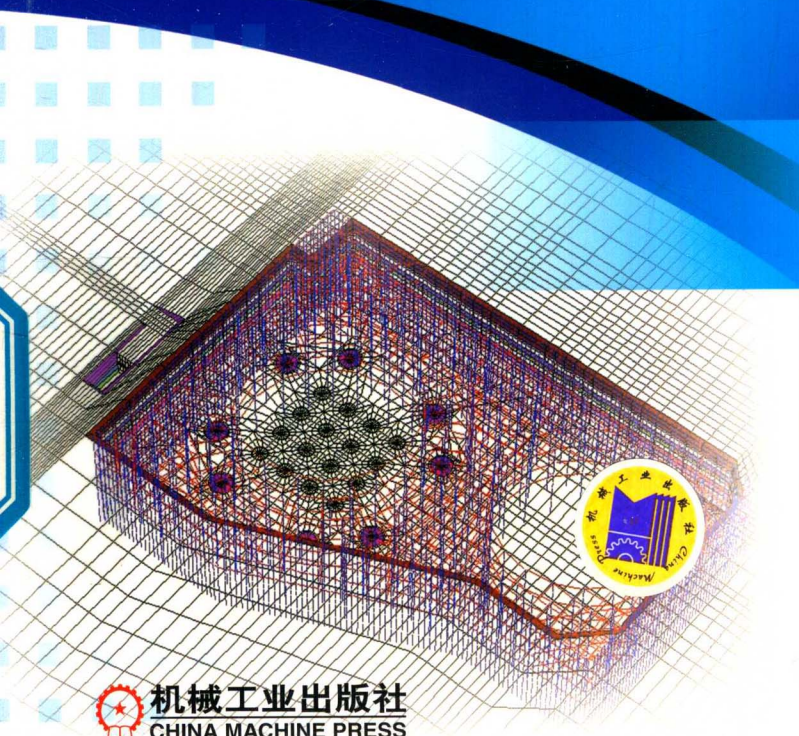


土木工程数值分析与工程软件应用系列教程

土木工程

FLAC/FLAC 3D 实用教程

刘波 李涛 韩彦辉 编著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

土木工程数值分析与工程软件应用系列教程

土木工程FLAC/ FLAC 3D实用教程

刘 波 李 涛 韩彦辉 编著



机械工业出版社

随着土木工程学科的发展,有限差分软件 FLAC/FLAC 3D 在土木工程各个领域得到了广泛的应用。

本书的体系结构主要是从实用性方面进行考虑的。本书包括有限差分与 FLAC 数值计算的基本原理,FLAC/FLAC 3D 的模型和功能模块,FLAC/FLAC 3D 命令及 FISH 语言,工程实例分析及命令流等内容。

本书力求简明扼要,更贴近初学者,深入浅出地介绍 FLAC/FLAC 3D 的基本原理,采用简单实例对 FLAC/FLAC 3D 的建模计算步骤进行了介绍,并对相应命令流进行了较为详细的说明,以使读者能快速入门。同时,本书给出了基础工程问题、边坡问题、基坑工程相关问题、地铁施工相关问题及矿山巷道开挖相关问题的工程实例分析,对有一定 FLAC/FLAC 3D 应用经验的研究人员也具有参考价值。

图书在版编目 (CIP) 数据

土木工程 FLAC/FLAC 3D 实用教程/刘波,李涛,韩彦辉编著. —北京:机械工业出版社,2018.1

土木工程数值分析与工程软件应用系列教程

ISBN 978-7-111-58659-3

I. ①土… II. ①刘… ②李… ③韩… III. ①土木工程-数值计算-应用软件-教材 IV. ①TU17

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 302456 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:马军平 责任编辑:马军平 李 帅 责任校对:刘雅娜

封面设计:张 静 责任印制:张 博

三河市宏达印刷有限公司印刷

2018 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·20 印张·482 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-58659-3

定价:69.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

服务咨询热线:010-88379833

读者购书热线:010-88379649

网络服务

机工官网:www.cmpbook.com

机工官博:weibo.com/cmp1952

教育服务网:www.cmpedu.com

金 书 网:www.golden-book.com

封面无防伪标均为盗版



前言

FLAC/FLAC 3D 是面向土木建筑、采矿、交通、水利、地质、核废料处理、石油及环境工程的通用软件系统,已在全球得到广泛应用,在国际岩土工程学术界和工业界赢得广泛的赞誉。目前,FLAC/FLAC 3D 已逐渐成为我国岩土工程界发展最快、影响最大的软件系统之一。

本书深入浅出地介绍 FLAC/FLAC 3D 在土木工程中的应用,读者通过学习能快速入门,掌握该软件的基本原理及使用方法。同时,本书又较系统、简明地阐述了其计算原理与计算方法,对有一定 FLAC/FLAC 3D 软件应用经验的读者也有帮助。本书首先从有限差分的概念入手,阐述了 FLAC/FLAC 3D 的计算原理;然后在介绍 FLAC/FLAC 3D 基本功能的基础上,以简单实例入手,使读者快速掌握该软件的使用方法;最后通过若干具体工程实例,详细分析建模原则及计算结果。

