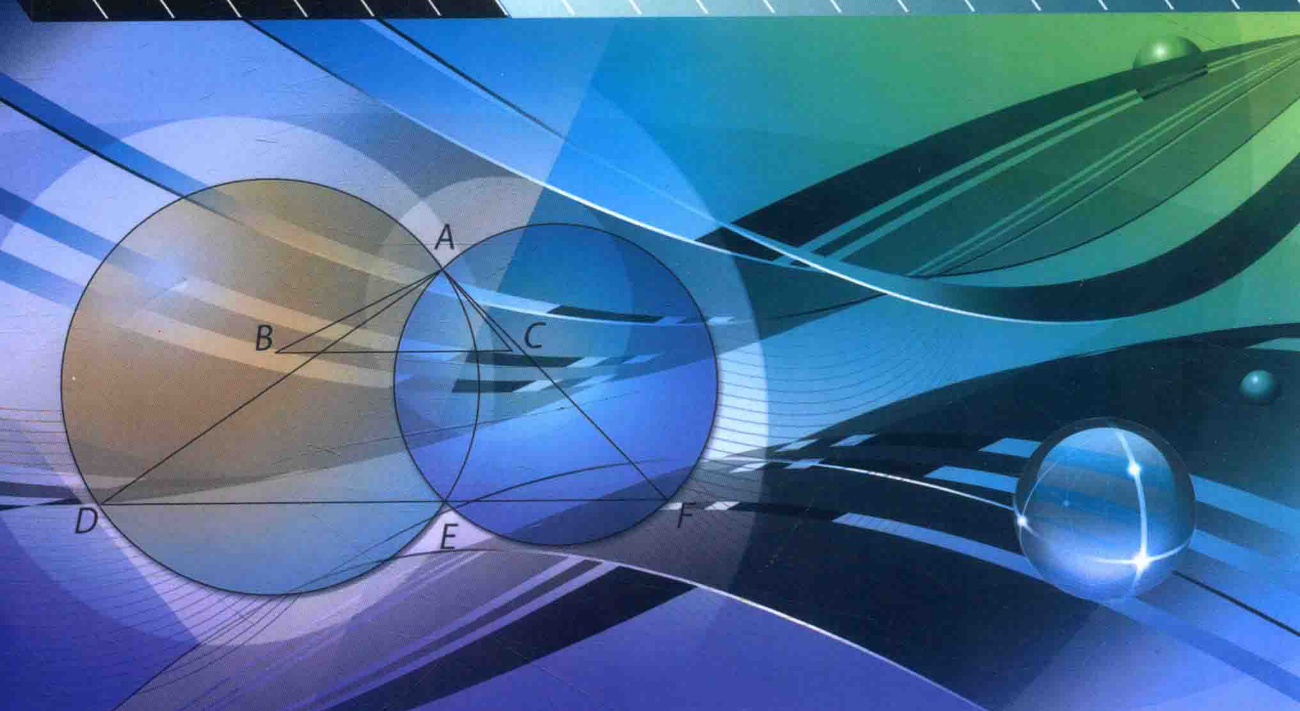
“新工科建设”教学探索成果 · “十三五”规划教材

线性代数
同步练习与提高

• 主　编　涂黎晖　王聚丰　李莎莎

• 副主编　余琛妍　孙海娜　翁云杰　　• 主　审　苏德矿



中国工信出版集团　電子工業出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

http://www.phei.com.cn

“新工科建设”教学探索成果·“十三五”规划教材

线性代数同步练习与提高

涂黎晖　王聚丰　李莎莎　主　编
余琛妍　孙海娜　翁云杰　副主编
苏德矿　主　审

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是与科学出版社出版的《线性代数简明教程（第二版）》（陈维新 编著）相配套的学习辅导用书，主要面向使用该教材的学生，也可供使用该教材的教师作为参考。本书分三大部分：第一部分为线性代数同步练习，根据《线性代数简明教程（第二版）》的章节顺序和教学进度，选出适量的习题供学生练习；第二部分为提高篇，包括按章节内容的提高题和综合提高题；第三部分为综合练习，可以为同学们复习迎考提供借鉴，同时也可为教师命题提供参考。

