“十三五”普通高等教育规划教材

大学物理

简明教程

(第3版·修订版)

DAXUE WULI
JIANMINGJIAOCHENG

赵近芳　王登龙　主编
张承琚　主审

“互联网+”立体化教材
广益教育

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

"十三五"普通高等教育规划教材

大学物理简明教程

(第3版·修订版)

主　编　赵近芳　王登龙

主　审　张承琚

益教育"九斗"APP 操作说明

北京邮电大学出版社

·北京·

内容简介

本书是对"互联网+"立体化教材建设的探索成果.内容在"'十二五'普通高等教育本科国家级规划教材《大学物理学》"的基础上进行改编,并配以手机APP和网络教学平台等新的辅助教学手段,建设了丰富的学习资源,便于各高校师生的教与学.

本书的内容包括纸质图书、手机APP学习资源和网络教学平台.其中,纸质图书的内容有质点运动学、质点动力学(部分流体力学)、刚体力学基础、机械振动与机械波、气体动理论、热力学基础、静电场、稳恒磁场、变化的电磁场、波动光学、狭义相对论和量子物理基础等12章;手机APP学习资源有AR资源、微课视频、习题参考答案、本章提要、拓展阅读、科学家介绍等资源.

本书可作为高等理工科院校、农林院校等各专业的物理教材,也可作为综合大学和师范院校非物理专业的教材或参考书.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理简明教程 / 赵近芳,王登龙主编. -- 3版(修订本). -- 北京:北京邮电大学出版社,2017.12(2018.9重印)

ISBN 978-7-5635-5307-5

Ⅰ.①大… Ⅱ.①赵… ②王… Ⅲ.①物理学—高等学校—教材 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第291187号

书　　名	大学物理简明教程(第3版·修订版)
主　　编	赵近芳　王登龙
责任编辑	唐咸荣
出版发行	北京邮电大学出版社
社　　址	北京市海淀区西土城路10号(100876)
电话传真	010-82333010　62282185(发行部)　010-82333009　62283578(传真)
网　　址	www.buptpress3.com
电子信箱	ctrd@buptpress.com
经　　销	各地新华书店
印　　刷	北京泽宇印刷有限公司
开　　本	787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张	20
字　　数	487千字
版　　次	2017年12月第3版　2018年9月第3次印刷

ISBN 978-7-5635-5307-5　　定价:54.00元

第 3 版·修订版前言

承蒙兄弟院校的厚爱,"互联网+"立体化教材《大学物理简明教程(第 3 版)》得到了全国上百所高等院校的使用,这是广大师生对这套教材的充分肯定,让我们倍感欣慰. 为了更好地建设好这套教材,帮助师生们在教学过程中提高效率和兴趣、增加教学手段和扩充知识,我们在第 3 版教材的互联网立体化建设基础上,做了进一步的尝试,除了原先的 AR 扫描技术,又加入了二维码扫码技术,让更多的电子资源与教材进行充分的衔接,这极大地丰富了教材内容,更有效地帮助了学生从互联网上获取更多的相关知识.

近年来,高中物理知识和数学知识有所变动. 例如,高等数学中的导数和积分已经挪到高中学习,物理知识则在难度上有所降低,我们参考了近年来部分省(市)的高中物理教材,仔细研究了大学物理跟高中物理最佳的结合体系和内容. 在第 3 版修订版中,我们尽量保持了原有第 3 版的体系结构和内容,其主要区别则在于以下几个方面.

1. 在例题方面做了适当的调整,替换了部分运算复杂、综合性较强的例题,选用了一些重在物理思想和方法应用的题.

2. 在习题方面也做了改进,剔除了一些难度较大、答案存在歧义的少量习题.

3. 在第 2 章增加了 2.5 节"理想流体的伯努利方程",以满足部分院校的教学需求,其他使用院校可选学.

4. 对全书的互联网立体化建设进行了改进,内容进行了增加. 依托广益教育"九斗"APP,全方位为老师和学生提供教与学上的服务,我们提供了 AR 交互动画、微视频、拓展阅读、科学家简介等资源. 为了提高学生的学习主动性,我们还把部分附录、本章提要和习题参考答案都搬上了互联网,通过这些大胆创新,可以帮助学生提高从互联网获取知识的能力.

5. 教材与课程建设紧密结合,配备了一套独具特色的教学资源. 主要包括多媒体课件、电子教案和教学大纲、网络课件、组卷题库系统等.