本书具有两个特点。一是内容具有足够的广度和深度,注重实例分析。具体表现为:①简要地介绍了 FLAC/FLAC 3D 有限差分原理;②详细介绍了 FLAC/FLAC 3D 的材料模型、结构单元,以及 FISH 语言,并在此基础上对 FLAC/FLAC 3D 的简单实例进行了详细分析;③对岩土工程中的边坡工程、深基坑工程、隧道工程等进行了实例分析,详细阐述了建模过程、计算方法,并对结果进行了分析。二是理论联系实际,既满足初学者的要求,也为具有一定基础的读者深入研习 FLAC/FLAC 3D 提供了详尽的理论背景与应用实例,可供土建、交通、采矿、地质、水利、石油、工程力学等专业从事岩土工程数值计算、工程设计与研究的工程师和在校师生使用,也可作为相关专业本科生教材或研究生教学参考书。

本书由刘波、李涛、韩彦辉编著。研究生徐薇、杨伟红、李冬晓、李彬如、贺鹏、关辰龙、刘显宽、刘项、刘仁江、吴晨浠、屈海波、胡和涛、许伟杰、王帅等在资料整理、插图绘制等方面做了大量的工作,在此一并致谢。

衷心感谢美国 Itasca 国际咨询公司副总裁 Roger Hart 博士,FLAC/FLAC 3D 系统的开发者、美国工程院 Peter Cundall 院士,美国明尼苏达大学 Charles Fairhurst 院士,英国诺丁汉大学余海岁院士,香港大学岳中琦教授,清华大学杨强教授,山东科技大学宋振骥院士,中国建筑一局发展有限公司周予启总工程师,中国矿业大学(北京)陶龙光教授、李先炜教授、杨仁树教授、何满潮院士、江玉生教授、侯公羽教授等在作者课题研究和编著本书时给予的大力支持。

本书得到了国家自然科学基金(41472259、51274209、50974126、50674095、50304012、51508556)、教育部新世纪优秀人才资助项目(NCET-08-0835)、“十二五”国家科技支撑计划专题(2012BAK24B0201)的资助,在此表示衷心感谢。

希望本书能对我国岩土工程的教学、科研与咨询评价工作有所帮助,这也是作者最大的愿望。由于写作时间仓促以及作者的水平所限,书中难免存在不妥之处,敬请各位读者批评指正。

作者

目 录

前 言

第 1 章	有限差分法与 FLAC 数值计算	1
1.1	有限差分法基本概念	1
1.2	差分格式的建立	4
1.3	FLAC/FLAC 3D 基本原理	5
1.3.1	FLAC/FLAC 3D 的基本特征	5
1.3.2	FLAC 网格划分	6
1.3.3	一维问题 FLAC 计算流程	7
1.3.4	平面问题 FLAC 有限差分原理	10
1.3.5	三维问题 FLAC 3D 有限差分原理	16
第 2 章	FLAC/FLAC 3D 的模型与功能模块	18
2.1	FLAC/FLAC 3D 的材料模型	18
2.2	FLAC/FLAC 3D 的结构单元	23
2.2.1	梁 (Beam) 单元	23
2.2.2	锚索 (Cable) 单元	25
2.2.3	桩 (Pile) 单元	28
2.2.4	二维岩石锚杆 (Rockbolt) 单元	29
2.2.5	二维条带 (Strip) 单元	29
2.2.6	二维支撑 (Support) 单元	30
2.2.7	三维壳体 (Shell) 单元	31
2.2.8	衬砌 (Liner) 单元	31
2.2.9	三维土工格栅 (Geogrid) 单元	33
2.3	FLAC/FLAC 3D 高级功能与可选模块	35
2.3.1	热力学分析	35
2.3.2	蠕变分析	35
2.3.3	两相流分析	36

2.3.4	动力学分析	37
2.3.5	基于 C++ 的用户自定义模型	39
第 3 章	FLAC/FLAC 3D 命令及功能描述	40
3.1	FLAC 命令约定及特点	40
3.1.1	语法	40
3.1.2	交互式输入	41
3.2	单元节点编号和面的方向约定	41
3.3	命令功能描述	42
3.3.1	输入几何条件	42
3.3.2	创建命名对象	45
3.3.3	指定本构模型及其特性值	47
3.3.4	指定初始条件	47
3.3.5	边界条件	51
3.3.6	指定结构单元	53
3.3.7	用户自定义的变量和函数	62
3.3.8	在运算过程中监控模型的状态	63
3.3.9	运算求解	68
3.3.10	模型状态的输出	69
3.4	FLAC 3D 5.0 新功能介绍	72
3.4.1	网格拉伸工具	75
3.4.2	创建视图中的操作	83
3.4.3	拉伸视图中的操作	89
第 4 章	FLAC 内置的 FISH 语言	93
4.1	FISH 语言的语法规则	93
4.1.1	命令行	93
4.1.2	函数名、变量名和潜在的冲突	94
4.1.3	变量作用范围	99
4.1.4	函数组成、赋值和调用格式	99
4.1.5	数据类型	101
4.1.6	算术表达式和类型转换	102
4.1.7	字符串	102
4.1.8	删除和重定义 FISH 函数	103
4.1.9	FISH 控制语句	104
4.2	FLAC 与 FISH 交互作用	106
4.2.1	FISH 调用	106
4.2.2	FLAC 明确定义的标量变量	107

