

白噪声作用下 脉冲系统的 稳定性及其应用

牛玉俊 著



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

白噪声作用下 脉冲系统的 稳定性及其应用

牛玉俊 著



WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

白噪声作用下脉冲系统的稳定性及其应用/牛玉俊著. —武汉: 武汉大学出版社, 2018. 6

ISBN 978-7-307-20250-4

I. 白… II. 牛… III. 脉冲系统—研究 IV. O231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 119294 号

责任编辑:顾素萍 任仕元

责任校对:李孟潇

版式设计:汪冰滢

出版发行: **武汉大学出版社** (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件: cbs22@whu.edu.cn 网址: www.wdp.com.cn)

印刷:北京虎彩文化传播有限公司

开本:787 × 1092 1/16 印张:11.5 字数:194 千字

版次:2018 年 6 月第 1 版 2018 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-307-20250-4 定价:36.00 元



版权所有, 不得翻印;凡购我社的图书, 如有质量问题, 请与当地图书销售部门联系调换。

序 言

非光滑运动是日常生活和生产实际中的常见现象，例如机械部件之间产生的刚性碰撞、弹性碰撞、摩擦，电子电路中的弹性碰撞，医药试验中的定时给药，生物中的定时捕捞，以及定时补给现象，等等。由于这种运动形式的常见性，近年来非光滑现象引起了诸多学者的注意，成为当前动力学领域的研究热点之一。非光滑动力系统的典型特点是：它或者具有不连续的运动状态，或者具有不连续的向量场，或者具有不连续的雅克比矩阵。这些特点使得它的研究方法与光滑系统相比较大不相同，且已有的光滑系统成熟的研究方法不能直接被用来研究非光滑系统，需要发展适用于非光滑系统的研究方法。本书在前人工作的基础上，研究了一类具有非光滑周期扰动的动力系统，首次将 Fourier 级数这一常用工具引入非光滑动力系统的研究之中，并结合 Melnikov 方法验证了这种方法在非光滑系统混沌预测时的有效性。

另一方面，自从 Ott、Grebogi、Yorke 等做出混沌能够被控制和同步这一开创性的判断之后，混沌控制和同步一直是非线性科学研究的热点问题，不同的控制与同步方法被陆续提出。其中的脉冲控制与同步方法由于具有所需的能量少、达到控制目标的速度快、具有较强的抗干扰能力和鲁棒性等特点，使得它在现实的生产、科技和军事领域中被广泛应用。众所周知，混沌控制与混沌同步的首要问题是控制系统或同步误差系统的稳定性，如果控制系统或者同步误差系统在某种稳定准则下是渐近稳定的，则可断定，该系统是在该稳定意义下实现控制目的或者能够被同步的。我们知道，一方面，稳定性理论在微分方程的定性研究中处于十分重要的地位，特别是由于电子计算机的出现，给稳定性理论的研究提供了有力的仿真试验工具；另一方面，稳定性理论分析往往给数值研究提供了理论

基础,但是目前混沌系统脉冲控制与脉冲同步研究多集中于确定性的动力系统,而对于随机动力系统脉冲控制与脉冲同步的研究则相对少见。本书就参激白噪声作用下混沌动力系统的脉冲控制与脉冲同步问题展开研究,通过建立 Itô 微分算子,考察了随机脉冲微分系统的 p 阶矩稳定性、渐近 p 阶矩稳定性、随机渐近稳定性等几种随机意义下的稳定性。作为这些稳定性的应用,还考察了参激白噪声作用下一些典型混沌系统的脉冲控制与脉冲同步问题,并用数值方法加以验证。本书的主要内容和结论具体如下:

(1)考察了一类周期非光滑扰动作用下动力系统的混沌预测问题。对于非光滑周期扰动项,尝试利用 Fourier 级数方法,将其展开成一个 Fourier 级数,根据精度需要取有限项,并将其代入原动力系统中,得到与原系统近似的光滑动力系统,从而可以利用光滑系统的方法来处理这一类非光滑系统。这也为这一类非光滑系统的研究提供了一类新的方法。作为例子,文中考察了非光滑周期扰动 $|\sin x|$ 作用下 Duffing 系统的混沌预测问题,利用 Fourier 级数方法得到与原非光滑系统近似的光滑动力系统,并用两者时间历程图展现了这种近似关系的近似程度。再由光滑系统的 Melnikov 方法,得到它的 Melnikov 过程,结合 Smale 马蹄理论得到近似系统出现混沌的解析条件。之后,利用原非光滑系统的相图、Poincare 截面图验证了光滑近似系统解析结果的准确性,从而说明了在确定系统的混沌预测中,用 Fourier 级数处理周期性非光滑因素是有效的。

(2)在(1)的基础上,考察了非光滑周期扰动与有界噪声联合作用下受迫 Duffing 系统的混沌预测问题。类似于(1)的处理方法,用 Fourier 级数来近似非光滑周期扰动项 $|\sin x|$,从而得到原非光滑系统的光滑近似系统,再由光滑系统的随机 Melnikov 方法,得到光滑近似系统的随机 Melnikov 过程,结合 Smale 马蹄理论得到光滑近似系统出现混沌的解析条件。之后,结合非光滑系统的相图、Poincare 截面图和最大 Lyapunov 函数图验证了解析结果的准确性。从而由(1)和(2)知道,在混沌预测时,Fourier 级数是处理这一类非光滑因素的有效方法。

(3)关于随机脉冲微分方程的 p 阶矩稳定性,现在已经有一些研究成果。但是在这些文献中,要么对于微分方程解的假设不符合脉冲方程解的一般假设条件,要么判断 p 阶矩稳定性的条件过于严格,不利于在实际混沌系统中应用,所以有必要进行更进一步的研究。本书研究了参激白噪声作用下的随机脉冲微分系统,在更符合脉冲微分系统一般假设

条件和更简单易行的定理条件下考察了它的 p 阶矩稳定性,建立了判断 p 阶矩稳定性的判定定理。作为该定理的应用,还考察了参激白噪声作用下 Lorenz 系统、Chen 系统的 p 阶矩稳定性问题。

(4)在(3)的基础上,考察了参激白噪声作用下脉冲微分系统的渐近 p 阶矩稳定性问题,建立了判断随机脉冲微分系统渐近 p 阶矩稳定性的比较定理,由该比较定理,我们可由一个确定性比较系统的稳定性得到原随机脉冲系统相应的 p 阶矩稳定性,从而为 p 阶矩意义下随机系统的脉冲控制与脉冲同步奠定了理论基础。为验证该比较定理的效果,我们考察了参激白噪声作用下 Lorenz 系统、Chen 系统以及 Lü 系统的脉冲控制问题,得到随机脉冲控制系统的稳定区域。即在稳定区域取值的参数,可以对原随机系统在 p 阶矩的意义下实现脉冲控制,而在稳定区域之外的则不一定。之后数值仿真试验的结果印证了我们的判断。

(5)在(3)和(4)的基础上,考察了参激白噪声作用下脉冲微分系统的随机渐近稳定性问题,建立了判断随机脉冲微分系统随机渐近稳定性的比较定理。根据该定理,我们可以通过确定性比较系统的稳定性来判断随机脉冲微分系统的随机稳定性与随机渐近稳定性,使用起来很方便。作为该定理的应用,文中考察了参激白噪声作用下 Lorenz 系统、Chen 系统以及 Lü 系统混沌的脉冲同步问题,并得到同步误差系统的稳定区域。即从稳定区域取值的参数组合,按照我们的稳定性比较定理,应该可以使两个系统达到同步状态,数值模拟结果显示了该理论判断的准确性。

本书的主要结构如下:

第1章是绪论。主要概述了非线性系统的一些基本知识,特别是混沌研究的历史、主要的文献及混沌研究的主要方法。讲述了随机动力系统,混沌控制与混沌同步研究的历史与现状,非光滑动力系统以及脉冲微分方程的定义、分类、研究方法和现状,主要文献成果等内容。并在文中给出了后文需要的一些基本定义、重要定理以及基本的理论方法。最后给出了文章的基本框架结构。