不同院校不同专业的物理教学计划时数可能存在差异,在使用本教材时可根据具体情况对内容进行重组或取舍,教学时数可掌握在 32～96 学时范围内.

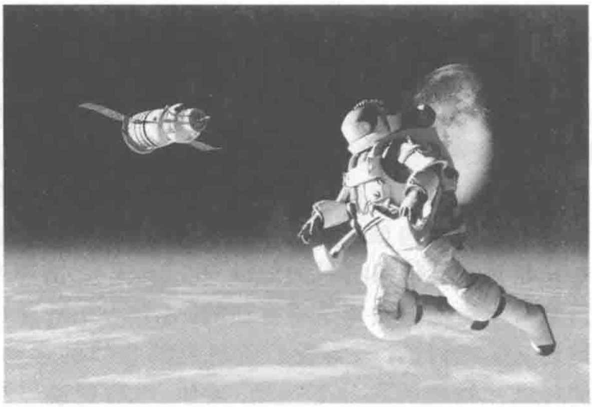
大学物理课程是理工科大学生的一门重要基础课，对于非物理专业的读者来说，在以后工作中可能不会直接运用物理学的定律和公式去解决实际问题，但是我们相信读者在今后的工作和生活当中，都将会从所学到的物理学知识及物理学研究方法中得到益处、受到启迪，甚至激发出灵感. 考虑到学时较少的特点，本教材叙述尽量简明扼要，难度适中. 其中打 * 号的内容，视专业需要和学时情况可由任课老师自行取舍.

全书包括质点运动学、质点动力学、刚体力学基础、机械振动与机械波、气体动理论、热力学基础、静电场、稳恒磁场、变化的电磁场、波动光学、狭义相对论和量子物理基础等 12 章. 每章的习题部分均含有选择题、填空题和解答题等三种题型，题量和难易程度适中.

本书由张志纯编写质点运动学、质点动力学、刚体力学基础；杨友田编写气体动理论、热力学基础和量子物理基础；胡柯编写静电场、稳恒磁场、变化的电磁场；王登龙编写机械振动与机械波、波动光学和狭义相对论；最后由赵近芳教授和王登龙教授负责全书的修改和定稿工作. 张承琚教授对本书进行了审稿，提出了许多宝贵意见. 参与讨论和编写的老师还有王海霞、谢冰、查国君、邵理堂、刘学东、范军怀、马双武、苏文章、唐咸荣、刘国辉、马飞、肖玉坤. 在教材编写过程中，不少学校的老师们也提出了很好的建议和要求，尤其是得到了北京航空航天大学、北京邮电大学、厦门大学、华南理工大学、武汉理工大学、中北大学、江汉大学、中南大学、湘潭大学、南华大学、云南大学、长沙理工大学、中南林业科技大学等学校老师的帮助和指导. 北京邮电大学出版社有关人员在本书的编辑出版过程中付出了大量的劳动，在此一并致谢.

编写全新的“互联网＋”立体化教材是一种探索，由于编者水平有限，如教材中有不妥和疏漏之处，恳请读者批评指正，以便再版时改进.

contents 目 录



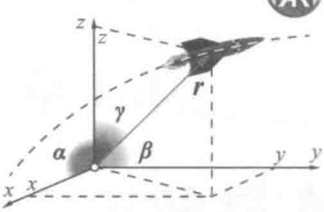
第1章

质点运动学

质点运动学的任务是研究和描述作机械运动的物体在空间的位置随时间变化的关系，并不追究运动发生的原因. 本章在引入参考系、坐标系、质点等概念的基础上，定义描述质点运动的物理量，如位置矢量、位移、速度和加速度等，进而讨论这些量随时间的变化以及相互关系，然后讨论曲线运动中的切向加速度和法向加速度，最后介绍相对运动.

本章提要

§1.1 参考系 坐标系 物理模型



质点运动的描述

一、运动的绝对性和相对性

众所周知，运动是物质的存在形式，运动是物质的固有属性，任何物体在任何时刻都在不停地运动着. 从这种意义上讲，运动是绝对的. 例如，地球就在自转的同时绕太阳公转，太阳又相对于银河系中心以大约 250 $\mathrm{km \cdot s^{-1}}$ 的速率运动，而我们所处的银河系又相对于其他银河系大约以 600 $\mathrm{km \cdot s^{-1}}$ 的速率运动着. 总之，绝对不运动的物体是不存在的.