4.2.3	网格点变量与单元变量	107
4.2.4	应变计算	108
4.2.5	Table 特殊函数	108
4.2.6	直接访问内存的特殊函数	109
4.2.7	FISH 的输入/输出程序	109

第5章 采用 FLAC 建模计算的步骤及简单实例分析 111

5.1	简单的隧道分析	111
5.2	条基试验	112
5.3	马蹄形隧道的建立	115
5.4	倾斜节理的产生	116
5.5	简单边坡的生成	117
5.6	二级网格的连接	118
5.7	关于破坏的解释	120
5.8	地表沉降计算分析	121

第6章 采用 FLAC 3D 建模计算的步骤及简单实例分析 125

6.1	简单的基坑开挖问题	125
6.2	网格的合并连接	126
6.3	界面的形成	127
6.4	隧道的生成	128
6.5	复杂隧道的生成	130
6.6	模型材料问题	140
6.7	交界面的合并连接问题	142
6.8	初始应力条件问题	144
6.9	破坏问题分析	146

第7章 基础工程问题的数值计算 148

7.1	莫尔-库仑材料上的条形及圆形基础计算	147
7.1.1	问题描述	148
7.1.2	理论解	148
7.1.3	建模过程	149
7.1.4	建模数据文件	150
7.1.5	结果及讨论	152
7.2	剑桥黏土排水与不排水三轴压缩的数值模拟	156
7.2.1	问题描述	156
7.2.2	理论解	156
7.2.3	FLAC 模型	158

7.2.4	建模数据文件	159
7.2.5	结果及讨论	169
7.3	钻孔的孔隙弹性响应分析	172
7.3.1	问题描述	172
7.3.2	理论解	172
7.3.3	模型	174
7.3.4	建模数据文件	175
7.3.5	结果讨论	183

第8章 边坡问题的数值计算 186

8.1	边坡稳定性系数的求解	186
8.1.1	问题描述	186
8.1.2	建模过程	186
8.1.3	建模数据文件	186
8.1.4	结果及讨论	187
8.2	岩石边坡稳定性分析	188
8.2.1	问题描述	188
8.2.2	建模过程	189
8.2.3	建模数据文件	190
8.2.4	结果及讨论	191
8.3	竖向及水平荷载作用下混凝土桩计算	192
8.3.1	问题描述	192
8.3.2	建模过程	193
8.3.3	建模数据文件	196
8.3.4	结果及讨论	204

第9章 基坑工程相关问题的数值计算 205

9.1	盾构井的开挖及稳定性研究	205
9.1.1	问题描述	205
9.1.2	建模过程	207
9.1.3	结果及讨论	207
9.2	基坑开挖过程中的渗流问题	211
9.2.1	问题描述	211
9.2.2	建模过程	212
9.2.3	建模数据文件	213
9.2.4	结果及讨论	215
9.3	平安国际金融中心深基坑开挖对邻近地铁车站影响研究	217
9.3.1	问题描述	217

9.3.2	建模过程	218
9.3.3	结果及讨论	221

第 10 章 地铁施工相关问题的数值分析 247

10.1	在盾构法隧道基础上扩挖地铁车站的数值分析	247
10.1.1	问题描述	247
10.1.2	工程概况	247
10.1.3	建模过程	248
10.1.4	双隧道施工引起地表沉降的模拟	249
10.1.5	双隧盾构基础上扩挖成站施工引起地表沉降的模拟	251
10.2	地铁隧道穿越高层建筑桩基托换工程分析	253
10.2.1	工程概况	253
10.2.2	动态施工三维数值分析模型建立	254
10.2.3	地铁隧道穿越桩基施工数值模拟优化	257
10.2.4	地铁隧道穿越桩基区力学行为分析	261
10.2.5	桩基托换方案研究与关键施工技术	263
10.2.6	桩基托换工程的实测分析与效果评价	266
10.3	FLAC 3D 二次开发——地铁施工诱发地层沉降分析	268
10.3.1	单隧道施工过程模拟及其诱发地层环境损伤分析的自动建模	269
10.3.2	地铁隧道下穿建筑基础诱发地层变形空间效应的实例分析	273
10.3.3	双隧道施工过程模拟及其诱发地层环境损伤预测的自动建模	278
10.3.4	地铁平行双隧道开挖的应用实例分析	282

