同的场景，在空间构造形；通过投影将不同属性的图元按一定的形式组织起来并加上属性，在平面上显示图。这里，找出图元间的组织形式的过程就是图学计算。

图学计算的空间维度是不统一的。实体空间与表示空间不统一，思维空间与计算空间不统一。图学计算的工作都是人按空间思维设计，计算机则是按线性的数计算实施的。这里，三维的形被直接跨越到一维的数计算，缺少必要的过渡和衔接，几何属性被“打”得面目全非，形的关系和变化难以完备地获得和表达。人的思维被用于适应这种转换，空间思维优势就难以发挥，造成在某种程度上对算法的掌控能力下降。

几何问题几何化。数学主要发生于幕后，起关键作用的是人，包括人的思维、人的逻辑、人的规划，因此计算的模式需要改变，以适应这种新的计算对象和目标。为此，本书全面阐述了一个基于“几何问题几何化”的几何计算理论体系与实施框架，为了交流的方便，命名为“形计算”机制。从形的整体去主导算法设计，构建算法框架，使它更有利于形的表述、图的生成，使图学计算的过程更加结构化、直观化、简单化。形计算引入“几何数”，协助表征几何的定义与几何间关系的表示并辅助整个计算过程，在理论上给出了

解决几何奇异问题的整体方案。引入“几何基”作为形计算的基本单元，淡化代数表述和代数运算，更好地发挥人的空间思维能力去构建算法的设计框架、宏观地描述整个求解过程。形计算补充常规的“数计算”机制。书中阐述了形计算在计算中的地位、作用和应用领域，给出了它的理论基础、计算基础和实施方案及众多的实例。这是几何代数化发展到图形图像时代的必然趋势——加强图形认知方式在计算中的作用。

计算稳定性是算法的主要考量。本书特别强调算法的稳定性，从根源上分析了引起几何计算不稳定的原因并提出了相应的对策。导致几何计算不稳定主要有两个原因：一是由数字误差引起，几何参数的数据误差和计算过程中误差的积累导致计算错误；二是由几何关系引起，共点、共线和共面导致几何关系奇异而引起几何选择与几何重组错误。几何信息错误，在局部；几何关系错误，于全局。在计算机中，几何信息是实数，有误差和错误；几何关系的拓扑信息是正整数，只有错误。信息有错误，计算结果也就错了，信息有误差，计算就不稳定，两者性质不同。“错误”引起的错在明处，有结果；“误差”引起的错在暗处，结果不确定。更为可怕的是，几何间的共点、共线、共面是几何模型的客观存在，这种“正常现象”引起的错，现在还没有一套理论去处理。本书提供了这个支撑，指出几何计算的不稳定源于数据的误差和几何关系奇异两个根本原因，并提出了相应的对策，书中的几何算法都考虑了这些引起计算不稳定的因素。

下面谈一下本书在写作上的一些考虑。试图作为图学的公共基础教程与参考书，比专业基础教程要难写得更多。何谓“公共”？何谓“基础”？内容如何挑选？章节怎样组织？问题从哪个角度叙述？等等。教学应该是基于思路的培养而不仅仅是传播知识，本书对这些都进行了精心的设计与安排。本书定下了几个写作原则：一是将问题抽象化，揭示问题的本质；二是既要兼顾到传统理论，又要以公认的基础理论如数学、计算机方法叙述解决问题的思路，尽量将多学科的思想综合起来；三是充分发挥人的主导作用，人脑善于空间思维，因此多从几何的角度考虑问题，注重先从整体进行算法的框架设计，最后才追究具体的细节，将繁复的计算付诸代数的实施。

下面列举几个例子来阐述一下本书的一些写作思路。

还画法几何的几何历史地位，并尝试画法几何的计算化进程。本书将画法几何作为几何的一个分支并确立画法几何在图学中的地位，在这个认知上去阐述画法几何的基本理论，包括投影理论、2D/3D对应理论和尺规作图方法等。画法几何的核心思想是几何问题几何化。本书将画法几何投影作图思想与现代计算技术相结合，综合图解法和解析法的优势，探索画法几何投影理论的计算化问题，最后构造出画法几何投影计算的基本工具和算法，这是图学计算化，特别是画法几何计算化的一个重要部分。