第2章是一类非光滑系统的混沌预测。主要讲述了一类特殊非光滑周期扰动作用下动力系统的混沌预测问题。对于这类周期性非光滑项,尝试采用一种常用的数学工具——Fourier 级数来处理这一种非光滑系统,据作者所知,这是 Fourier 级数第一次被用来处理

非光滑动力系统。作为示例,我们取这类非光滑扰动项为 $|\sin x|$ 。我们可根据实际中的精度要求,用有限项的 Fourier 级数去近似 $|\sin x|$,这样就得到了与原非光滑动力系统近似的光滑动力系统,于是我们就可以利用已有的光滑系统的各种方法来研究这一类非光滑系统。为考察用 Fourier 级数处理这一类非光滑项对系统动力学行为的影响,我们分别研究了确定性 Duffing 系统及受参激白噪声作用下 Duffing 系统的混沌预测问题,并用非光滑系统和近似光滑系统的时间历程图之间的对照来说明它们之间的近似程度。结合光滑系统的 Melnikov 方法,可以得到近似光滑系统出现混沌的解析条件。然后利用非光滑系统的相图、庞加莱截面图、最大 Lyapunov 指数图,并将这些数值结果与光滑近似系统的理论结果比较,发现它们之间吻合得比较好,这说明在进行非光滑系统的混沌预测时,Fourier 级数是处理这一类非光滑项的有效方法。文中同时指出,利用 Fourier 级数来处理这一类非光滑项,会湮灭非光滑系统的一些独特性质,该方法在研究这些独特性质时并不适用。

第 3 章是随机脉冲微分方程的 p 阶矩稳定性及其应用。从本章开始,介绍了一些随机微分学知识,并开始着重研究了一类特殊的非光滑系统——脉冲系统。对于随机脉冲微分系统,作者在该章给出了它的一些基本概念、基本研究方法。并在前人工作的基础上,详细考察了随机脉冲微分系统的 p 阶矩稳定性问题,简化了已有的判断随机脉冲微分方程 p 阶矩稳定性的条件,使其能够更加便利地被应用到实际的混沌动力系统中去。作为应用,作者考察了一些常见随机混沌系统在脉冲信号作用下的 p 阶矩稳定性问题。这些例子说明,简化后的判定定理能方便有效地应用到实际的随机脉冲微分系统的稳定性判断中去。

第 4 章是随机脉冲微分方程的渐近 p 阶矩稳定性及其在脉冲控制中的应用。我们知道,要检验一个随机系统是否能够使用脉冲方法实现控制,就是要考察这个受控系统在某种概率意义下是否渐近稳定的。作者在本章更进一步考察了随机脉冲微分方程的渐近 p 阶矩稳定性问题,建立了随机脉冲微分系统渐近 p 阶矩稳定性比较定理。通过该定理,我们可以从一个确定性比较系统的稳定性与渐近稳定性来判断原随机脉冲微分系统的 p 阶矩稳定性与渐近 p 阶矩稳定性,从而为 p 阶矩意义下随机混沌系统的脉冲控制与脉冲同步奠定了理论基础。作为应用,我们将这一定理应用到一些常见的三维随机混沌系统的脉冲控制中去,通过随机脉冲微分系统渐近 p 阶矩稳定性比较定理,得到能使混沌系统稳定的参数