第 11 章 矿山巷道开挖相关问题的数值分析 286

11.1	矿柱受压问题	286
11.1.1	问题的描述	286
11.1.2	建模过程	286
11.1.3	结果讨论	287
11.2	倾斜地层中巷道开挖的数值分析	287
11.2.1	问题的描述	287
11.2.2	建模过程	288
11.2.3	结果讨论	290
11.3	破碎岩体中巷道的维修与支护的数值分析（实例）	290
11.3.1	工程背景及问题描述	290
11.3.2	建模过程	291
11.3.3	结果讨论	293
11.4	晋煤集团赵庄二号井 1305 工作面数值模拟分析	293



11.4.1	工程背景及问题描述	293
11.4.2	建模过程	294
11.4.3	结果讨论	297
参考文献		306

有限差分法最早是被用于工程科学。20世纪40年代后期,差分法成功地应用于岩土工程中渗流及固结问题计算,如土坝渗流及浸润线的求法、土坝及地基的固结等。50年代初,弹性地基上的梁与板以及板桩也采用差分法来求解。60年代以后,有限差分法在岩土工程中的应用暂时趋于停滞。随着计算机运算速度的飞速提高,偏微分方程的数值解在理论上和方法上都有了很大的进展。在偏微分方程的数值解法中应用最广的是有限单元法和有限差分法。

80年代以来,英国皇家科学院院士、美国工程院院士、离散元法发明人 Peter Cundall 和 Itasca 国际咨询公司同事们开发了有限差分软件 FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua 连续介质快速拉格朗日分析,1986年)及 FLAC 3D (1994年),FLAC 也被称作为拉格朗日元法程序;FLAC 在近百个国家得到广泛应用,在国际岩土工程学术界和工业界非常流行。国际岩石力学学会前主席 Charles Fairhurst 曾指出(1994年),“有限差分法,至少对岩土工程而言,有着较其他数值模拟方法更大的优点”。

90年代以来,我国高校开始引进 FLAC/FLAC 3D,研究院所及工程公司也拥有相当数量的用户,土建、交通、采矿、地质、水利、市政、石油等工业部门在应用 FLAC/FLAC 3D 系统进行工程设计计算及科学研究等,FLAC/FLAC 3D 业已成为我国岩土力学与工程界发展最快、最具影响的数值分析软件系统之一。

本章讨论岩土工程问题的有限差分解法,重点介绍显式有限差分软件 FLAC/FLAC 3D 的基本原理、材料与结构模型、高级功能模块;论述如何运用 FLAC/FLAC 3D 进行岩土力学与工程数值分析,为方便读者学习,书中针对各章所有实例结合命令流进行了详细解析。

1.1 有限差分法基本概念

差分法的基本思想就是把要求解问题的微分方程及其边界条件用离散的、只含有有限个未知数的差分方程(代数方程组)来表示,把求解微分方程的问题转化为求解代数方程的问题,并用代数方程的解作为微分方程的近似解。做法是用差分网格离散求解域,用差商近似代替导数,得到差分方程组并求解得到差分解。网格划分越细,差分解就越逼近原微分方程的精确解。

采用有限差分法求解问题的一般步骤是:首先,对求解域作有限差分网格剖分;然后,选择逼近方程定解问题的差分格式;在此基础上,对内部节点和边界节点建立起不同的差分方程;最后,将计算网格内所有节点的相应差分方程联立,并求解联立方程组,得到问题的

解。在应用有限差分法分析问题时需要关注三个问题：①如何选择差分格式将控制微分方程离散为差分方程；②如何保证差分方程的相容性、收敛性和稳定性条件；③如何求解差分方程组。关于求解差分方程组在数值分析课程中已经学习，本节主要讨论前两个问题。

1. 有限差分网格的剖分

有限差分法求解偏微分方程组时先要把连续问题离散化，即把连续的求解区域作网格划分。下面以二维问题为例来说明网格划分。假设所研究的问题是空间变量 x 和时间变量 t 的偏微分方程组，而研究的区域是 $x \in [a, b]$, $t \in [0, T]$ ，如图 1-1 所示。在 $x-t$ 平面上画两组平行于坐标轴的直线，把上述区域划分为矩形网格，这些直线的交点称为网格点或节点。以等距的网格为例，设空间方向的距离为 Δx ，记为 h ，称其为空间步长；时间步长为 Δt ，记为 τ 。为方便起见，网格划分中的每一个节点 (x_i, t_j) 简记为 (i, j) 。经过网格剖分，把连续的区域离散为以下区域（离散点的集合），即

$$D = \left\{ (x_i, t_j) \mid \begin{array}{ll} x_i = a + ih & i = 0, 1, 2, \dots, n \\ t_j = j\tau & j = 0, 1, 2, \dots, m \end{array} \right\} \quad (1-1)$$