几何表示问题。解决一个问题首先是描述清楚问题本身。几何表示包括两个方面：单个几何元的表示以及多个几何元之间的关系描述。几何代数化的关键是引入坐标系，使几何可以在这个坐标系下实现解析化。这意味着对某一几何引入不同的坐标系，该几何就有不同的解析表示，但几何本身是不变的。因此，对任一几何元，如何设法找到一组最佳向

量构建坐标系,在这个坐标系下,几何的表述、求解以及几何间相交关系的求取是最简单的。本书引入“计算坐标系”简化几何表示与几何间求交计算。多个几何元之间的关系描述也是几何表示的一个重要问题。形体,通常是由边界描述的;图形,除了一些辅助线以外,一般也是由边界描述的。本书利用向量概念,对几何元、几何边界进行有向表述,有利于区分图形和形体的内外,简化了二维和三维布尔运算及奇异情况的处理。这一思想统一在“几何数”中表述。

变换机制。“图形变换”的说法并不确切,变换有两种:一种是对图形或几何形体本身的变换,如比例变换、错切变换;另一种是坐标系的变换,导致几何的解析表述的改变,如平移变换、旋转变换。本书采用一种“变换的几何化表示”方法,其理论基础是平面上任意两条共点不共线的单位向量或空间任意3条共点不共面的单位向量就构成一个坐标系。得到的齐次矩阵可以统一描述平移、旋转、错切、对称和比例等变换,而且它的矩阵元素可由基本几何(向量)的定义和求解系统得到。

投影机理。画法几何中讲解轴测投影的目的是绘制轴测图,但是与正投影完全不同的是,轴测图的绘制并不是从“投影”这个定义出发去实现的,而是以轴测轴的定义决定的,按照“沿轴量画”的原则确定空间点在轴测图中的位置。因此建议在画法几何中讲解轴测图绘制时,不强调轴测投影的定义,而是认为轴测图是以二维图形的形式去表现三维立体,使其具有立体感。本书从数学上统一解决了画法几何的各类投影问题,包含正轴测、斜轴测、正等测等轴测的统一表示。

透视参数计算。本书给出了定量求取透视变换参数的通用方法。证明了对一个空间物体,一定存在另一个空间物体,使前者在画面上的透视投影与后者的平行投影是一样的,且保留了深度方向的对应关系。这个性质可使复杂的透视投影转化成简单的平行投影,使图形处理简化。

形计算。形计算是本书的主线,是本书图学计算采用方法的代名词。本书通过一些典型的实例剖析了形计算的内涵,并将形计算引入的几何数、几何基等概念贯穿于全书的算法实例中。对于它们在图学计算中的作用以及如何应用,本书都有独特的阐述。

全书包括导论、形计算、计算策略、几何变换、几何基础、二维计算、三维计算等7章和一个算法索引附录。“导论”部分在大图学的概念下比较完整地阐述了图与图学、图学计算的核心问题;“形计算”部分提出了一种更适合于图学计算的形计算机制,这是本书给出的图学计算的理论体系与实施框架;“计算策略”部分阐述了形计算的实施策略,阐述了保证图学计算的稳定性、几何奇异处理和降维计算的基本思想和实施方法;“几何变换”和“几何基础”两章给出了实现形计算的基础和基本工具;最后,在“二维计算”和“三维计算”两章中,通过一些典型例子给出了形计算的实际应用,展示了图学计算中的一些常用计算策略——如降维计算(含计算坐标系建立、向任意面投影)、几何奇异问题处理等如何在实际中应用,这在图学计算中有引领作用。

本书兼顾了工程制图、计算机图形学和计算机图像处理等图学课程的相关需求,可以

作为工程图学、计算机图形学、计算机图像处理、CAD 等课程的教材或教学参考书。凡从事与几何信息的获取、表示、处理和分析相关的工作的广大研究人员、工程设计人员、教师和学生等都可直接使用本书提供的思想、理论、方法和技术。