区域，即在该区域取值的参数，都能够在 p 阶矩意义下用脉冲方法对这些随机混沌系统实现控制。文中的数值模拟结果显示了该理论结果的正确有效性。

第 5 章是随机脉冲微分方程的随机渐进稳定性及其在脉冲同步中的应用。本章研究了随机脉冲微分方程的另一种渐近稳定性——随机渐近稳定性。据作者所知，随机脉冲微分方程的这种渐近稳定性是第一次被研究。作者给出了随机脉冲微分系统随机渐近稳定性的比较定理，通过该比较定理，我们可以从一个确定性比较系统的稳定性与渐近稳定性得到原随机脉冲微分系统随机稳定性与随机渐近稳定性，从而为概率意义下随机混沌系统的脉冲控制与脉冲同步提供了理论保证，并且这个定理应用起来方便，条件容易实现。作为应用，考察了一些常见随机混沌系统在这种稳定性意义下的混沌同步问题，通过上面的比较定理，得到能使同步误差系统趋于稳定的参数范围，即参数的稳定区域。我们分别在稳定区域内和稳定区域外取参数值，进行数值仿真试验，从而验证了该理论结果的正确性。

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 非线性动力学研究概述	4
1.2 随机混沌系统的研究历史	7
1.3 非光滑系统的历史及研究现状	12
1.4 脉冲系统的研究历史及现状	16
1.5 混沌研究的主要方法	19
1.6 混沌控制与混沌同步	27
1.7 预备知识	28
1.8 目前存在的问题及本书拟研究的内容	31
第 2 章 一类非光滑系统的混沌预测	33
2.1 引言	35
2.2 非光滑周期扰动下 Duffing 系统混沌预测	37
2.3 非光滑周期扰动与有界噪声联合作用下受迫 Duffing 系统的混沌预测	45
2.4 本章小结	54
第 3 章 随机脉冲系统的 p 阶矩稳定性	55
3.1 引言	57
3.2 随机系统基础知识	58

3.3	脉冲系统的基础知识和重要引理	79
3.4	随机脉冲微分系统的 p 阶矩稳定性	82
3.5	参激白噪声作用下 Lorenz 系统的 p 阶矩稳定性	85
3.6	随机 Chen 系统的 p 阶矩稳定性	87
第 4 章	随机脉冲系统的渐近 p 阶矩稳定性及其在混沌控制中的应用	89
4.1	引言	91
4.2	基础知识及重要引理	92
4.3	随机脉冲系统的渐近 p 阶矩稳定性	95
4.4	一些典型随机混沌系统的脉冲控制	98
4.5	本章小结	114
第 5 章	随机脉冲系统的随机渐近稳定性及其在混沌同步中的应用	115
5.1	引言	117
5.2	基本概念和引理	118
5.3	随机脉冲系统的随机渐近稳定性	121
5.4	参激白噪声作用下 Lorenz 系统的脉冲同步	124
5.5	参激白噪声作用下 Chen 系统的脉冲同步	130
5.6	参激白噪声作用下 Lü 系统的脉冲同步	135
5.7	节点结构互异的复杂网络的脉冲同步	140
5.8	有界噪声作用下 Duffing 系统的脉冲同步	147
5.9	本章小结	154
参考文献		156

第 1 章

绪 论

混沌科学是随着现代科学技术的迅猛发展，特别是在计算机技术的出现和普遍应用的基础上发展起来的交叉学科。混沌是一种貌似无规则的运动^{[1]~[7]}，是指在非线性系统中，不需附加任何随机因素也可出现类似随机的行为(内在随机性)，它在确定论和概率论这两大科学体系之间架起了一道桥梁，改变了人们对现实世界的传统看法。混沌系统的最大特点在于系统的演化对初始条件的极端敏感性，因此从长期意义上讲，系统的未来行为是不可预测的。混沌是一种普遍现象，它广泛存在于自然界，诸如物理、化学、生物学、地质学以及技术科学、社会科学的各个领域。混沌科学被认为是与相对论、量子力学相提并论的应该被 20 世纪科学界永远铭记的三件事。混沌科学具有广阔的应用前景，而且其奇异性和复杂性至今尚未被人们彻底了解，是值得进一步加强研究的学科。