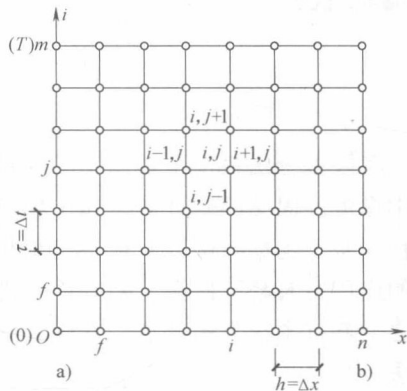


图 1-1 差分法网格划分

2. 差分公式

用差商来近似代替导数可得差分公式。设 $f(x, t)$ 为所要求解的某一连续函数。在平行于 x 轴的一根网线上，如直线 $(i-1, j) - (i, j) - (i+1, j)$ 上，函数只随 x 坐标的变化而变化，可将函数展开为以下泰勒级数形式

$$f = f_i + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_i (x - x_i) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)_i (x - x_i)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right)_i (x - x_i)^3 + \dots \quad (1-2)$$

在节点 $(i-1, j)$ 处有

$$f_{i-1} = f_i - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_i h + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)_i h^2 - \frac{1}{3!} \left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right)_i h^3 + \dots \approx f_i - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_i h \quad (1-3)$$

可得

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{h} \quad (\text{向前差分}) \quad (1-4)$$

也可利用节点 $(i+1, j)$ 得到上述偏导数的另一种差商形式，即

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{h} \quad (\text{向后差分}) \quad (1-5)$$

以上两种差商的计算中略去了步长 h 的二次幂及其以后各项，在连续的某一网格区内，把函数 f 简化为按直线变化。向前差分和向后差分被称为偏心差分，是一种最简单、最基本的构造差商的方法，常用来对非对称性变量（如时间变量等）进行差分计算。用差商来近似代替导数的前提条件是步长 h 充分小，即网格划分得越细，差分法计算结果越接近精确解答。但是，受计算机存储量和计算速度的限制，网格不可能划分得太细，即单靠细化网格来提高计算精度不现实。在同样的网格划分下为了得到精度较高的解答，可以通过提高差

分公式精度的方法来实现,即在泰勒级数展开式中,可以多取几项,如分别在节点 $(i-1, j)$ 和 $(i+1, j)$ 处多取一项得到,即

$$f_{i-1} \approx f_i - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_i h + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)_i h^2 \quad (1-6)$$

$$f_{i+1} \approx f_i + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_i h + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)_i h^2 \quad (1-7)$$

联立式 (1-6) 和式 (1-7) 求解可得

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} \quad (1-8)$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)_i = \frac{f_{i+1} + f_{i-1} - 2f_i}{h^2} \quad (1-9)$$

这种差分公式称为中心差分,其特点是在连续的两段网格区间内,把函数 f 简化为 x 的二次函数,看作按抛物线变化。如果要得到更高精度的差分公式,只要在函数的级数展开式中多取几项即可。由于高精度的差分格式中涉及的节点数太多,应用不便,因而较少采用高精度的差分公式来解决实际问题。

同理可得沿 t 方向的差分公式及 x 和 t 的混合导数的差分公式 (以中心差分为例),即

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_i^j = \frac{f_{i+1}^{j+1} - f_{i-1}^{j+1}}{2h} \quad (1-10)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_i^j = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right) \right]_i^j = \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{i+1}^j - \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{i-1}^j}{2h} = \frac{\frac{f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^{j-1}}{2\tau} - \frac{f_{i-1}^{j+1} - f_{i-1}^{j-1}}{2\tau}}{2h} = \frac{1}{4h\tau} [(f_{i-1}^{j-1} + f_{i+1}^{j+1}) - (f_{i-1}^{j+1} + f_{i+1}^{j-1})] \quad (1-11)$$

几种常用的差分公式见表 1-1。

表 1-1 常用差分公式表

i, j 点 导数	向前差分	向后差分	中心差分
$\frac{\partial f}{\partial x}$	$\frac{f_{i+1}^j - f_i^j}{h}$	$\frac{f_i^j - f_{i-1}^j}{h}$	$\frac{f_{i+1}^j - f_{i-1}^j}{2h}$
$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$	$\frac{f_{i+2}^j - 2f_{i+1}^j + f_i^j}{h^2}$	$\frac{f_i^j - 2f_{i-1}^j + f_{i-2}^j}{h^2}$	$\frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{(2h)^2}$
$\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}$	$\frac{f_{i+3}^j - 3f_{i+2}^j + 3f_{i+1}^j - f_i^j}{h^3}$	$\frac{f_i^j - 3f_{i-1}^j + 3f_{i-2}^j - f_{i-3}^j}{h^3}$	$\frac{f_{i+2}^j - 3f_{i+1}^j + 3f_i^j - f_{i-1}^j}{(2h)^3}$
$\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}$	$\frac{f_{i+4}^j - 4f_{i+3}^j + 6f_{i+2}^j - 4f_{i+1}^j + f_i^j}{h^4}$	$\frac{f_i^j - 4f_{i-1}^j + 6f_{i-2}^j - 4f_{i-3}^j + f_{i-4}^j}{h^4}$	$\frac{f_{i+4}^j - 4f_{i+3}^j + 6f_{i+2}^j - 4f_{i+1}^j + f_i^j}{(2h)^4}$
$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t}$	$\frac{f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^{j-1} - f_i^{j+1} + f_i^{j-1}}{h\tau}$	$\frac{f_i^{j+1} - f_i^{j-1} - f_{i-1}^{j+1} + f_{i-1}^{j-1}}{h\tau}$	$\frac{f_{i+1}^{j+1} - f_{i-1}^{j+1} - f_{i+1}^{j-1} + f_{i-1}^{j-1}}{4h\tau}$

