

高等院校理工类公共基础课『十三五』规划教材

UNIVERSITY
PHYSICS

大学物理学

(上册)

主编 》 魏健宁 徐高平



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

院校理工类公共基础课『十三五』规划教材

UNIVERSITY
PHYSICS

大学物理学

(上册)

主 编 魏健宁 徐高平
副主编 杨锋涛 孙光厚 张 逸 胡 华
参 编 吴俊青 周雪云 沈 红 余傲秋 周利玲
罗江龙 程 融 刘坚强 张伶伶 邹俊生



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

中国·武汉

内 容 简 介

本套书是根据教育部的非物理专业物理课程教学基本要求,借鉴国内外优秀大学物理教材,结合多年教学改革与实践经验,由多名富有教学经验的一线教师编写而成的。

本套书分为上、下两册。本书为上册,分力学和电磁学两篇,共十章,内容包括质点运动学、牛顿定律、动量和动量守恒定律、功和能、角动量和角动量守恒定律、刚体的转动、真空中的静电场、静电场中的导体和电介质、恒定磁场、电磁感应和电磁场。

本书可作为普通高校非物理专业本科生学习大学物理的教材,也可作为物理学爱好者阅读的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学.上册/魏健宁,徐高平主编.—武汉:华中科技大学出版社,2018.2
高等院校理工类公共基础课“十三五”规划教材
ISBN 978-7-5680-3707-5

I. ①大… II. ①魏… ②徐… III. ①物理学-高等学校-教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 020684 号

大学物理学(上册)

Daxue Wulixue

魏健宁 徐高平 主编

策划编辑:江 畅

责任编辑:段亚萍

封面设计:抱 子

责任监印:朱 玢

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

电话:(027)81321913

武汉市东湖新技术开发区华工科技园

邮编:430223

录 排:武汉正风天下文化发展有限公司

印 刷:武汉市籍缘印刷厂

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:15.5

字 数:403千字

版 次:2018年2月第1版第1次印刷

定 价:39.00元



华中出版

本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

前 言

物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式和相互作用的自然科学。它的基本理论渗透到自然科学的各个领域,应用于生产技术的许多部门,是其他自然科学和工程技术的基础。

以物理学基础为内容的大学物理课程,是高等学校理、工、农、医学类各专业学生的一门重要的通识性必修基础课。该课程所教授的基本概念、基本理论和基本方法是构成学生科学素养的重要组成部分,是科学工作者和工程技术人员所必须具备的知识。

本书是依据编者多年的教学实践,根据教育部颁布的《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》,借鉴国内外优秀大学物理教材编写而成的。在编写过程中,力求内容全面地涵盖大学生应掌握和了解的大学物理学知识,保证基本要求中 A 类知识点的宽度和深度, B 类知识点弱化处理,表述做到简明扼要,突出物理思想、物理图像,行文思路清晰,降低数学要求(避免复杂数学推导和运算)。根据目前高校课程改革和压缩课时的形势,编写中尽量将可写可不写的内容去掉,压缩整套书的篇幅,以达到内容精简的目的。

全套书分上、下册出版,上册包括第 1 篇力学,第 2 篇电磁学;下册包括第 3 篇热学,第 4 篇机械振动和机械波,第 5 篇波动光学,第 6 篇近代物理学。书中除每章之后的阅读材料供学生选读外,凡冠有 * 的章节可供教师根据课时数和专业的需要选讲。

本书由魏健宁、徐高平任主编,杨锋涛、孙光厚、张逸和胡华任副主编。此外,参加本书编写的人员还有吴俊青、周雪云、沈红、余傲秋、周利玲、罗江龙、程融、刘坚强、张伶俐和邹俊生。