图书在版编目（CIP）数据

线性代数同步练习与提高 / 涂黎晖，王聚丰，李莎莎主编. —北京：电子工业出版社，2018.2

ISBN 978-7-121-31968-6

Ⅰ. ①线… Ⅱ. ①涂… ②王… ③李… Ⅲ. ①线性代数—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. ①O151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 139726 号

策划编辑：章海涛
责任编辑：裴 杰
印　　刷：三河市鑫金马印装有限公司
装　　订：三河市鑫金马印装有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编　100036
开　　本：787×1 092　1/16　印张：20.5　字数：268.8 千字
版　　次：2018 年 2 月第 1 版
印　　次：2018 年 2 月第 1 次印刷
定　　价：30.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：192910558（QQ 群）。

前　言

线性代数课程是高等学校工科类、经管类以及农林类等专业的一门重要数学基础课。通过该课程的学习后，能否用数学的思维、方法去思考、推理，以及定量分析一些自然现象和经济现象，是衡量大学生文化素质的重要标志，数学素养在培养高素质人才中有着不可替代的重要作用，本书编写的目的之一就是为了能更好地帮助读者得到这方面训练。

本书是与科学出版社出版的《线性代数简明教程（第二版）》（陈维新 编著）相配套的学习辅导用书，主要面向使用该教材的学生，也可供使用该教材的教师作为参考。本书分三大部分：第一部分为线性代数同步练习，根据《线性代数简明教程（第二版）》的章节顺序和教学进度，选出适量的习题并留有解题空间可作为作业供学生练习，同时也为老师批阅和学生复习提供了方便；第二部分为提高篇，包括按章节内容的提高题和综合提高题。在原有的习题难度基础上，结合教材内容和考研大纲筛选出具有一定综合性的习题，并给出了详细的解题思路和解答过程，有的还提供了多种解法，该部分可作为学有余力的学生提高数学解题能力的参考用书；第三部分为综合练习，其实也是线性代数课程的考试样卷，可以为同学们复习迎考提供借鉴，同时也可为教师命题提供参考。

本书的编写自始至终得到浙江大学宁波理工学院领导的支持和关怀，数学所的许多老师对各章节习题进行了筛选、演算和校正，并提出了很多宝贵的意见，编者在此一并向他们表示衷心的感谢。

科学出版社出版的《线性代数简明教程（第二版）》（陈维新 编著）在浙江大学宁波理工学院和其他一些院校使用已经十多年，编写与该教材配套的同步练习和提高是我们多年的心愿，现将长期教学实践积累的点滴写出来，为读者对线性代数课程的学习带来更多的方便。由于我们对编写此类书缺乏经验，加之编者水平有限，书中难免会存在不足和疏漏之处，恳请同行和读者批评指正。

编者

浙江大学宁波理工学院

目　　录

第一部分　线性代数同步练习

第一部分

线性代数同步练习

第 1 章 行列式同步练习

1.1 数域与排列

1．对一组整数进行四则运算，所得结果是什么数？

2．写出 4 个数码 1，2，3，4 的所有 4 阶排列.

3．分别计算下列四个 4 阶排列的逆序数，然后指出奇排列是（　　）

A．4312；　　B．4132；　　C．1342；　　D．2314

4．计算以下各排列的逆序数，并指出它们的奇偶性.

（1）314265；　　（2）314265789；　　（3）542391786；

（4）987654321；　　（5）246813579；　　（6）$n(n-1)\cdots 21$.

5．在由1，2，3，4，5，6，7，8，9组成的下述9阶排列中，选择i与j使得：

（1）$2147i95j8$为偶排列；（2）$1i25j4896$为奇排列；

（3）$412i5769j$偶排列；（3）$i3142j786$奇排列.

均要求说明理由.