长期以来，由于混沌系统的极端复杂性，人们一直以为混沌系统是不可控制的，更不用说混沌系统的应用了。自从 Ott、Grebogi 和 Yorke 等基于参数扰动的方法，成功实现了混沌系统的控制之后，混沌控制引起了人们的重视。随着计算机技术、通信信息技术的迅猛发展，以计算机为核心的庞大信息网正在全世界范围内逐渐形成。在这种情况下，传统的保密通信方法已经不能满足人们对通信保密性能的要求。而混沌保密通信具有实时性强、保密性能高等特点，使得它在保密通信领域具有强大的生命力。混沌控制与同步理论的研究和发展，则为混沌在保密通信中的应用提供理论基础，所以研究混沌控制与混沌同步就显得非常有必要。

混沌控制与混沌同步的方法很多，例如：OGY 方法、延迟反馈控制法、状态反馈控制方法、滑模变结构控制法、自适应控制法、连续变量反馈法、脉冲控制法等。其中的脉冲控制法是在某些时间点给系统施加一个激励，使系统的运动状态发生突变。有时候，这个激励可以是很少的信号，即可使混沌系统很快稳定下来，脉冲控制方法在一些经不起长期外部激励或者外部激励代价巨大的受控系统中显得尤为重要。由于脉冲会让系统出现突变，所以脉冲微分系统总的来说是一个复杂的非光滑系统。对于确定性的脉冲微分系统，已经有非常完善的结论；而对于更加贴近现实的随机脉冲微分动力系统，研究则非常少。所以加强对随机脉冲微分动力系统的研究显得非常有必要，特别是脉冲控制与脉冲同步的首要问题——控制后系统与同步误差系统的随机稳定性，更是其中的热点和难点问题。据作者所知，这些方面的研究还处于一个起步阶段，同时也是一项极具挑战性的课题。本书

将就参激白噪声作用下脉冲微分方程的 p 阶矩稳定性、渐近 p 阶矩稳定性和随机渐近稳定性展开研究。作为应用, 我们考虑了一些典型随机混沌系统的混沌控制与混沌同步的脉冲实现问题, 并用数值方法验证理论结果。另外, 我们还考虑了一类周期性非光滑扰动作用下的非光滑系统, 首次提出用 Fourier 级数这一常用工具来处理系统的周期性非光滑扰动项, 并在混沌预测问题中验证了这种处理方法的有效性, 从而为非光滑系统的研究提出一种思路。

1.1 非线性动力学研究概述

1.1.1 混沌研究的历史^[8]

混沌的研究最早可追溯到 19 世纪末法国数学家、物理学家庞加莱(Poincare)的工作。庞加莱在研究天体运动时发现, 太阳系的三体运动相互作用能产生惊人的复杂行为: 某些系统具有初值敏感性和行为不可预知性^[9], 并把动力系统和拓扑学有机结合起来, 指出三体问题中, 在一定的范围内其解是随机的。实际上这是一种保守系统中的混沌, 从而使他成为世界上最先了解混沌存在可能性的人。1954 年, 苏联数学家 Kolmogorov 在国际数学大会上报道了与哈密顿结构有关的小扰动使原方程发生轻微的改变时, 可积系统的解会发生什么变化的问题。Kolmogorov 的这一研究经其学生 Arnold 和瑞士数学家 Moser 的补充与完善, 形成了动力系统中著名的 KAM 理论, 即是在近可积 Hamilton 系统中, 随机成分是有限的, 导致不可积性的扰动很小。KAM 理论使得拉普拉斯提出的, 已经历 200 多年的太阳系稳定性问题得到了重要突破, 从而被公认是创建混沌学理论的历史性标志。

20 世纪 60 年代, 麻省理工学院著名气象学家 Lorenz 在《决定性非周期流》^[10] 中对一个由确定的三阶自治常微分方程描述的大气对流模型进行数值模拟时, 得到了杂乱无章的解——Lorenz 奇怪吸引子, 并同时发现了系统对初值的极端敏感性——蝴蝶效应, 即极小的误差都可能引起灾难性的后果, 初值十分接近的两条曲线的最终结果可能会相差得不可