除了已经发表的论文以外，本书的一些观点与内容还在 ICGG、中国图学大会等国内外学术会议上作过演讲，与同行进行过不少的交流。本书还得到了国家自然科学基金项目“几何问题几何化及计算稳定性研究（61073086，2011—2013）”的资助。

除了已经列出的参考文献以外，本书还参考或采用了一些图书及网上的资源，不可能一一列出，谨向那些作者表达谢意。

书中不当之处，欢迎读者、专家和同行勿吝指正。



2017 年 6 月 5 日

于上海

目 录

前言

第1章 导论

1.1 图学相关学科

1.1.1 工程图学

1.1.2 画法几何

1.1.3 计算机图形学

1.1.4 计算机图像处理

1.2 图学

1.2.1 图形图像的基元是几何

1.2.2 图学的本质是几何

1.2.3 图学计算与几何计算

1.2.4 图学计算基础分析

1.3 图学计算中的若干问题

1.3.1 主导形和图的是几何关系

而非几何参数

1.3.2 图学计算的重点在于求取

几何间的关系

1.3.3 图学计算中的维度不统一

1.3.4 图学计算中的计算稳定性

1.4 图学计算模式选择

1.4.1 计算方式与解的表述

1.4.2 数计算与形计算

1.4.3 几何化计算的总体思想

1.5 本章总结

第2章 形计算

2.1 形计算的基本概念

2.1.1 形计算在计算中的地位

2.1.2 形计算理论基础

2.1.3 形计算基本架构

2.2 几何数

2.2.1 几何数的基本概念

2.2.2 基本几何的几何数

2.2.3 几何连接及几何边界的

几何数

2.2.4 几何度量的几何数

2.2.5 向量交点的几何数

2.2.6 交点几何数扩展到圆弧

2.2.7 三维几何数

2.3 几何基

2.3.1 几何基的基本概念

2.3.2 几何基的构建

2.3.3 基于几何基的几何求解

2.4 变换几何化

2.5 降维计算

2.6 零域误差

2.7 本章总结

第3章 计算策略

3.1 稳定计算

3.1.1 源于数字误差的不稳定

3.1.2 源于几何关系的不稳定

3.1.3 数字误差与几何关系对计算

稳定性的影响分析

3.1.4 解决计算不稳定性的方案

3.2 几何奇异处理

3.2.1 重交点的取舍规则

3.2.2 重边交点的取舍规则

3.2.3 几何奇异处理算法

3.2.4 三维几何奇异的处理

3.3 计算坐标系

3.3.1 二维计算坐标系	43	4.5.5 通过倾斜画面方法生成 透视图	78
3.3.2 三维计算坐标系	45	4.6 本章总结	80
3.4 向任意面投影	46	第5章 几何基础	82
3.4.1 向任意面投影原理	46	5.1 数学基础	82
3.4.2 向任意面投影算法	47	5.1.1 向量的表示	82
3.5 降维计算	48	5.1.2 向量的基本运算	83
3.5.1 降维计算的总体框架	48	5.1.3 向量点积	83
3.5.2 降维计算算法	49	5.1.4 向量叉积	84
3.6 本章总结	49	5.1.5 两向量的旋向	84
第4章 几何变换	50	5.2 基本几何	85
4.1 几何变换的传统理论	51	5.2.1 点	85
4.1.1 齐次坐标及齐次矩阵	51	5.2.2 直线	85
4.1.2 几何变换的一般形式	52	5.2.3 圆	87
4.1.3 变换及其乘积	52	5.2.4 圆弧	87
4.1.4 二维变换	53	5.2.5 平面	87
4.1.5 三维变换	53	5.3 基础计算	88
4.2 变换的几何化理论	54	5.3.1 过平面上两点建立直线	88
4.2.1 变换几何化的基本理论	54	5.3.2 求与已知直线相距为定长的 平行线	89
4.2.2 常规变换的几何化实现	57	5.3.3 求两直线正方向的角平分线	89
4.3 正投影	59	5.3.4 以已知半径作圆, 与两已知 直线相切	90
4.3.1 投影体系	59	5.3.5 已知劣弧段的起点、终点及有向 半径, 求劣弧段的圆心坐标	90
4.3.2 正投影的基本理论	60	5.3.6 求直线与圆的交点	91
4.3.3 点的正投影	61	5.3.7 求两圆的交点	92
4.4 轴测变换	62	5.3.8 求两个已知圆的外公切线或 内公切线	93
4.4.1 轴测投影的基本概念	63	5.3.9 过圆外一点作圆的切线	94
4.4.2 轴向系数与轴间角	64	5.3.10 以已知半径作圆, 与已知 直线和圆相切	94
4.4.3 轴测投影与轴测图的若干 问题	66	5.3.11 空间线与面的关系	95
4.4.4 轴测投影变换的一般公式	70	5.3.12 平面与平面相交	96
4.5 透视变换	72	5.4 几何度量	96
4.5.1 透视变换的基本原理	72		
4.5.2 透视变换矩阵	73		
4.5.3 透视投影转化为平行 投影	73		
4.5.4 通过旋转方法生成透视图	75		