然而运动又是相对的. 因为我们所研究的物体的运动，都是在一定的环境和特定的条件下运动. 例如，当我们说一列火车开动了，这显然是指火车相对于地球（即车站）而言的，因此离开特定的环境、特定的条件谈论运动没有任何意义. 正如恩格斯所说：“单个物体的运动是不存在的——只有在相对的意义下才可以谈运动.”

为了描述物体的运动必须作三点准备，即选择参考系、建立坐标系、提出物理模型.

二、参考系

运动是绝对的，但运动的描述却是相对的；因此，在确定研究对象的位置时，必须先选定一个标准物体（或相对静止的几个物体）作为基准，那么这个被选作标准的物体或物体群，就称为**参考系**.

同一物体的运动，如果我们所选的参考系不同，对其运动的描述就会不同. 例如，在匀速直线运动的车厢中自由下落的物体，相对于车厢是作直线运动；相对于地面，却是作抛物线运动；相对于太阳或其他天体，其运动的描述则更为复杂. 这一事实，充分说明了运动的描述是相对的.

从运动学的角度讲，参考系的选择是任意的，通常以对问题的研究最方便、最简单为原则. 研究地球上物体的运动，在大多数情况下，以地球为参考系最为方便（以后如不作特别说明，研究地面上物体的运动，都是以地球为参考系）. 但是，当我们在地球上发射人造“宇宙小天体”时，则应以太阳为参考系.

三、坐标系

要想定量地描述物体的运动，就必须在参考系上建立适当

的坐标系.在力学中常用的有直角坐标系.根据需要,我们也可选用极坐标系、自然坐标系、球面坐标系或柱面坐标系等.下面简要介绍直角坐标系和自然坐标系.

1. 直角坐标系

直角坐标系也称笛卡儿坐标系,它由三条共点且互相垂直的射线组成(见图 1-1);三条射线的交点 O 称为坐标系的原点,每一条射线分别称为坐标系的 x、y、z **坐标轴**;三个坐标轴的方向分别由三个单位常矢量 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 表示.如果物体局限于在一个平面内运动,通常用二维直角坐标系(只有两个独立坐标或独立参量)来定量描述其运动情况.

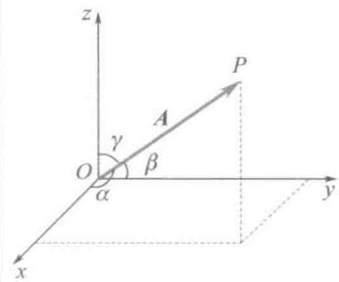


图 1-1　直角坐标系

在直角坐标系中,任意矢量 $\boldsymbol{A}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{A} = A_x\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j} + A_z\boldsymbol{k}. \qquad (1-1)$$

矢量的大小或模表示为

$$|\boldsymbol{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}. \qquad (1-2)$$

矢量的方向也可以由它与三个坐标轴之间的夹角(α,β,γ)来表示,因此,这三个夹角的余弦也称矢量的方向余弦.在直角坐标系中,方向余弦满足关系

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1. \qquad (1-3)$$

同时,在直角坐标系中,坐标轴的单位矢量是常矢量,因此满足

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}}{\mathrm{d}t} = 0,\quad \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{j}}{\mathrm{d}t} = 0,\quad \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{k}}{\mathrm{d}t} = 0. \qquad (1-4)$$

2. 自然坐标系

如图 1-2 所示,当质点运动轨迹为已知时,在运动轨迹上任取一点 O 为坐标原点,用质点距离原点的轨道长度 s 来确定质点任意时刻的位置,以轨迹切向和法向的单位矢量($\boldsymbol{\tau}_0$、$\boldsymbol{n}_0$)作为其独立的坐标方向,这样的坐标系,称为**自然坐标系**. s 称为**自然坐标**.以后将会看到,用自然坐标来描述一般曲线运动,是很方便的.

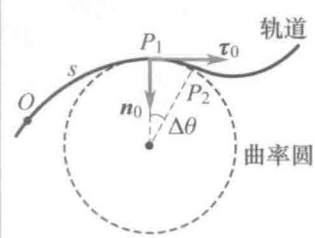


图 1-2　自然坐标系

总的说来,当参考系选定后,无论选择何种坐标系,物体的运动性质都不会改变.然而,坐标系选择得当,可使计算简化.