想象。Lorenz 所研究的三阶自治常微分方程，即是在耗散系统中，一个确定方程却能导出混沌解的第一个实例。同一时期，日本京都大学的 Ueda 利用计算机在二阶非自治周期系统中，发现了杂乱无章的振动状态，称为 Ueda 吸引子。Lorenz 和 Ueda 的发现是人们最早观察到的混沌现象的典型实例，为后来混沌的研究奠定了基础。

20 世纪 70 年代是混沌研究的起步和蓬勃发展时期。1971 年，法国的数学物理学家 Ruelle 和荷兰的 Takens 发表了著名论文《论湍流的本质》^[11]，在学术界首次提出“奇怪吸引子”这一概念，提出了一个新的湍流发生机制，为解开湍流的百年之谜指明了方向。同年，英国生态学家 May 用计算机数值模拟的方法研究了描述种群演化的 Logistic 方程^[12]，他既看到了规则的倍周期分岔现象，也看到了不规则的“奇怪现象”，同时还发现了在随后的运动中又会出现稳定的周期运动。他的发现对混沌现象的深入研究有着巨大的推动作用。1975 年华人学者李天岩和数学家 York 在《美国数学月刊》上联合发表的著名论文《周期三意味着混沌》^[13]中，给出了闭区间上连续自映射的定义，在文中首先提出混沌 (Chaos) 一词，并为后来的学者所接受。1978 年，美国物理学家 Feigenbaum^[14]将重整化群的思想引入倍周期分岔的研究中，利用计算机发现了一类周期倍化通向混沌道路的普适常数——Feigenbaum 常数，从而将混沌的研究从定性分析阶段推进到定量分析阶段。1980 年意大利的 V. Franceschini 在用计算机研究流体从平流过渡到湍流时，发现了周期倍化现象，验证了 Feigenbaum 常数。1981 年美国麻省理工学院的 Linsay 第一次用实验的方法验证了 Feigenbaum 常数。从而把混沌学的研究从定性分析推进到定量运算的阶段，成为现代混沌学研究的一个重要里程碑。

20 世纪 80 年代以来，人们着重研究如何从有序进入新的混沌及混沌的性质和特点。自然界中的一些混沌现象被相继发现，通过计算机还可描绘出各自的混沌图像。如美国的数学家 Mandelbrot 于 1980 年绘出世界上第一张 Mandelbrot 集的混沌图像。Grassber 等人于 1987 年提出重构动力系统的理论方法^[15]。Holmes^[16]将 Melnikov 理论引入非线性动力系统的混沌分析中，得到一种研究混沌的解析方法。另外，通过由时间序列中提取分数维、Lyapunov 指数等混沌特征量，使混沌理论的研究进入蓬勃发展的阶段。主要体现在混沌研究的工具、混沌的特征量及混沌产生的条件等方面。混沌研究的各种解析^{[17]、[18]}、数值方法^{[5]、[19]~[22]}被不断挖掘，判定奇怪吸引子的试验方法^[23]也被提出。混沌的特征量，

诸如有界性、内在随机性、遍历性、分维性、普适性、标度性、正 Lyapunov 指数性等逐渐得到完善。非线性系统通往混沌的途径^{[24]~[27]}也被不断地发现,例如倍周期分岔道路、阵发、激变及 KAM 环面破裂等。

进入 20 世纪 90 年代,混沌有什么可利用之处和如何来为人们服务的问题被提上日程,从而引出了混沌控制与同步这个一直持续至今的热点研究问题。

总的来说,混沌有益性主要体现在如下几个方面:

(1)通信保密是指在发射端将被传送信息用某种方法加密,在接收端,只有知道解密方法才能对信息解密,否则即使信息被截取,也难以破译,使得被传送信息更加安全。在数据的保密通信中,通常将原始数据和某种伪随机数据相调制,从而形成可以输出的数据。而采用什么样的伪随机数据是其中最为关键的,这关系到数据的抗干扰性、截获率、信号隐蔽性等方面,甚至关系到数据保密的成败。混沌信号本身具有快速衰减的关联函数和连续宽带功率谱、类似噪声等特性,使它具有天然的隐蔽性;再者,混沌信号对初值的极端敏感而带来不可预测性,即使是完全相同的混沌系统,从微小差别的初始条件开始演化,它们的轨道将很快变得毫不相关。混沌的这些特点,使它在理论上是这种伪随机数据的极佳候选者。