5.4.1	点到直线的有向距离	97	7.1.1	Cohen-Sutherland 三维 Box 裁剪	133
5.4.2	点到平面的有向距离	97	7.1.2	Liang-Barsky 三维 Box 裁剪	135
5.4.3	点到一条空间直线的距离	97	7.1.3	基于一维裁剪的三维 Box 裁剪	136
5.4.4	点到一空间直线的垂足	97	7.1.4	几种三维 Box 裁剪的比较	137
5.4.5	直线与平面的距离	98	7.1.5	连续线的 Box 裁剪	137
5.4.6	空间两直线的距离	99	7.2	视锥体裁剪	138
5.4.7	三角形的有向面积	99	7.2.1	视锥体的基本概念	138
5.4.8	平面多角形面积	100	7.2.2	Liang-Barsky 视锥体裁剪方法	140
5.5	本章总结	100	7.2.3	线面求交视锥体裁剪	143
第 6 章	二维计算	101	7.2.4	基于降维的视锥体裁剪	146
6.1	二维布尔运算	101	7.2.5	几种视锥体裁剪算法的分析	148
6.1.1	基本原理	101	7.3	直线与球面求交	152
6.1.2	两个环的几何运算的实施	102	7.3.1	基本原理	152
6.1.3	两个环运算时奇异情况处理	104	7.3.2	算法实施	153
6.1.4	两个环运算的算法	107	7.4	空间两三角形求交	154
6.1.5	算法复杂性分析	108	7.4.1	基本原理	154
6.2	二维几何裁剪	108	7.4.2	算法分析	158
6.2.1	线性裁剪	108	7.4.3	运行情况	158
6.2.2	Cohen-Sutherland 线裁剪	110	7.4.4	辅助算法	158
6.2.3	Cyrus-Beck 任意凸多边形参数化线裁剪	112	7.5	本章总结	159
6.2.4	Liang-Barsky 裁剪算法	118	附录 A	图学计算基础算法索引	161
6.2.5	基于降维的二维裁剪	121	附录 B	判断计算参数的一些约定	181
6.2.6	四种矩形窗口裁剪效果分析	121	教学建议		182
6.2.7	Sutherland-Hodgon 多边形裁剪算法	127	参考文献		184
6.2.8	基于交点几何数的一般多边形线裁剪算法	129			
6.3	本章总结	131			
第 7 章	三维计算	133			
7.1	三维 Box 裁剪	133			

第1章 导 论

何谓科学？给科学一个充分的、本质的定义并非易事，因为科学其实是一种社会的、历史的和文化的人类活动。科学首先是对应于自然领域的知识，经扩展，引用至社会、思维等领域，如社会科学、自然科学和思维科学等。科学是知识，且不是零碎而是理论化、系统化的知识体系，是人类对自然、社会的认识活动。图学已经是这样的一门科学。

图形图像在人们生活中的应用已经极大地普及，它的形象性、直观性、准确性和简洁性使得人们可以通过图形图像来认识未知，探索真理。图形图像已成为重要的计算对象与计算结果，已被作为解的一种表现形式去追求，不管是静态的或者是动态的，这样的计算遍及各个领域。人类社会已经进入一个图形图像时代。统一图形图像的研究顺应了这个形势，符合图形图像发展的规律，图与研究图的图学科学的作用将会日益增大。