3. 边界的处理

差分法将连续区域 (包括其边界记为 D) 离散化为由节点组成的网格,如果两个节点在网格线方向只差一个步长,则称其为相邻节点。在二维问题中,如果一个节点的四个相邻

节点都属于 D , 那么这样的节点称为内部节点 (内点); 如果一个节点的四个相邻节点中至少有一个不属于 D , 则称之为边界节点 (界点)。内点的差分公式可以直接由其相邻节点得到, 而界点的差分公式需要做特殊处理才可得到。

如图 1-2 所示, 差分网格与边界的交点不与网线节点重合, 例如在网格线方向上界点 A 与边界的距离不等于步长 Δx , 此时无法应用正规内点的差分格式, 就要对边界做适当的处理, 把边界点转移到差分网格节点上, 来建立界点的差分公式。设边界上 B 点的函数值为 f_B , 但是 B 点不与网格线的节点重合, 为了把边界点转移到网格节点上去得到界点 A 的差分公式, 有直接转移和线性插值两种处理方法。

1) 直接转移法。把 B 点的函数值直接赋给与 B 点靠近的外部网点 C , 即

$$f_C = f_B \quad (1-12)$$

通过节点的直接转移, 网格点 A 由界点变为内点, 其差分公式转化为内点差分格式。处理后的边界由原来的非规则边界变为台阶形边界, 在网格划分很细时, 这种台阶形边界可以用来近似代替原非规则边界。

2) 线性插值法。网格节点 C 点的函数值可通过 A 和 B 点的值通过线性插值得到。设 A 、 B 两点相距为 $\alpha\Delta x$, 则 B 、 C 两点相距为 $(1-\alpha)\Delta x$, 可得到

$$f_C = \frac{1}{\alpha}f_B + \frac{\alpha-1}{\alpha}f_A \quad (1-13)$$

以上把研究区域及其边界都用网格离散化, 并建立了差分公式。下面要做的就是建立具体问题的差分格式。

1.2 差分格式的建立

差分格式的建立包括以下三方面的内容: 差分方程的建立, 初始条件的离散和边界条件的离散。具体做法是把差分公式代入偏微分方程及其初始、边界条件得到方程或方程组 (即差分格式)。一般差分方程的建立是差分格式的重要步骤, 而边界条件和初始条件的差分法与之类似。对同一微分方程和定解条件可以建立不同的差分格式, 构造同一差分格式也存在着不同的途径。一个差分格式最终能在实际中使用, 要求差分方程的解能任意地逼近微分方程的解, 同时每一步计算的舍入误差不会导致随着计算次数的增加而使结果有无限增大的偏差, 即要保证差分方程的收敛性和稳定性, 并具有一定的精度。

当用差分公式来替代偏导数时, 不可避免地存在一定的误差, 当把偏微分方程中所有偏导数都用其相应的差分公式代替后, 所得到的差分方程的解与偏微分方程的解在某个差分点上就存在一定的偏差, 这一偏差称为这种差分格式的截断误差。例如, 有两个变量 (时间 t , 步长 τ ; 空间 x , 步长 h) 的偏微分方程差分化后, 若截断误差可以表示为 $E = O(\tau^p + h^q)$, 称该差分格式对时间是 p 阶精度的, 对空间是 q 阶精度的。如果 $p = q$, 则称该差分格式是 p 阶精度的。

如果某一差分格式, 当步长 (如 τ 和 h) 趋于 0 时, 截断误差 E 也趋于 0, 就称这种差

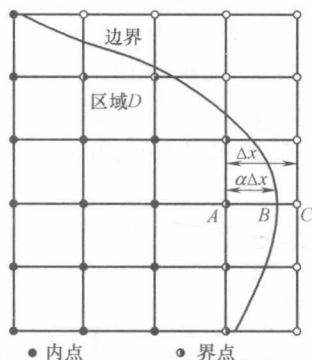


图 1-2 非规则边界的处理

分格式与原微分方程是相容的,即这种差分格式具有相容性。差分格式的收敛性是指当步长趋于0(如 $\tau \rightarrow 0$, $h \rightarrow 0$)时,差分方程的解 f_i^j 能否逼近微分方程的解 $f(x_i, t_j)$ 。差分法的计算过程一般是一层一层的计算,而每一层的计算都会产生一定的误差,这种误差会不会在层间传播过程中逐渐变大,使差分解远离原微分方程的解,这就涉及差分格式稳定性的问题。差分格式的稳定性不仅与差分格式本身有关,而且与网格比的大小有关。构造差分格式虽有多种途径,但所得的差分格式都必须满足相容性、收敛性和稳定性三个条件。