本书在编写的过程中,得到了编者单位领导们的大力支持。同时,编者还参阅和引用了国内外许多同类教材的有关资料,受益匪浅,在此一并表示诚挚的谢意。

由于编者识浅才庸,力不从心,加上编写时间较仓促,书中难免存在错漏和不当之处,衷心希望广大读者提出宝贵意见。

编 者

2017 年 10 月

目 录

第 1 篇 力 学

第 1 章 质点运动学	(3)
1.1 质点运动的描述	(3)
1.2 曲线运动	(7)
1.3 相对运动	(11)
阅读材料一 伽利略·伽利雷	(13)
习题	(17)
第 2 章 牛顿定律	(19)
2.1 牛顿定律	(19)
2.2 自然力与常见力	(21)
2.3 牛顿定律的应用	(23)
* 2.4 非惯性系 惯性力	(26)
阅读材料二 艾萨克·牛顿	(28)
习题	(33)
第 3 章 动量和动量守恒定律	(36)
3.1 冲量 动量定理	(36)
3.2 动量守恒定律	(39)
3.3 质心 质心运动定理	(40)
阅读材料三 宇宙飞船	(42)
习题	(48)
第 4 章 功和能	(50)
4.1 功 功率	(50)
4.2 动能 动能定理	(54)
4.3 保守力和非保守力	(57)
4.4 势能 势能曲线	(60)
4.5 功能原理 机械能守恒定律	(63)
4.6 能量守恒定律	(68)
阅读材料四 火箭的飞行与宇宙速度	(68)
习题	(71)
第 5 章 角动量和角动量守恒定律	(75)
5.1 力矩 角动量	(75)
5.2 质点的角动量定理与角动量守恒定律	(78)

5.3 质点系的角动量定理与角动量守恒定律	(80)
阅读材料五 对称性与守恒定律	(82)
习题	(86)
第6章 刚体的转动	(88)
6.1 刚体的运动	(88)
6.2 力矩 刚体的定轴转动定律 转动惯量	(93)
6.3 定轴转动刚体的角动量定理与角动量守恒定律	(101)
6.4 力矩的功 刚体定轴转动的动能定理	(104)
6.5 刚体的势能	(106)
* 6.6 刚体的进动	(108)
阅读材料六 拉莫尔进动	(110)
习题	(112)

第2篇 电 磁 学

第7章 真空中的静电场	(117)
7.1 电荷性质	(117)
7.2 库仑定律	(119)
7.3 电场 电场强度	(121)
7.4 静电场的高斯定理	(128)
7.5 静电场的环路定理	(135)
7.6 电势	(138)
阅读材料七 卡文迪许关于点电荷相互作用力的研究	(146)
习题	(147)
第8章 静电场中的导体和电介质	(150)
8.1 静电场中的导体	(150)
8.2 静电场中的电介质	(152)
8.3 电容 电容器	(157)
8.4 静电场的能量	(162)
* 8.5 静电场的边值关系	(164)
阅读材料八 静电学的技术应用	(165)
习题	(166)
第9章 恒定磁场	(169)
9.1 恒定电流	(169)
9.2 毕奥-萨伐尔定律	(173)
9.3 磁场的高斯定理	(179)
9.4 安培环路定理及其应用	(180)
9.5 带电粒子在磁场和电场中的运动及其应用	(183)

9.6 磁场对载流导线的作用	(190)
9.7 磁场中的磁介质	(196)
阅读材料九 地球的磁场	(201)
习题	(203)
第 10 章 电磁感应和电磁场	(206)
10.1 电磁感应定律	(206)
10.2 感应电动势	(210)
10.3 自感和互感	(216)
10.4 磁场的能量	(219)
10.5 位移电流 麦克斯韦方程组	(221)
10.6 电磁波	(225)
阅读材料十 超导电性	(229)
习题	(231)
习题答案	(234)
参考文献	(240)



第1篇

力学

自然界的一切物质都处于永恒的运动之中。物质的运动形式是多重的,其中,最普遍而又最基本的一种运动形式是一个物体相对于另一个物体(或一个物体的某一部分相对于另一部分)的空间位置的改变,这种运动形式称为机械运动(mechanical motion)。力学就是研究物体机械运动和相互作用的学科。由于机械运动的普遍性和基本性,物理学对物质、能量和相互作用的研究就是从力学开始的,所以,力学是整个物理学的基础。