图学是研究形与图的科学，图学的核心是“形”，主体是“图”，本质是“几何”。形既是图之源，又服务于图。图学研究的侧重点在图，围绕图的表示、图的产生、图的处理和图的传输展开。本书在这个总纲下讨论图学科学各学科间的关系，研究图学的计算基础。

1.1 图学相关学科

图与文字、数字一样，在人类的社会进步、经济建设和科技发展过程中起着不可替代的作用。但从古至今，图与图学的定义与地位仍是一个没有深刻和系统阐明的问题。现在与图有关的学科包括工程图学（含地图等学科）、计算机图形学和计算机图像处理，它们各有自己的学科定义、定位以及各自独立的发展道路。由于没有一个统一的图和图学的定义，致使这些学科呈现出某种分散性和局限性。2013年，中国图学学会发布《图学学科报告》，从形的角度揭示图的本质，给出了形与图的科学表述，提出“大图学”概念，整合分散在其他学科中的与图相关的科学与技术，重新认识与定位图学的地位和作用，给出它的定位与定义，构建了图学学科的整体框架和三级学科分类体系。该报告认为文学、数学、图学三者构成了科学与工程发展的基础，昭示了图学的基础性和重要性。

1.1.1 工程图学

工程图学是一门以图形为研究对象，用图形来表达设计思维的学科。工程图学一直与工程数学、工程力学一起作为我国高校工科的基础学科，是图学中唯一一个以工程与技术科学基础学科列入的二级学科。但是，在国家学科体系中，作为二级学科的工程图学下面没有设立三级学科，地图、测绘等学科被分散到相应的专业之下。

工程图样是工程与产品信息的载体,工程界表达、交流技术思想的语言。工程图样是工程技术部门的一项重要技术文件,在机械、建筑、土木、水利、电气、园林等领域有广泛的应用。工程图学通过传递给工科学生图形表达、图形思维、图形制作的理论并结合实践,培养学生使用投影的方法用二维平面图形表达三维空间形状的能力,对空间形体的形象思维能力,创造性构型设计能力,使用仪器绘制、徒手绘画和阅读专业图样的能力以及工程意识和标准化的意识,提高学生的投影理论基础、构型方法基础、表达技术基础、绘图方法基础以及工程规范基础。应该说,工程图学是发展最早,理论与实践也最完善的图学学科。从宏观上讲,工程图学的实践性多于理论性。

工程图学学科现在面对一个新的现实,计算机的介入改变了原先的制图工具,使得原先的尺规工具的作用在降低,应用范围在减少。制图过程中人的思维与计算机图形软件两个终端的直接连接使工程图学处于一个尴尬境地。但是,这并不意味着要抛弃手工制图以及对读图、识图等的一些基本训练,初始的构想与设计是从人的手画草图开始的,离不开手工制图。建筑草图设计需要娴熟地运用透视原理,机械的三视图读图训练等仍为必需。而且,图纸作为工程语言的地位没有改变,制图、读图、图纸的信息共享等的理论、方法与技术需要工程图学去承担。

1.1.2 画法几何

画法几何研究的基本对象是几何,也是研究形的科学。早在1103年,中国宋代李诫所著《营造法式》中的建筑图就体现了一种几何规则,只是在当时尚未形成画法的理论。在画家的写生过程中,物体的长度与角度已被扭曲,其“弄歪”的程度与方式是被描述的各物体间的相对位置,原物的几何结构仍可在画布上看出来。这主要是因为“在射影下不变的”几何性质的存在,这些性质在像上仍然不变,因而使我们能够认识原物。投影几何学的原始动机是帮助画家,它的发展目的就是要发现并解析这些不变性。