四、物理模型

任何一个真实的物理过程都是极其复杂的.为了寻找某过程中最本质、最基本的规律,我们总是根据所提问题(或所要回答的问题),对真实过程进行理想化的简化,然后经过抽象提出一个可供数学描述的物理模型.

物理中的模型化

现在我们所提的问题是确定物体在空间的位置.若物体的尺度比它运动的空间范围小很多,例如绕太阳公转的地球和调度室中铁路运行图上的列车等;或当物体作平动时,物体上各

部分的运动情况(轨迹、速度、加速度)完全相同,这时我们可以忽略物体的形状、大小而把它看成一个具有一定质量的几何点,并称之为质点.

若物体的运动在上述两种情形之外,我们还可推出**质点系**的概念.即把这个物体看成是由许许多多满足第一种情况的质点所组成的系统.当我们把组成这个物体的各个质点的运动情况弄清楚了,整个物体的运动情况也就弄清楚了.

综上所述:**选择合适的参考系,以方便确定物体的运动性质;建立恰当的坐标系,以定量地描述物体的运动;提出较准确的物理模型,以确定所提问题最基本的运动规律.**

*五、国际单位制和量纲

各国使用的单位制种类繁多.就力学而言,常用的就有国家单位制,厘米、克、秒制和工程单位制……这给国际科学技术交流带来很大不便.为此在第十四届国际计量会议上选择了7个物理量为**基本量**,规定其相应单位为**基本单位**,在此基础上建立了国际单位制(SI).我国国务院在1984年把国际单位制的单位定为法定计量单位.

国际单位制的7个基本量为长度、质量、时间、电流、温度、物质的量和发光强度.

有了基本单位,通过物理量的定义或物理定律就可导出其他物理量的单位.从基本量导出的量称为**导出量**,相应的单位称为**导出单位**.例如速度的国际单位是 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$,力的国际单位是 $\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-2}}$(简称为牛,符号是N).因为导出量是由基本量导出的,所以导出量可用基本量的某种组合(乘、除、幂等)表示.这种由基本量的组合来表示物理量的式子称为该物理量的**量纲式**,如果用L,M和T分别表示长度、质量和时间,则力学中其他物理量的量纲式可表示为

$$[Q]=\mathrm{L}^p\mathrm{M}^q\mathrm{T}^r.$$

例如,在国际单位制中力的量纲式为

$$[F]=\mathrm{LMT^{-2}}.$$

量纲式和量纲在物理学中很有用处.只有量纲式相同的量才能相加、相减或用等式相连,这一法则称为**量纲法则**.所以我们可以用量纲法则进行单位换算,检验新建方程或检验公式的正确性和完整性;还可为探索复杂的物理规律提供线索.量纲分析法在科学研究中具有重要作用.

在物理学中,除采用国际单位制以外,基于不同需要,还常用其他一些非法定计量单位.如长度在原子线度和光波中常用"埃"(Å)作单位:

$$1\ \text{Å}=10^{-10}\ \mathrm{m}.$$

在国家标准GB 3102中明确指出"推荐使用纳米(nm)".对于原子核线度,常用"飞米"(fm)作单位.

$$1\ \mathrm{nm}=10^{-9}\ \mathrm{m},\quad 1\ \mathrm{fm}=10^{-15}\ \mathrm{m}.$$

在天体物理中,常用"天文单位"和"光年"作长度单位.1天文单位定义为地球和太阳的平均距离,光年是光在1年时间内通过的距离,即

$$1\ \text{天文单位}=1.496\times10^{11}\ \mathrm{m},$$

$$1\ \text{光年}=9.46\times10^{15}\ \mathrm{m}.$$

§1.2 位矢　位移　速度　加速度

一、位置矢量

为了表示运动质点的位置，首先应该选取参考系，然后在参考系上选定坐标系的原点和坐标轴. 图1-3 中点 P 在直角坐标系中的位置可由 P 所在点的三个坐标 x, y, z 来确定，或者用从原点 O 到 P 点的有向线段$\overrightarrow{OP}=\boldsymbol{r}$ 来表示，矢量 $\boldsymbol{r}$ 叫作**位置矢量**(简称**位矢**，又称**矢径**). 相应地，坐标 x, y, z 也就是位矢 $\boldsymbol{r}$ 在坐标轴上的三个分量.