力学是古老的学科之一,它的发展过程是人类对机械运动的认识过程。力学知识最早源于人们对自然现象的观察和生产劳动中的经验。在西方,古希腊伟大的科学家之一亚里士多德(公元前 384 年—前 322 年),17 岁时就跟大哲学家柏拉图学习,当过教师,对物理和数学等多个学科进行过深入研究。可以说,他是古希腊各种知识集大成者。继亚里士多德之后,在物理学方面取得突出成就的要数阿基米德。阿基米德(Archimedes,公元前 287 年—前 212 年)对杠杆平衡、物体重心位置、物体在水中受到的浮力等做了系统研究,确定了它们的基本规律,初步奠定了静力学即平衡理论的基础。而早在我国春秋战国时期,以《墨经》为代表作的墨家,总结了大量力学知识,如时间与空间的联系、运动的相对性、力的概念、杠杆平衡、斜面的应用,以及滚动和惯性等现象的描述,涉及力学的许多方面。

16 世纪以后,由于航海、战争和工业生产的需要,在欧洲,力学的研究得到了快速的发展。近代物理学的奠基人伽利略,在黑暗宗教的压迫下,坚持在实验研究和理论分析的基础上对力学开展广泛研究,得出了落体定律,阐明了自由落体运动的规律,提出加速度的概念。牛顿继承和发展前人的研究成果(特别是开普勒的行星运动三定律),提出牛顿三大定律,从而奠定了经典力学的基础。牛顿定律的建立也标志着力学开始成为一门独立学科。

到 18 世纪,经典力学已经相当成熟,成了自然科学中的主导和领先学科。但 20 世纪初,人们发现经典力学在解决宏观高速运动和微观低速运动问题领域有一定局限性;之后,分别建立了相对论和量子力学。

虽然经典力学有一定局限性,但在日常生活中,它是许多工程技术的理论基础,并在广泛的应用过程中得到不断发展。经典力学是物理学和自然科学的基础,学好力学对其他学科的学习是至关重要的。

本篇将重点介绍质点运动学、牛顿定律、动量和动量守恒定律、功和能、角动量和角动量守恒定律、刚体的转动等知识。

第 1 章 质点运动学

质点运动学研究作为理想化模型的质点做机械运动时运动状态随时间的变化关系。本章主要内容包括参考系和坐标系、质点、位置矢量、位移、速度、加速度等描述质点运动的物理量,要求理解并掌握它们之间的相互关系,用高等数学工具求解机械运动中质点的位置、速度和加速度。掌握自然坐标系下曲线运动中物理量的表述形式,了解圆周运动的角量表征,掌握圆周运动的线量与角量之间的关系。了解相对运动。

1.1 质点运动的描述

1.1.1 参考系和坐标系

1. 参考系

自然界中所有的物体都在不停地运动,绝对静止不动的物体是不存在的。在观察一个物体的位置及位置变化时,总要选定其他物体作为参考物体,然后把这个研究对象与这个参考物体进行比较,从而确定这个研究对象的运动形式。选择不同物体作为参考物体,对研究对象的运动描述也就不同。被选作参考的物体称为参考物,通常也称为参考系(reference system)。

2. 坐标系

定量地研究物体的运动,必须选择一个与参考系相对静止的坐标系(coordinate system),如图 1-1 所示。坐标系是参考系的数学表示。有了坐标系就可以定量研究物体的运动规律。常见的坐标系有直角坐标系(笛卡儿坐标系)、自然坐标系、极坐标系、球坐标系、柱坐标系等,在研究物体的运动规律时,要根据具体问题处理方便与否选择相应的坐标系。

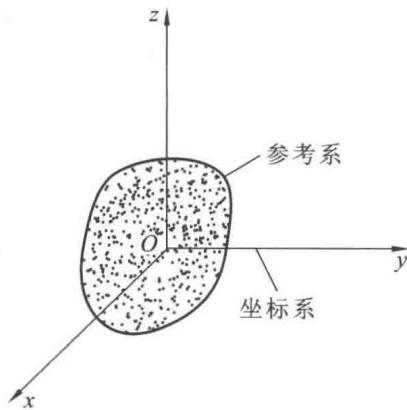


图 1-1 参考系与坐标系

1.1.2 质点

任何物体都有一定的大小、形状,要描述物体的运动,需要考虑到物体各个部分的运动形式,十分复杂。但在物理学中,为了研究问题方便,如果物体的大小和形状在研究的问题中不起作用或作用不明显,常常忽略物体的大小和形状,而把它看作一个具有质量、占据空间位置的几何点,把这样的物体称为质点(mass point)。