17世纪一些几何学家将他的方法与结论视为欧几里得几何学的一部分,直到1799年法国几何学家蒙日(Gaspard Monge, 1746—1818)非数学地阐述了投影理论,使画法几何(descriptive geometry)成为一门独立学科,19世纪更发展出投影几何(projective geometry),使这些方法与结论被发展为另一支几何学。所谓“非数学”,表面上是图解法,本质上是几何化。但是那时流行的是“以代数方法处理几何问题,即坐标几何”,真正的几何则偏重于解析方法。而投影几何是以综合法得到一些定性的关系,所以在对代数与微积分的偏爱下而失宠。因此还原历史,应该回归画法几何的几何学地位。

画法几何的基本理论,如投影理论、2D/3D对应理论和尺规作图方法的核心是几何问题几何化。以前对画法几何的计算机化研究似乎缺少对这一思想的认识,不从几何空间整体的角度入手,过于追求投影作图过程的计算机模拟,很难发挥人的空间思维优势。需要

将画法几何投影作图思想与现代计算技术相结合,综合图解法和解析法的优势,探索画法几何投影理论的计算化问题,最后构造出画法几何投影计算的基本工具和算法,这是图学计算化,特别是画法几何计算化的一个重要部分。

投影和投影法。画法几何通过尺规作图得到几何的解,但是,我们不可能在空间作图,因此必须将空间的几何转化到平面上描述——在平面上才能作图、才能求交。投影法的本质是“降维”,将三维问题下降为二维问题,在平面上找到求解方案,通过尺规作图得到平面上的解,最后合并成真正的三维解。一般这种降维是以坐标平面作为正投影平面的,三视图就是最主要的方法,而且这种三视图理论十分成熟。因此,设法使投影面变成坐标平面,即先将几何转化在相关几何元的标准坐标系下是投影计算的第一件工作。“向任意面投影”是实现投影计算化的核心,在坐标平面上实现降维计算,实现线面求交。这是画法几何投影理论计算化研究的突破口,以此构建画法几何投影理论的计算化总体方案。

尺规作图。最朴素的思想是将复杂的几何问题分解成有序的、简单的基本几何问题。它以综合法得到一些定性的关系,用几种最基本的作图方法就可完成平面上一类图形的作图。尺规作图偏重于定性而不是定量地考虑问题,这是一个很好的思想,可以称为“几何问题几何化”,这不同于数学上的几何偏重于解析方法,解析法依赖于坐标系和几何的坐标表示,是基于数字的运算,是所谓的“几何代数化”。

1.1.3 计算机图形学

计算机图形学现在地位稳固,几乎所有领域都可涉及,新的理论、方法乃至硬件日新月异。这就需要静下心来思考,计算机图形学最基础、最本质的是什么?

IEEE对计算机图形学的定义是:Computer graphics is the art or science of producing graphical images with the aid of computer. 这个定义有几个关注点:首先,它定位计算机图形学不仅是一门科学,还是一门艺术;其次,它虽然认为图像借助于计算机但没有提及从何产生。

计算机图形学的理论、方法和技术借助其他学科或是学科交叉。例如,光照计算综合利用数学、计算机、物理学以及心理学等知识,将几何模型的形状、物理特性(如材料的折射率、反射率、物体发光温度、机械强度、材料密度等对运动模拟的影响),以及物体间的相对位置、遮挡关系等性质在计算机屏幕上模拟出来,是一个将形演绎到画面上的再创造过程。

本质上,计算机图形学主要研究两个问题:一是如何在计算机中构造一个客观世界——形(模型)的描述、创建和处理,以“造型”一词统一表述之;二是如何将计算机中的虚拟世界用最为形象的方式静态或动态地展现出来——形的视觉再现,以“绘制”一词统一表述之。因此可以说“计算机图形学=造型+绘制”。造型负责“形”的表示、构造和输入,绘制负责“形”的展现和输出。从宏观上讲,造型得到形,绘制展示形;从微观上

讲,造型决定点,绘制显示点。两者的基础是几何计算。应该认识到,图的生成与处理应该是计算机图形学的核心内容,计算机图形学中的造型是服务于图生成的,是可以选择的内容。造型与绘制的基础是数学、计算机等。

1.1.4 计算机图像处理

计算机图像处理包括数字图像的处理、数字图像的分析与理解、数字化图像的采集,以及对图像处理结果的数字化表达等,应用于图像处理、模式识别、计算机视觉、虚拟现实和多媒体等。它的下端是照片、视频。