1.3 FLAC/FLAC 3D 基本原理

近年来,随着计算机技术的飞速发展,有限差分法以其独特的计算风格和计算流程在数值方法家族中异军突起,FLAC(Fast Lagrangian Analysis of Continua 连续介质快速拉格朗日分析)就是岩土工程数值分析软件的典型代表。岩土工程问题多属于非线性问题,非线性问题可分为材料非线性和几何非线性问题,一般有限元方法可解决材料非线性问题,而对于几何非线性问题,尤其是几何大变形问题,有限元方法的计算工作是相当复杂的,而且难以避免计算效率低下、计算结果不收敛等问题。岩土介质是一种被众多节理裂隙等弱面切割的地质体,岩土力学问题通常涉及非线性大变形问题。例如,矿山巷道的大变形收敛和底鼓,使断面缩小直至顶底板几乎完全闭合;降雨引起的边坡滑动垮塌都是典型的大变形问题,这些问题借助拉格朗日元法可以获得理想的计算结果。

拉格朗日元法的名字来源于流体力学跟踪质团运动的一种方法,实际上是连续介质力学对运动物质的描述方法,在非线性连续体力学中称为拖带坐标系或嵌含坐标系方法。拉格朗日元法是一种分析非线性大变形问题的数值方法,这种方法遵循连续介质的假设,利用差分格式按照时步积分求解,随着计算模型网格位形的变化不断更新坐标,允许介质产生大变形。拉格朗日元法已经有不少商业软件,如FLAC、FLAC 3D、HEMP及TENSOR等。

1.3.1 FLAC/FLAC 3D 的基本特征

FLAC/FLAC 3D 适合于建立二维和三维连续介质模型,对岩石、土和支护结构系统等进行岩土工程分析。基本特征如下:

1) 采用连续介质非线性快速拉格朗日分析,可进行大变形、大应变模拟;FLAC能实现常规数值计算软件难以计算的大变形问题,当计算过程中网格出现大变形甚至畸变破坏时,FLAC的Remeshing技术(6.0版本具备该特征)能重新进行网格自动划分以计算岩土工程大变形塑性流动问题。

2) 采用显式解题方案,能为不稳定物理过程计算提供稳定解。

3) 界面或滑动面用来模拟可产生滑动或分离的界面,从而模拟断层,节理或摩擦边界。

4) 内置丰富的材料模型:三个弹性模型(各向同性,横观各向同性和正交各向异性);八个塑性模型(德鲁克-普拉格,莫尔-库仑,应变硬化/软化,遍布节理,双线性应变硬化/软化遍布节理,双屈服,修正剑桥黏土,霍克-布朗)。

5) 模拟结构单元:如梁、柱、板壳、衬砌,桩,锚索,岩石锚杆、条带单元、土工格栅等单元分析结构与周围岩土介质的相互作用。

6) 内置编程语言 (FISH) 添加用户自定义特征, 可使用 FISH 自定义各种模型。

7) 对介质材料的任意性质可实现连续梯度或统计分布, 以模拟复杂岩土介质空间变异与离散特性。

8) FLAC/FLAC 3D 可以通过 TCP/IP 连接与其他程序进行耦合计算, 并具有网络计算功能。

9) 可以方便地进行复杂的边界/初始条件设置。

10) 根据地下水位进行有效应力计算, 能实现流-固完全耦合计算 (包括负孔隙水压、非饱和流动和浸润面条件计算)。

11) FLAC 拥有完全图形用户界面; 在进行大变形模式计算时, 当计算网格出现显著大变形时, FLAC 具有对已变形的网格进行重新自动划分的 Remeshing 功能, 以实现对复杂大变形工程及科学问题的计算; FLAC 3D 拥有部分图形用户界面 (用来进行绘图和文件操作), 使用预定义形状自动生成 FLAC 3D 三维网格。

12) 大量绘图特征: 等值线、矢量、张量等, 工业标准格式图形输出, 包括 PostScript、BMP、JPG、PCX、DXF (AutoCAD)、EMF 等, 并可用剪贴板进行图形剪切和粘贴。

13) 高级可选功能模块包括: ①热力学、热-力学耦合、热-流体-力学耦合、热对流模型可进行热/流体流动耦合计算、包括热传导和对流模拟等; ②黏弹性、黏塑性 (蠕变) 材料模型; ③动力学分析, 并可以模拟静边界和自由域, 研究地基液化、地震动力学问题等; ④使用 C++ 实现用户自定义模型。