说明: (1) 质点是一种理想模型,而不真实存在。(物理学中有很多理想模型)

(2) 质点突出了物体的两个基本性质:具有质量,占有位置。

(3) 物体能否被视为质点是有条件的、相对的。例如,在研究地球公转时,可将其看作质点;而在研究自转时,不能将其看作质点。

1.1.3 表征质点运动的物理量

1. 位置矢量

1) 位置矢量

定义:由坐标原点到某时刻质点所在位置的矢量称为质点在该时刻的位置矢量(position vector,简称径矢),用 $\vec{r}$ 来表示,大小为 $|\vec{r}|$,方向为 OP 。如图1-2所示,在直角坐标系中,某时刻质点所在的位置坐标为 (x, y, z) ,径矢 $\vec{r}$ 可以表示为

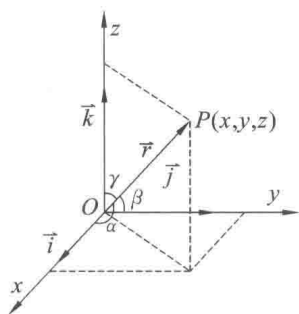


图 1-2 位置矢量

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (1-1)$$

其中 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 分别表示 x, y, z 方向的单位矢量。

位置矢量大小

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1-2)$$

方向由方向余弦表示

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r} \quad (1-3)$$

2) 运动方程

当质点运动时,其位置矢量随时间变化。位置与时间的函数关系,称为运动方程(kinematical equation)。当径矢 $\vec{r}$ 随时间变化时,由式(1-1)可以得到运动方程的矢量式为

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \quad (1-4)$$

或写成标量式

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1-5)$$

上面两种形式是等价的,在计算时要根据具体问题采用不同的形式,同时还要注意两种形式之间的变换。

3) 轨迹方程

从式(1-5)中消掉 t ,得出质点运动时其空间位置坐标 x, y, z 之间的关系式,即质点运动的轨迹方程。

2. 位移

如图1-3所示,设 t 和 $t + \Delta t$ 时刻质点在 P_1, P_2 的位置矢量分别为 $\vec{r}_1, \vec{r}_2$,则 Δt 时间间隔内位置矢量的变化为

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (1-6)$$

称 $\Delta\vec{r}$ 为 t 到 $t + \Delta t$ 时间间隔内质点的位移(displacement)。

在直角坐标系下, P_1 和 P_2 的坐标分别为 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) ,则位移可以表示为

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k} \quad (1-7)$$

大小为

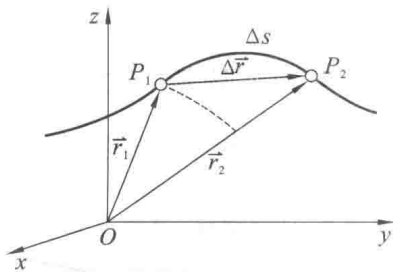


图 1-3 位移

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

说明:(1) 比较 $\Delta \vec{r}$ 与 $\vec{r}$;二者均为矢量;前者是过程量,后者为瞬时量。

(2) 比较 $\Delta \vec{r}$ 与路程 $\Delta s(P_1 P_2)$;二者均为过程量;前者是矢量,后者是标量。一般情况下, $|\Delta \vec{r}| \neq \Delta s$, 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 或质点做单向直线运动时, $|\Delta \vec{r}| = \Delta s$ 。

3. 速度

为了能更准确地反映质点的运动状态,引进速度描述质点运动的快慢及方向。在研究速度时,通常考虑下面两种情况。

1) 平均速度

如图 1-4 所示,将质点在 $t \rightarrow t + \Delta t$ 时间间隔内的位移 $\Delta \vec{r}$ 与时间间隔 Δt 的比值称为在这段时间间隔内质点的平均速度(average speed),表示为