在直角坐标系中，位矢 $\boldsymbol{r}$ 可以表示成

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}, \tag{1-5}$$

式中 $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ 分别表示沿 x, y, z 轴正方向的单位矢量. 位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$|\boldsymbol{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \tag{1-6}$$

位矢的方向余弦是

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r}.$$

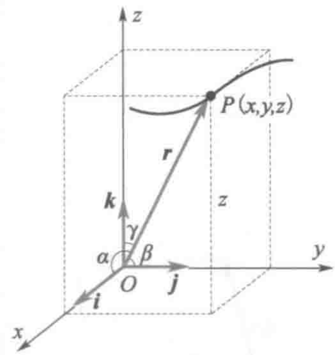


图 1-3　直角坐标系下的位矢

质点的机械运动是质点的空间位置随时间变化的过程. 这时质点的坐标 x, y, z 和位矢 $\boldsymbol{r}$ 都是时间 t 的函数. 表示运动过程的函数式称为**运动方程**，可以写成

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \tag{1-7a}$$

或

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t). \tag{1-7b}$$

知道了运动方程，就能确定任一时刻质点的位置，从而确定质点的运动. 力学的主要任务之一，正是根据各种问题的具体条件，求解质点的运动方程.

质点在空间的运动路径称为**轨道**(又名**轨迹**). 质点的运动轨道为直线时，称为直线运动. 质点的运动轨道为曲线时，称为曲线运动. 从(1-7a)式中消去 t 即可得到**轨道方程**，又称**轨迹方程**. (1-7a)式就是轨道的参数方程.

轨道方程和运动方程最明显的区别，就在于轨道方程不是时间 t 的显函数.

例 1-1　已知某质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}$，其中 $x(t)=3\sin\frac{\pi}{6}t$，$y(t)=3\cos\frac{\pi}{6}t$，式中 t 以 s 计，x, y 以 m 计，求质点的轨道方程.

解 从 x,y 两式中消去 t 后，得轨道方程

$$x^2+y^2=9.$$

这表明质点是在 $z=0$ 的平面内，作以原点为圆心，半径为 3 m 的圆周运动.

二、位移

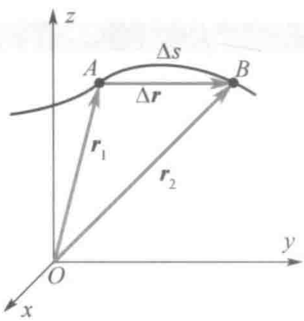


图 1-4 位移

如图 1-4 所示，设质点沿曲线轨道 $\overset{\frown}{AB}$ 运动，在 t 时刻质点在 A 处，在 $t+\Delta t$ 时刻质点运动到 B 处. A，B 两点的位矢分别由 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$ 表示，质点在 Δt 时间间隔内位矢的增量

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1, \tag{1-8}$$

我们称之为**位移**，它是描述物体位置变动大小和方向的物理量，在图 1-4 中就是由起始位置 A 指向终止位置 B 的一个矢量. 位移是矢量，它的运算遵守矢量加法的平行四边形法则（或三角形法则）.

如图 1-5 所示，位移的模只能记作 $|\Delta\boldsymbol{r}|$，不能记作 Δr. Δr 通常表示两个位矢的模的增量，即 $\Delta r=|\boldsymbol{r}_2|-|\boldsymbol{r}_1|$，而 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 则是位矢增量的模（即位移的模），而且在通常情况下 $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r$.

必须注意，位移表示物体位置的改变，并非质点所经历的路程. 例如，在图 1-4 中，位移是有向线段 $\overrightarrow{AB}$，它的量值 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 为割线 AB 的长度. 路程是标量，即曲线 $\overset{\frown}{AB}$ 的长度，通常记作 Δs. 一般说来，$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$. 显然，只有在 Δt 趋近于零时，才有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$. 应当指出，即使在 $\Delta t\to 0$ 时，也没有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}r$ 这个等式成立.

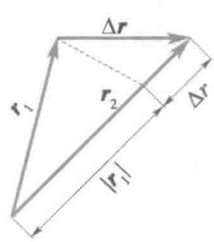


图 1-5 位移的大小

在直角坐标系中，位移的表达式为

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}&=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}\\&=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k},\end{aligned} \tag{1-9}$$

位移的模为

$$|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}. \tag{1-10}$$

位移和路程的单位均是长度的单位，国际单位制中为 m.