1.3.2 FLAC 网格划分

拉格朗日元法用差分方法求解, 因此首先要分成网格, 物理网格 (见图 1-3a) 影射在数学网格 (见图 1-3b) 上, 这样数学网格上的某个编号为 (i, j) 的节点就与物理网格上相应节点的坐标 (x, y) 对应。也可以将数学网格想象为一张橡皮做的网, 拉扯以后可以变为物理网格的形状。只要分成的网格有序, FLAC 也可以采用不规则的形状, 平面问题 FLAC 数值分析的网格基本都是四边形网格 (见图 1-4), 也可以采用三角形网格模拟岩土工程问题的不规则边界。平面问题计算网格剖分建议尽量采用四边形单元, FLAC 3D 三维问题计算建议尽量采用六面体单元和系统固有的单元; 这与 FLAC 和 FLAC 3D 采用单元重叠的混合离散技术及算法有关, 将在后文论述。

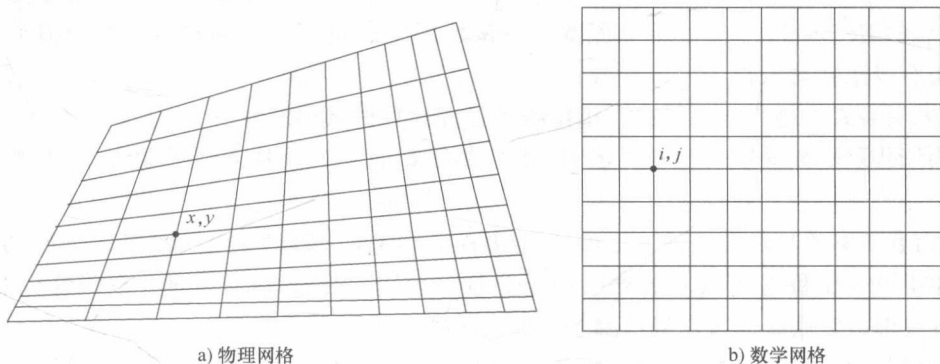


图 1-3 物理网格与数学网格

图 1-4 显示了 FLAC 单元的编号规则以及位移、节点力等节点变量以及应力等单元变量参数。值得指出的是，当利用 FLAC 进行二次开发时，理解 FLAC 内部的数据结构与内置数值实现是十分重要的。首先是 FLAC 的网格点（节点）和网格域（单元）偏移量（Offset），与 FLAC 主网格计算有关的信息，如位移、速度、加速度等“点”变量储存在不同网格点（节点）偏移量下；而密度、孔隙率、应力和应变等“域”变量储存在不同网格域（单元）偏移量下。其次求解不同的问题需要 FLAC 动态内存管理员在内存中为网格点和网格域预设不同数目偏移量，这就是在设置网格以前需要决定配置的原因。

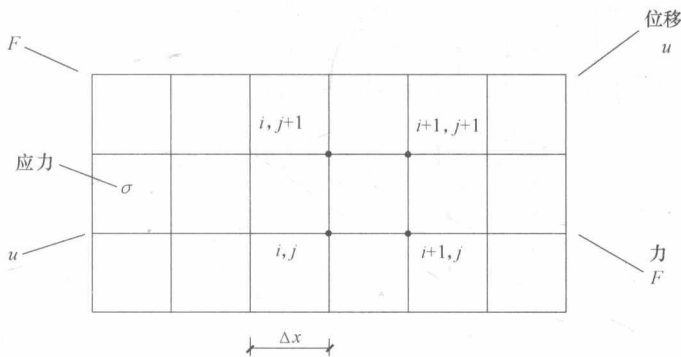


图 1-4 二维问题的 FLAC 网格划分

1.3.3 一维问题 FLAC 计算流程

1. 差分方程的建立

为了便于理解 FLAC 计算流程，以一维杆件为例进行说明。

如图 1-5 所示，一维杆件用数个等尺寸的有限差分网格划分，假定杆为弹性，侧面不受限制，两端受拉，杆件的密度为 ρ ，弹性模量为 E 。

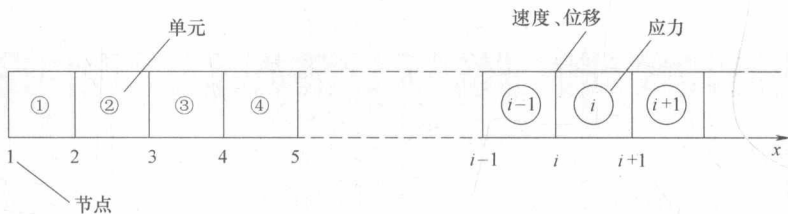


图 1-5 一维问题的网格剖分

对于杆件固体材料，微分形式的本构方程为

$$\sigma_{xx} = E \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (1-14)$$

杆的运动平衡方程为

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \quad (1-15)$$

网格划分如图 1-5 所示，节点顺序编号，节点之间的区域（也可称为网格域或单元）的