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

说明:平均速度只是对质点在时间 Δt 内位移随时间变化情况的粗略描述,不能反映质点在某一时刻运动快慢程度与方向的细微变化。

2) 瞬时速度

为了反映质点在某一时刻运动的快慢程度,引入瞬时速度(instantaneous velocity,简称速度),当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,平均速度的极限值称为瞬时速度,表示为

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\vec{v}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1-8)$$

在直角坐标系中

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} \quad (1-9)$$

$\vec{v}$ 的大小

$$|\vec{v}| = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

方向也由其方向余弦表示。

在国际单位制中,速度的单位为米/秒(m/s)。

4. 加速度

质点沿某一轨迹运动时,其速度会随时间发生变化,为了描述质点速度的变化,引进加速度的概念。

1) 平均加速度

质点在 $t \rightarrow t + \Delta t$ 时间间隔内的速度增量 $\Delta \vec{v}$ 与时间间隔 Δt 的比值称为 $t \rightarrow t + \Delta t$ 时间间隔内质点的平均加速度(average acceleration),表示为

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} \quad (1-10)$$

2) 瞬时加速度

为了反映质点在某一时刻运动速度的变化,引入瞬时加速度(instantaneous acceleration,

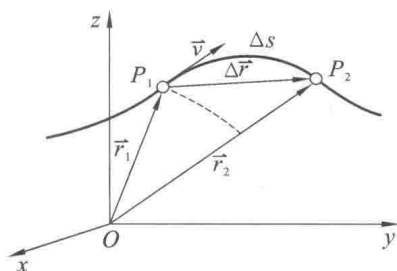


图 1-4 速度

简称加速度)。当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,平均加速度的极限值称为瞬时加速度,表示为

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{\bar{a}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \quad (1-11)$$

在直角坐标系中

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k} = \frac{d^2 x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \vec{k} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$\vec{a}$ 的大小

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dv_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_y}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_z}{dt}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 z}{dt^2}\right)^2}$$

方向也由其方向余弦表示。

说明:瞬时加速度精确地描述了质点在某一时刻速度随时间的变化情况, $\vec{a}$ 的方向是 $\Delta t \rightarrow 0$ 时 $\Delta \vec{v}$ 的极限方向,而加速度的数值是 $\left| \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right|$ 的极限值。在国际单位制中,加速度的单位是米/秒²(m/s²)。

1.1.4 运动学的两类问题

在运动学中经常遇到两类问题,一类是已知运动方程求解速度和加速度,另一类是已知速度或加速度及初始条件求解运动方程。

运动学中的两类问题的解决,分别采用了高等数学中的微分和积分。

1. 第一类问题——已知运动方程求解速度和加速度

当径矢 $\vec{r}$ 随时间变化时,由式(1-8)得

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \quad (1-12)$$

由式(1-11)得

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2} \quad (1-13)$$

即把 $\vec{r}(t)$ 和 $\vec{v}(t)$ 对时间分别求一阶导或二阶导。

2. 第二类问题——已知速度或加速度及初始条件求解运动方程

由式(1-12)和式(1-13)得

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t) dt \quad (1-14)$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t) dt \quad (1-15)$$

即利用初始条件把 $\vec{v}(t)$ 和 $\vec{a}(t)$ 对时间进行积分。

例 1-1 一质点在 xOy 平面内运动,运动方程为 $\begin{cases} x = t, \\ y = 2t^2 + 4 \end{cases}$ [SI],求:

(1) 质点的轨迹方程;

(2) $t = 5$ s 时质点的位置、速度和加速度。

解 (1) 根据质点运动方程,消去参数 t ,可得轨迹方程为 $y = 2x^2 + 4$ 。

(2) 运动方程有两种形式,由题目给出的标量形式 $\begin{cases} x = t, \\ y = 2t^2 + 4, \end{cases}$ 可以得到运动方程的矢

量式

$$\vec{r} = t\vec{i} + (2t^2 + 4)\vec{j} \quad (1)$$

根据式(1-8)有
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i} + 4t\vec{j} \quad (2)$$

根据式(1-11),有
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 4\vec{j} \quad (3)$$

把 $t = 5$ 代入式①、式②、式③,有 $\vec{r} = 5\vec{i} + 54\vec{j}$, $\vec{v} = \vec{i} + 20\vec{j}$, $\vec{a} = 4\vec{j}$ 。