位移和路程的计算及理解

三、速度

研究质点的运动，不仅要知道质点的位移，还必须知道在多长一段时间内通过这段位移，亦即要知道质点运动的快慢程度.

如图 1-4 所示，在时刻 t 到 $t+\Delta t$ 这段时间内，质点的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$. 那么 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与 Δt 的比值，称为质点在 t 时刻附近 Δt 时间内的**平均速度**

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}. \tag{1-11}$$

这就是说，平均速度的方向与位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向相同，平均速度的大小与在相应的时间 Δt 内单位时间的位移大小相同.

显然，用平均速度描述物体的运动是比较粗糙的. 因为在 Δt 时间内，质点各个时刻的运动情况不一定相同，质点的运动可以时快时慢，方向也可以不断改变，平均速度不能反映质点运动的真实细节. 如果我们要精确地知道质点在某一时刻或某一位置的实际运动情况，应使 Δt 尽量减小，即 $\Delta t \to 0$，用平均速度的极限值——**瞬时速度**(简称**速度**)来描述.

质点在某时刻或某位置的瞬时速度，等于该时刻附近 Δt 趋近于零时平均速度的极限值，数学表示式为

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}. \tag{1-12}$$

可见**速度等于位矢对时间的一阶导数**.

速度的方向就是 Δt 趋近于零时，平均速度$\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$或位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的极限方向，即沿质点所在处轨道的切线方向，并指向质点前进的一方.

速度是矢量，具有大小和方向. 描述质点运动时，我们也常采用一个叫作**速率**的物理量. 速率是标量，等于质点在单位时间内所行经的路程，而不考虑质点运动的方向. 如图 1-4 所示，在 Δt 时间内质点所行经的路程为曲线$\overset{\frown}{AB}$，设曲线$\overset{\frown}{AB}$的长度为 Δs，那么 Δs 与 Δt 的比值就称为 t 时刻附近 Δt 时间内的平均速率，即

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \tag{1-13}$$

平均速率与平均速度不能等同看待. 例如，在某一段时间内，质点环行了一个闭合路径，显然质点的位移等于零，平均速度也为零，而质点的平均速率则不等于零.

虽然如此，但在 $\Delta t \to 0$ 的极限条件下，曲线$\overset{\frown}{AB}$的长度 Δs 与直线 AB 的长度 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 相等，即在 $\Delta t \to 0$ 时，$\mathrm{d}s = |\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$，所以瞬时速率

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t} = |\boldsymbol{v}|, \tag{1-14}$$

即瞬时速率就是瞬时速度的模.

在直角坐标系中，由(1-5)式可知，速度可表示成

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}, \tag{1-15}$$

式中 $v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$，$v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ 叫作速度在 x，y，z 轴的分量. 这时速度的模可以表示成

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}. \tag{1-16}$$

速度和速率在量值上都是长度与时间之比，国际单位制中为 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

四、加速度

在力学中，位矢 $\boldsymbol{r}$ 和速度 $\boldsymbol{v}$ 都是描述物体机械运动的状态参量. 即 $\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 已知，质点的力学运动状态就确定了. 我们即将引入的加速度概念则是用来描述速度矢量随时间变化快慢的物理量.

在变速运动中，物体的速度是随时间变化的. 这个变化可以是速度大小的变化，也可以是速度方向的变化，一般情况下速度的方向和大小都在变化. 加速度就是描述质点的速度（大小和方向）随时间变化快慢的物理量. 如图 1－6 所示，$\boldsymbol{v}_A$ 表示质点在时刻 t、位置 A 处的速度，$\boldsymbol{v}_B$ 表示质点在时刻 $t+\Delta t$、位置 B 处的速度. 从速度矢量图可以看出，在时间 Δt 内质点速度的增量为

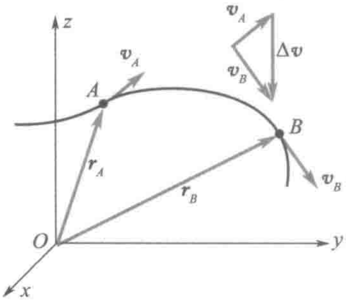


图 1－6　速度的增量

$$\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A.$$

与平均速度的定义相类似，比值 $\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$ 称为 t 时刻附近 Δt 时间内的**平均加速度**，即

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A}{\Delta t}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}. \tag{1-17}$$

平均加速度只是反映在时间 Δt 内速度的平均变化率. 为了准确地描述质点在某一时刻 t（或某一位置处）的速度变化率，须引入瞬时加速度.