6．写出全体形如$5**2*$及$2*5*3$的5阶排列。总结一下，有k个位置数码给定的$n(n>k)$阶排列有多少个？

1.2 行列式的定义

1．按行列式定义，计算下列行列式（要求写出过程）：

（1）$\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix}$；

（2）$\begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix}$；

（3）$\begin{vmatrix} \tan\theta & \sin\theta \\ 1 & \cos\theta \end{vmatrix}$；

（4）$\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & 0 & c \\ 0 & d & 0 \end{vmatrix}$；

（5）$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$；

（6）$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & d & e \end{vmatrix}$.

2. 在 6 阶行列式$\left|a_{ij}\right|$中，下列项应该取什么符号？为什么？

（1）$a_{23}a_{31}a_{42}a_{56}a_{14}a_{65}$；

（2）$a_{32}a_{43}a_{54}a_{11}a_{66}a_{25}$；

（3）$a_{21}a_{53}a_{16}a_{42}a_{65}a_{34}$；

（4）$a_{51}a_{13}a_{32}a_{44}a_{26}a_{65}$.

3．当$i=$___，$k=$___时$a_{1i}a_{32}a_{4k}a_{25}a_{53}$成为5阶行列式$\left|a_{ij}\right|$中一个取负号的项，为什么？

4．若$(-1)^{\tau(4k1i5)+\tau(12345)}a_{41}a_{k2}a_{13}a_{i4}a_{55}$是5阶行列式$\left|a_{ij}\right|$中的一项，则当$i=$___，$k=$___时该项的符号为正，当$i=$___，$k=$___时该项的符号为负，为什么？

5．写出4阶行列式$\left|a_{ij}\right|$中包含因子$a_{42}a_{23}$的项，并指出正负号.

6．写出4阶行列式$\left|a_{ij}\right|$中所有取负号且包含因子a_{23}的项.

7. 按行列式定义，计算下列行列式（(4) 中 $n>1$，并均要求写出计算过程)：

（1）$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ a & -2 & 0 \\ 0 & b & -3 \end{vmatrix}$；

（2）$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$；

（3）$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ d_1 & d_2 & 0 & 0 & 0 \\ e_1 & e_2 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$；

（4）$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,n-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \cdots & 0 & 0 \\ a_{n1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$.

8．问 $\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & a_{44} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33}a_{44} - a_{14}a_{23}a_{32}a_{41}$

为什么错？正确答案是什么？

9．若 n 阶行列式 $D=\left|a_{ij}\right|$ 中元素 a_{ij} $(i,j=1,2,\cdots,n)$ 均为整数，则 D 必为整数，这结论对不对？为什么？

10．计算 $n(n>1)$ 阶行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$.

1.3 行列式的性质

1．设 $\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=a\neq 0$，据此计算下列行列式（要求写出计算过程）：

（1）$\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{31} \end{vmatrix}$；

（2）$\begin{vmatrix} 2a_{11} & 3a_{13}-5a_{12} & a_{12} \\ 2a_{21} & 3a_{23}-5a_{22} & a_{22} \\ 2a_{31} & 3a_{33}-5a_{32} & a_{32} \end{vmatrix}$.

2．用行列式性质计算下列行列式（要求写出计算过程）：

（1）$\begin{vmatrix} 1998 & 1999 & 2000 \\ 2001 & 2002 & 2003 \\ 2004 & 2005 & 2006 \end{vmatrix}$；

（2）$\begin{vmatrix} a & b+c & 1 \\ b & c+a & 1 \\ c & a+b & 1 \end{vmatrix}$；

（3）$\begin{vmatrix} x_1y_1 & x_1y_2 & x_1y_3 \\ x_2y_1 & x_2y_2 & x_2y_3 \\ x_3y_1 & x_3y_2 & x_3y_3 \end{vmatrix}$；

（4）$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$；

（5）$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \\ 4 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$；

（6）$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$；

（7）$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 201 & 102 & -99 \end{vmatrix}$；