解决这种问题通常的方法是先求导后代入具体时间。

例 1-2 一质点具有恒定的加速度 $\vec{a} = 6\vec{i} + 4\vec{j}$, 在 $t = 0$ 时, 其速度为零, 位置矢量 $\vec{r}_0 = 10\vec{i} + 5\vec{j}$ 。求质点在 $t = 2$ s 时刻的速度和位置矢量。

解 应用式(1-15) 并进行积分, 得

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t) dt = \int_0^t (6\vec{i} + 4\vec{j}) dt = 6t\vec{i} + 4t\vec{j} \quad (1)$$

同理, 应用式(1-14) 并进行积分, 得

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t) dt = 10\vec{i} + 5\vec{j} + \int_0^t (6t\vec{i} + 4t\vec{j}) dt = (3t^2 + 10)\vec{i} + (2t^2 + 5)\vec{j} \quad (2)$$

把 $t = 2$ s 代入式①、式②, 有 $\vec{v} = 12\vec{i} + 8\vec{j}$, $\vec{r} = 22\vec{i} + 13\vec{j}$ 。

1.2 曲线运动

1.2.1 自然坐标系

自然坐标系建立的前提是: ①质点做平面运动; ②运动轨迹已知。如图 1-5 所示, 在质点运动轨迹上取 O 点作为自然坐标系原点, t 时刻 P 点与 O 点的距离为弧 $\widehat{OP}$ 长度, 用 s 表示, 即质点的空间位置由 s 确定。

$$s = s(t) \quad (1-16)$$

在 P 点建立两条相互垂直的坐标轴, 一个沿轨迹的切向, 单位矢量用 $\vec{e}_t$ 表示; 另一个沿轨迹法向(指向轨迹凹侧), 单位矢量用 $\vec{e}_n$ 表示, 这样自然坐标系(natural coordinate system)就建立起来了。若要研究

P 点的运动特征, 可以用 $s = s(t)$ 随时间的变化情况来研究其速度和加速度。自然坐标系在确定曲线运动中质点的位置、路程、速度和加速度方面与直角坐标系相比显得更加灵活。

例如在描述路程时, 当质点经过 Δt 从 P 点到 Q 点时, Δt 时间内质点的运动路程为

$$\Delta s = s(t + \Delta t) - s(t)$$

质点处于 P 点时的速率

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (1-17)$$

考虑到 $|d\vec{r}| = ds$, $v = \frac{ds}{dt} = \frac{|d\vec{r}|}{dt} = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| = |\vec{v}|$, 则在自然坐标系中, 质点的速度可表示为

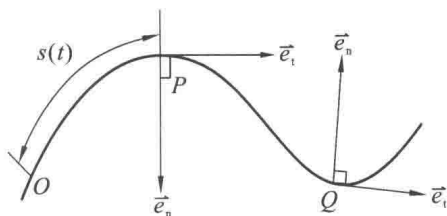


图 1-5 自然坐标系

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \vec{e}_t = \frac{ds}{dt} \vec{e}_t \quad (1-18)$$

由加速度的定义,有

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(v \vec{e}_t) = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t + v \frac{d\vec{e}_t}{dt} \quad (1-19)$$

其中, $\frac{dv}{dt} \vec{e}_t$ 表明质点速率的变化率,表示速度大小的变化,而方向沿切向,称之为切向加速度 $\vec{a}_t$,即

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t = \frac{d^2s}{dt^2} \vec{e}_t \quad (1-20)$$

下面借助几何方法来分析 $\frac{d\vec{e}_t}{dt}$ 。如图 1-6(a) 所示,当时间间隔 Δt 足够小时,路程 Δs 可以看作半径为 ρ 的一段圆弧,设 t 时刻质点在 P 点,切向单位矢量为 $\vec{e}_t(t)$, $t + \Delta t$ 时刻质点运动到 Q 点,切向单位矢量为 $\vec{e}_t(t + \Delta t)$, $\Delta \vec{e}_t = \vec{e}_t(t + \Delta t) - \vec{e}_t(t)$ 。当 $\Delta t \rightarrow 0$, Q 点趋近 P 点时,由图 1-6(b) 可见, $|\Delta \vec{e}_t| = |\vec{e}_t| \Delta\theta$, 因为 $|\vec{e}_t| = 1$, 所以 $|\Delta \vec{e}_t| = \Delta\theta$; 又因为 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $\Delta\theta$ 越来越小, $\Delta \vec{e}_t(t)$ 的方向趋近于与 $\vec{e}_t(t)$ 垂直的方向,即 $\vec{e}_n$ 方向,即

$$\frac{d\vec{e}_t}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{e}_t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \vec{e}_n \quad (1-21)$$