质点在某时刻或某位置处的**瞬时加速度**（简称**加速度**）等于该时刻附近 Δt 趋近于零时平均加速度的极限值，其数学式为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}. \tag{1-18}$$

可见，**加速度是速度对时间的一阶导数，或位矢对时间的二阶导数.**

在直角坐标系中，加速度的表示式为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}&=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}\\&=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k},\end{aligned} \tag{1-19}$$

式中 $a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$，$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}$，$a_z=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$，称为加速度

在 x,y,z 轴的分量. 加速度的模为

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}. \qquad (1-20)$$

加速度的方向是当 $\Delta t\to 0$ 时，平均加速度 $\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$ 或速度增量的极限方向.

在国际单位制中，加速度的单位为 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

例 1-2　一质点在 xOy 平面上运动，运动方程为 $x=3t+5$，$y=\frac{1}{2}t^2+3t-4$. 式中 t 以 s 计，x，y 以 m 计.（1）以时间 t 为变量，写出质点位置矢量的表示式；（2）求出 $t=1$ s 时刻和 $t=2$ s 时刻的位置矢量，计算这 1 s 内质点的位移；（3）计算 $t=0$ s 时刻到 $t=4$ s 时刻内的平均速度；（4）求出质点速度矢量表示式，计算 $t=4$ s 时质点的速度；（5）计算 $t=0$ s 到 $t=4$ s 内质点的平均加速度；（6）求出质点加速度矢量的表示式，计算 $t=4$ s 时质点的加速度（请把位置矢量、位移、平均速度、瞬时速度、平均加速度、瞬时加速度都表示成直角坐标系中的矢量式）.

解　（1）　$\boldsymbol{r}=(3t+5)\boldsymbol{i}+\left(\frac{1}{2}t^2+3t-4\right)\boldsymbol{j}$ m.

（2）将 $t=1$，$t=2$ 分别代入上式即有

$$\boldsymbol{r}_1=8\boldsymbol{i}-0.5\boldsymbol{j}\ \mathrm{m},$$

$$\boldsymbol{r}_2=11\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}\ \mathrm{m}.$$

这 1 s 内质点的位移为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=3\boldsymbol{i}+4.5\boldsymbol{j}\ \mathrm{m}.$$

（3）因 $t=0$，$t=4$ 的位置矢量分别为

$$\boldsymbol{r}_0=5\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{r}_4=17\boldsymbol{i}+16\boldsymbol{j},$$

所以平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{r}_4-\boldsymbol{r}_0}{4-0}=\frac{12\boldsymbol{i}+20\boldsymbol{j}}{4}=3\boldsymbol{i}+5\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

（4）根据速度定义式有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=3\boldsymbol{i}+(t+3)\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}},$$

则 $t=4$ s 时的速度为

$$\boldsymbol{v}_4=3\boldsymbol{i}+7\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

（5）因 $t=0$，$t=4$ 的速度分别为

$$\boldsymbol{v}_0=3\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{v}_4=3\boldsymbol{i}+7\boldsymbol{j},$$

所以平均加速度为

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{v}_4-\boldsymbol{v}_0}{4}=\frac{4\boldsymbol{j}}{4}=1\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}.$$

（6）根据加速度定义式有

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=1\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}},$$

由此可见，该质点的加速度沿 y 方向，且为恒量.

§ 1.3 曲线运动的描述

一、一般的平面曲线运动　切向加速度　法向加速度

质点作曲线运动时，$\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向和 $\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$ 的极限方向一般不同于速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向，而且在曲线运动中，加速度的方向总是指向曲线凹进的一边；如果速率是减小的（$|\boldsymbol{v}_B|<|\boldsymbol{v}_A|$），则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的方向夹角为钝角；如果速率是增大的（$|\boldsymbol{v}_B|>|\boldsymbol{v}_A|$），则 $\boldsymbol{a}$ 与

$\boldsymbol{v}$ 的方向夹角为锐角；如果速率不变（$|\boldsymbol{v}_B|=|\boldsymbol{v}_A|$），则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的方向夹角为直角，如图 1-7 所示.