计算机图像处理的基础是对密集的点的处理和对色彩的处理,如图像编辑、压缩、分割与融合、颜色处理、边缘检测等。因此它的理论可以分成两个部分:对密集的点的处理,如文字识别、边界识别等;对色彩的处理,如颜色系统。在这个基础上,有一个动态图像处理——视频,视频数字图像具有数字化带来的许多特点。

关于计算机视觉方面,早在20世纪90年代,计算机视觉研究者就已经注意到这样一个问题:是不是真的需要这么多的复杂数学分支和计算方法来解决计算机视觉问题?因为计算机视觉的研究目标是通过二维图像认知三维环境信息,因此,计算理论框架绝大部分都涉及利用几何方法计算环境中三维物体的形状、位置、姿势和运动。由此,射影几何、仿射几何等各种几何方法可以贯穿计算机视觉理论框架下的所有部分,有人称之为基于几何的计算机视觉。

国家标准中与“图”有关的学科分类与代码并无“计算机图像学”,只有“图像处理”。百度百科也尚未收录词条“计算机图像学”。如CAD图书一样,现在关于计算机图像处理的图书过多地被那些讲述如何使用图像处理软件的图书所侵占。

因此,计算机图像学首先要有个“名分”,教材需要定位与规范,内容需要界定。

1.2 图学

图乃万物之现,与宇宙同生并存,承载人类文明,展示人类文化,叙述苍穹之变化,记录文明之发展。图书图书,左图右书。如今对图形作为计算源与计算结果的需求大大增加。

图学已经是这样一门科学,它不仅仅是“工程图学”,已经发展到“信息图学”“科学图学”乃至“生活图学”等,人类社会已经进入一个图形图像时代。由于计算机的介入与发展,图形与图像在计算机上的表示已逐渐趋于统一,研究图形图像科学的发展也已经到了几乎彼此不分的地步。社会已经进入到一个在“大图”与“大图学”概念上研究图与图学的历史新阶段。统一图形图像的研究顺应了这个形势,符合图形图像发展的规律,图与研究图的图学科学的作用将会日益增大。

中国图学学会在2013年发布《图学学科报告》,给图学下的定义是:“图学是以图为对象,研究在将形演绎到图的过程中,关于图的表达、产生、处理与传播的理论、技术与

应用的科学。”这个定义是基于由形统一大图学的观点（见图 1.2-1）。

图学研究形和图的表示、表现以及互相关系，它的基本内容包括造型、由形得到图、图的处理、由图得到形、图的传输等。这里，目标是图、核心是形、本质是几何、基础是几何计算。图学的理论、方法和技术的理论基础是几何学及代数学，也借助于其他学科或学科交叉。这个定义首次揭示了形是图之源，统一了图形、图像的称谓，合并称图，建立了“大图”和“大图学”的概念。

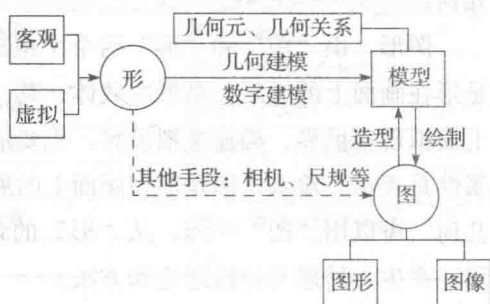


图 1.2-1 由形统一大图学

本节从图形图像、形和图学计算几个方面分析图与图学的本质。

1.2.1 图形图像的基元是几何

图（graph/picture/graphical image）实际上可分成“图形类”和“图像类”两种。

图形类（drawing/wire frame），以矢量图形式呈现，是在计算机中由场景的几何模型与物理属性表示的图形，能体现景物的几何个体，记录体元的形状参数与属性参数。例如工程图纸（drawing），最基本的图形单元（简称“图元”——primitive）是点、线、圆/弧等，其信息包含图元的几何信息与属性信息（颜色、线型、线宽等显式属性和层次等隐式属性）。