由图 1-6(a) 有 $\Delta\theta = \frac{\Delta s}{\rho}$, 代入式(1-21), 有

$$\frac{d\vec{e}_t}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\rho \Delta t} \vec{e}_n = \frac{1}{\rho} \frac{ds}{dt} \vec{e}_n = \frac{v}{\rho} \vec{e}_n$$

则式(1-19) 右边第二项的方向沿 $\vec{e}_n$ 与第一项切向加速度垂直,称为法向加速度,记为 $\vec{a}_n$, 则

$$\vec{a}_n = v \frac{d\vec{e}_t}{dt} = \frac{v^2}{\rho} \vec{e}_n \quad (1-22)$$

则有加速度

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho} \vec{e}_n \quad (1-23)$$

加速度的大小

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2} \quad (1-24)$$

加速度方向与切线方向的夹角 $\alpha = \arctan \frac{a_n}{a_t}$ 。

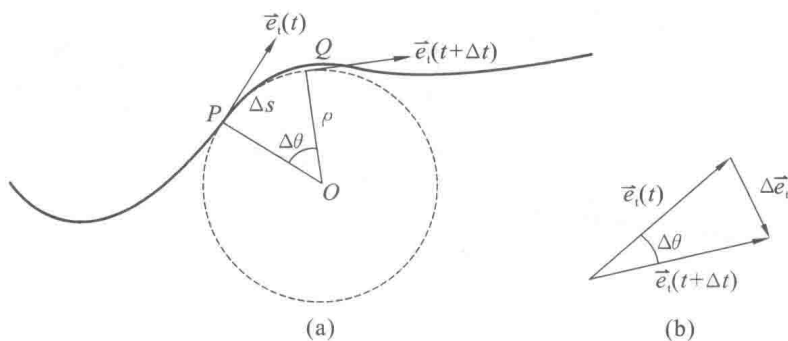


图 1-6 自然坐标系中的 $\vec{a}_t$ 和 $\vec{a}_n$

可见, $\vec{a}_t$ 反映速度大小的变化, $\vec{a}_n$ 反映速度方向的变化。

1.2.2 圆周运动

如图 1-7 所示, 质点沿固定圆轨道的运动叫作**圆周运动**(circular motion), 它是曲线运动的一个重要特例, 对定轴转动规律的研究也有重要意义。

1. 自然坐标系中对圆周运动的描述

自然坐标系中圆周运动速度和加速度可分别表示为

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt} \vec{e}_t \quad (1-25)$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = a_t \vec{e}_t + a_n \vec{e}_n = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t + \frac{v^2}{r} \vec{e}_n \quad (1-26)$$

2. 圆周运动的角量描述

1) 角位置

如图 1-8 所示, t 时刻质点在 A 处, $t + \Delta t$ 时刻质点在 B 处, θ 是 OA 与 x 轴正向夹角, $\theta + \Delta\theta$ 是 OB 与 x 轴正向夹角, 称 θ 为 t 时刻质点角位置, $\Delta\theta$ 为 $t \rightarrow t + \Delta t$ 时间间隔内角位置的增量, 称为在该时间间隔内的角位移(angular displacement)。