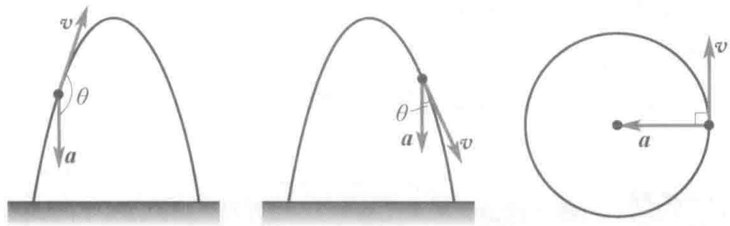


图 1-7　曲线运动中的加速度

切向加速度

为运算方便起见，常采用平面自然坐标系予以讨论. 即将加速度沿着质点所处轨道的切线方向和法线方向进行分解，这样得到的加速度分量分别叫作**切向加速度**和**法向加速度**.

设质点的运动轨道如图 1-8(a)所示，t 时刻质点在 P_1 点，速度为 $\boldsymbol{v}_1$；$t+\Delta t$ 时刻质点运动到 P_2 点，速度为 $\boldsymbol{v}_2$，P_1，P_2 两点邻切角为 $\Delta\theta$，在 Δt 时间内，速度增量为 $\Delta\boldsymbol{v}$. 图 1-8(b)表示 $\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{v}_2$，$\Delta\boldsymbol{v}$ 三者之间的关系，图中 $\Delta\boldsymbol{v}$ 就是矢量 $\overrightarrow{BC}$. 如果在 $\overrightarrow{AC}$ 上截取 $|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{AB}|=|\boldsymbol{v}_1|$，则剩下的部分

$$|\overrightarrow{DC}|=|\overrightarrow{AC}|-|\overrightarrow{AB}|=|\boldsymbol{v}_2|-|\boldsymbol{v}_1|=|\Delta\boldsymbol{v}_\tau|=\Delta v,$$

即

$$|\Delta\boldsymbol{v}_\tau|=\Delta v,$$

反映了速度模的增量. 连接 BD，并记作 $\Delta\boldsymbol{v}_n$，其反映了速度方向的增量. 于是速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 所包含的速度大小的增量和速度方向的增量这两个方面的含义，通过 $\Delta\boldsymbol{v}_\tau$ 和 $\Delta\boldsymbol{v}_n$ 得到了定量的描述，即 $\Delta\boldsymbol{v}=\Delta\boldsymbol{v}_\tau+\Delta\boldsymbol{v}_n$.

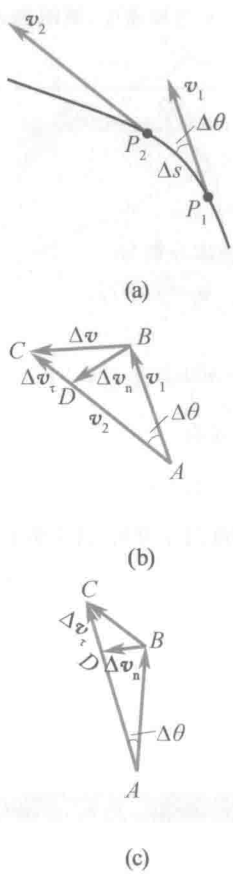


图 1-8　切向加速度与法向加速度

由图 1-8(c)可看出，当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\theta\to 0$，则 $\angle ABD\to\dfrac{\pi}{2}$，即在极限条件下，$\Delta\boldsymbol{v}_n$ 的方向垂直于过 P_1 点的切线，亦即沿曲线在 P_1 点的法线方向；同时，在 $\Delta\theta\to 0$ 的极限条件下 $\Delta\boldsymbol{v}_\tau$ 就是 $\boldsymbol{v}_1$ 的方向，亦即沿曲线在 P_1 点的切向方向.

由图 1-8(c)还可看出，$\Delta\theta\to 0$ 时，$|\Delta\boldsymbol{v}_n|=v\Delta\theta$. 如果以 $\boldsymbol{n}_0$ 表示 P_1 点内法线方向的单位矢量，以 $\boldsymbol{\tau}_0$ 表示 P_1 点切线方向（且指向质点前进方向）的单位矢量，则有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}&=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_\tau}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_n}{\Delta t}\\&=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}_0+v\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{n}_0,\end{aligned}\qquad(1-21)$$