(2)柔性系统设计。混沌吸引子有一个重要的特点,就是其中蕴含着稠密的不稳定周期轨道(极限环)。这对于需在多种工作状态间灵活切换的柔性系统,例如柔性智能信息处理系统和柔性制造系统等来说,可以用混沌吸引子中的一个极限环对应一种期望的状态,根据混沌控制原理,可以利用微小的控制扰动,使得系统在不同极限环之间灵活切换,从而使系统具有充分的灵活性。这就满足了这种柔性系统的要求,从而为柔性系统提出了一种方便快捷的设计思路。

(3)流体及超细粉末的混合。在生产实际中,流体的混合要求物质的线和面充分地拉伸和折叠,而拉伸和折叠正是混沌吸引子的重要特点。比如有时候要求几种液体或者超细粉末在所需能量尽可能小的情况下充分混合,我们只需让这几种液体或粉末的微粒运动状态充分混沌,就能达到充分混合的目的。这种混合就是所谓的“混沌对流”,它可被用于热波,诸如核聚变反应器的加热。

然而在许多实际问题中,混沌是一种有害的运动形式,它可能导致系统失控,甚至是

彻底崩溃。在这种情况下,抑制混沌,使系统运行到各种正常的有序状态,这就是混沌控制的最初设想。人们在混沌控制与同步方面的大量研究表明,混沌不仅是可预测和可控制的,而且在许多领域中还得到了有益的应用。混沌控制,按照控制的目的可以分为跟踪和镇定两大类:跟踪是将混沌吸引子中的某条不稳定周期轨道进行控制,使之稳定化或者使系统的轨道收敛于它,这种控制不改变系统原有的周期轨道。镇定可以不要求系统原有动力学行为的保持,只是通过合适的策略和方法,有效抑制系统的混沌行为,使系统稳定到平衡位置点或者所需的周期轨道上(这条轨道不一定是系统的原有轨道)。从控制的结果来看,它的本质是对混沌的抑制甚至是消除,改变了系统的动力学行为。混沌同步实际上属于混沌控制的范畴。所谓同步,通俗地讲,就是动态系统中步调一致的现象,也就是对于不同的初始条件出发的两个混沌系统,随着时间的推移,它们的轨道逐步一致的现象。自20世纪90年代以来,大量有关混沌控制与同步结果不断涌现,特别需要提出的是,1989年,Hübner在他发表的一篇文章中首次提出了混沌可以被控制的现象^[28]。但真正引起人们广泛关注的是1990年Ott、Grebogi和Yorke的具有里程碑意义的论文^{[26],[27],[29]},他们基于混沌轨道是由无穷多不稳定周期轨道构成的基本性质,提出了一种参数微扰法控制混沌运动的具体实施办法,即OGY方法。很快他们提出的控制混沌的思想和方法被Ditto等人在一个力学实验中证实^[30],稍后也被Roy等人在一个激光系统中加以利用和拓展^[31]。这些先驱性的工作极大地激发了人们对混沌的研究兴趣,长期被认为麻烦制造者和科学研究中应该被回避的现象,居然能被控制和利用,这引起了学者们的研究热情。随后的10多年,混沌控制的研究得到了蓬勃发展,已在工程技术、生物医学等领域取得了许多重要成果。这期间人们提出各式各样混沌控制的方法及其理论,并在自然科学众多实际领域的实验和应用中得到证实,从而在全世界范围内形成“混沌控制热潮”,并使其应用范围扩大到工程技术、保密通信等领域。目前,控制和利用混沌已在生物、医学、化工、机械、海洋工程等领域取得了初步的成功,在此不再赘述。

1.2 随机混沌系统的研究历史

需要指出的是,前面提到的混沌系统都是确定性的。而对于与自然界更加近似的非线性