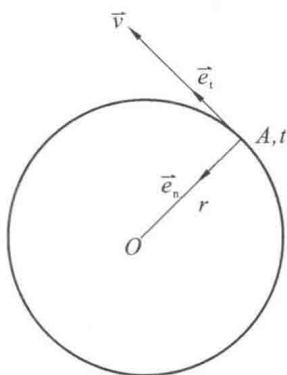


图 1-7 圆周运动

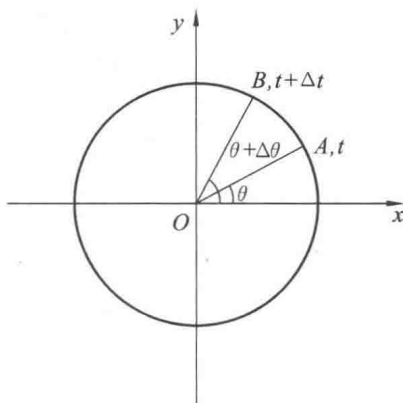


图 1-8 角速度

2) 角速度

为了描述质点做圆周运动角位置的变化, 引进角速度(angular velocity), 用 $\vec{\omega}$ 表示, 其大小为

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-27)$$

角速度的大小等于角位置对时间的一阶导数, 角速度是矢量, 它的方向用右手定则来确定: 让右手的四指顺着转动的方向, 大拇指的指向即为角速度 $\vec{\omega}$ 的方向。

3) 角加速度

为了描述角速度的变化, 引进角加速度(angular acceleration), 用 $\vec{\beta}$ 表示, 其大小为

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1-28)$$

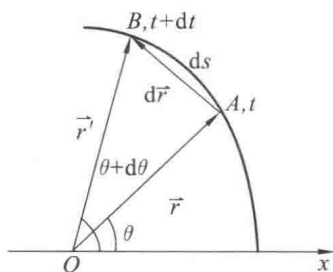


图 1-9 线量与角量间的关系

角加速度等于角速度对时间的一阶导数或等于角位置对时间的二阶导数,角加速度是矢量,方向沿 $d\vec{\omega}$ 方向。当 $\vec{\omega}$ 增大时, $\vec{\beta}$ 和 $\vec{\omega}$ 方向相同;当 $\vec{\omega}$ 减小时, $\vec{\beta}$ 和 $\vec{\omega}$ 方向相反。

4) 线量与角量的关系

把物理量 $\vec{v}, v, \vec{a}, a_t, \vec{a}_n$ 等称为线量, $\vec{\omega}, \vec{\beta}$ 等称为角量。

(1) $\vec{v}$ 与 $\vec{\omega}$ 的关系。

如图 1-9 所示,当 $dt \rightarrow 0$ 时, $|d\vec{r}| = ds = r d\theta$ 。于是有

$$v = \frac{|d\vec{r}|}{dt} = \frac{ds}{dt} = \frac{r d\theta}{dt} = r\omega \quad (1-29)$$

(2) 加速度 $\vec{a}$ 与 $\vec{\beta}$ 的关系。

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t + \frac{v^2}{r} \vec{e}_n = \frac{d(\omega \cdot r)}{dt} \vec{e}_t + \frac{(\omega r)^2}{r} \vec{e}_n = \beta r \vec{e}_t + \omega^2 r \vec{e}_n \quad (1-30)$$

5) 匀速圆周运动和匀变速圆周运动

(1) 匀速圆周运动。

由于角速度 ω 为常数,切向加速度 $\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t = 0$, 即 $\vec{a} = \vec{a}_n$, 若已知初始条件 $t = 0, \theta =$

θ_0 , 根据 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, 可得

$$\theta = \theta_0 + \omega t \quad (1-31)$$

匀速圆周运动在解题时经常用到,所以对此运动不但要直观掌握,更要灵活运用。

(2) 匀变速圆周运动。

角加速度 β 恒定,给定初始条件: $t = 0$ 时, $\theta = \theta_0, \omega = \omega_0$ 。根据公式 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ 和 $\beta = \frac{d\omega}{dt}$, 可

以得到匀变速圆周运动的下面三个公式

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \beta t \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \beta t^2 \\ \omega^2 = \omega_0^2 + 2\beta(\theta - \theta_0) \end{cases} \quad (1-32)$$

1.2.3 一般曲线运动

常见曲线运动如下:



一般曲线运动问题的处理,要根据具体问题要求选择合适的坐标系,给出相应的运动量的关系,并进行求解。

例 1-3 如图 1-10 所示,一质点做斜上抛运动,初速率为 v_0 , 仰角为 α , 求质点运动轨道在