图像类（image/bitmap），以点阵图形式呈现，是在计算机中以具有颜色信息的点阵来表示的图形，它更强调整体形式，描述一个个点——像素（pixel）或图像单元（pel, picture element），记录点的几何位置及其灰度或色彩。如照片、扫描图片和由计算机产生的真实感、非真实感图形等，其信息实际上是点与它的属性信息（颜色、灰度、亮度等）。

因此，本质上图形和图像都是带有属性的基本几何的组合。

1.2.2 图学的本质是几何

James R. Miller 说过：Computer graphics and modeling rely on mathematical operations on points and vectors. I advocate using vector geometric analysis to simplify required derivations. 这简短的表述揭示了计算机图形学和造型的基础是点与向量的运算，也充分揭示了图学与几何的紧密关系。国际学术组织 ISGG 每两年召开一次国际几何学与图学会议（ICGG），是将图学与几何定位得最紧密也是最贴切的国际学术组织与国际会议。

图学研究将形演绎到图，以及图的表达、产生、处理与传播。图源于形，由形而来。在计算机中，形与图都是由几何构造与描述的，这里的几何是点、线、面等，可被称为“几何元”，这些不同的几何元依照一定的拓扑关系组织并构造造成不同的几何形体；通过投影在平面显示成图——图形或图像，此时，点、线被称为“图元”，图元是具有不同属性

的几何元。因此，无论是位图还是矢量图，终极处理对象是点、线等几何元，它们都源于几何。

图形，由“图”和“形”两个字组成，这里可以解读为两层意思：其一，图描述形，是形在画面上的展现，是形的载体；其二，图源于形，由形而来，形是图之源。在计算机上模拟现实世界、构建虚拟世界，先要造型，而后得图。形是对现实的模拟和构造，它的属性是表示、输入；图是形在画面上的展现，它的属性是表现、输出。它们的共性元素是几何。可以用“图”一词，从“形”的角度去统一图形图像的表述，研究图形图像表示、产生、处理与传输理论和方法。

1.2.3 图学计算与几何计算

画法几何通过投影将空间物体投射到投影平面上，用尺规作图方法画出物体的平面图，这主要有两个问题：投影与平面问题求解。首先，提出建立利于几何表达求解的计算坐标系，通过几何变换，将各种投影归结为正投影问题，规范与简化空间到平面的统一转化。其次，受尺规作图方法的启示，引入“几何基”，构筑平面上几何关系的基本求解工具，构筑基于几何基序列的平面问题求解方案，最后逆变换得到空间问题的解。与传统的解析法相比，基于投影计算化理论编写的算法的几何意义更为明显，可读性更强，在奇异位置的判断与处理上更直观、更稳定。

计算机图形学中的两个典型算法——隐藏线消除算法与真实感图形绘制算法可以很好地说明它们的同一性。隐藏线消除是将形显示为图形的典型算法，消隐过程是一条条线的输出，每条线需与场景中所有可能遮挡它的物体（面）进行比较，线的各可见部分的交集即为此线的最终可见部分。真实感图形绘制则是将形显示为图像的典型算法，这是一个基于光强与色彩的量化、纹理映射、图像合成、帧缓存等基于物理、光学、色彩理论的复杂计算过程。两个算法在三维空间的主要计算都是从光源发出的每一条光线与景物表面的空间线面的求交与分割计算，计算的目标都是为了求得空间点，消隐计算是 2 个点，光照计算是 1 个点。只是在最后的显示阶段，它们的工作才各走各的路。一个取 2 个点得到线段及线的宽度、线型、颜色等属性，组成图形；另一个则计算 1 个点的色调、色饱和度和亮度等属性，得到像素，组成图像。这里，算法研究的重点与主要的计算工作都在几何求交、几何分割和几何比较等几何计算上。表 1.2-1 给出了几何与几何计算在图学中的一些应用。

表 1.2-1 几何计算在图学中的作用

图学中的工作内容	几何理论与计算	其他理论和技术
变换	仿射几何	代数、投影
光栅化	几何插值	显示
几何裁剪	几何求交	编码技术
基本几何的相交、相切计算	几何求交	几何
二、三维几何造型	线面求交	拓扑、数据结构
隐藏线消除	线面求交	变换、显示