

# 非线性算子控制 及其应用

温盛军 王瑗琿 著

FEIXIANXING SUANZI KONGZHI  
JIQI YINGYONG

国家一级出版社



中国纺织出版社

全国百佳图书出版单位

# 非线性算子控制 及其应用

温盛军 王瑗琿 著



国家一级出版社



中国纺织出版社

全国百佳图书出版单位

## 内 容 提 要

随着工业生产过程变得越来越复杂,非线性控制系统的研究正逐渐成为控制领域的热点和难点。本书以半导体制冷系统和液位系统为主要研究对象,详细介绍了基于算子理论的非线性控制系统设计,既包括算子的定义、系统建模和控制器设计等主要内容,也对故障诊断和优化控制等关键问题进行了系统地探讨。本书可作为相关专业的高年级本科生和研究生的教材使用,也可供从事自动化、电气等相关领域的研究人员和技术人员阅读参考。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

非线性算子控制及其应用/温盛军,王瑗琿著. —  
北京:中国纺织出版社,2018.9  
ISBN 978-7-5180-5404-6

I. ①非… II. ①温… ②王… III. ①非线性算子理论—应用—非线性控制系统—高等学校—教材  
IV. ①TP273②O177.91

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 209325 号

---

责任编辑:亢莹莹 责任校对:王花妮 责任印制:何建

---

中国纺织出版社出版发行

地址:北京市朝阳区百子湾东里 A407 号楼 邮政编码:100124

销售电话:010—67004422 传真:010—87155801

<http://www.c-textilep.com>

E-mail:faxing@c-textilep.com

中国纺织出版社天猫旗舰店

官方微博 <http://weibo.com/2119887771>

北京玺诚印务有限公司印刷 各地新华书店经销

2018 年 9 月第 1 版第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16 印张:8

字数:160 千字 定价:68.00 元

---

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社图书营销中心调换

# 前 言

随着现代化工业生产过程复杂性和集成度的提高，实际的生产过程变得越来越复杂，多数是非线性系统，因而非线性系统的研究正逐渐成为控制领域的热点和难点。对非线性系统的研究基本可以划分为三个阶段：第一个阶段是古典理论阶段，其主要方法有相平面法、谐波平衡法等，这些理论针对性比较强，但不能普遍应用。第二个阶段是综合应用阶段，其主要方法有自适应控制、滑膜控制、PID 控制、神经网络控制、Lyapunov 方法等。第三个阶段是非线性理论新发展阶段，例如智能控制非线性算子控制等。非线性算子是定义在扩展的 Banach 空间上更一般的 Lipschitz 算子，能够更好地处理算子的逆因果性、稳定性问题。算子可以是线性的也可以是非线性的，可以是有限维的，也可以是无限维的，可以是频域的，也可以是时域的，应用范围广，其优势使越来越多学者投身对它进行研究。因此，本书主要介绍基于算子理论的非线性控制系统设计，及其在一些过程控制系统中的应用。

全书共分 6 章。第 1 章为非线性系统控制概论，介绍了控制系统的相关概念、非线性系统理论基础和非线性控制研究现状和发展情况。第 2 章为基于算子理论的控制系统设计基础，介绍了一些算子的相关定义、右互质分解方法，进而介绍了基于右互质分解的控制器设计。第 3 章为基于算子理论的半导体制冷系统控制研究，详细介绍了半导体制冷系统的建模、控制器设计、仿真与实现过程。第 4 章为基于算子理论的优化跟踪控制研究，基于粒子群优化技术，分别研究了基于等效代换的优化跟踪控制和基于 Lipschitz 范数的优化跟踪控制。第 5 章为基于算子理论的液位系统控制研究，详细介绍了液位系统的建模、具体设计、仿真与实现过程。第 6 章为基于算子理论的故障诊断与优化控制研究，对故障诊断观测器设计和故障的分类进行了分析，进而讨论了基于算子理论的优化控制在半导体制冷系统和液位系统故障状态下的应用。

本书由温盛军担任主编，负责制订编写大纲、修改书稿及统稿、定稿工作。王瑗琿担任副主编。各章内容编撰分配如下：第1章、第3章、第4章由温盛军编写，第2章、第5章、第6章由温盛军、王瑗琿编写。本书在编写过程中得到了参与项目的许多合作者和引用论文作者的帮助，例如，王东云、邓明聪、王海泉、喻俊等，在此表示感谢！同时，本书也是张蕾、齐小敏、李峰光、刘萍、李琳等几位研究生辛勤劳动的成果，在此深表感谢！由于编者水平有限，书中难免出现疏漏和不妥之处，敬请广大读者不吝指正。

本书的绝大部分内容都是作者和合作者最新的研究成果。本书的研究成果受到国家科技部国际合作重大专项课题（2010DFA22770）、国家自然科学基金青年基金（61304115）、河南省高等学校科技创新团队（14IRTSTHN024）、河南省高等学校重点科研项目（17A120015）和中原工学院青年拔尖人才计划等的资助，在此表示感谢！

编 者

2018年7月

# 目 录

<b>第 1 章 非线性系统控制概论</b> .....	001
1.1 控制系统相关概念 .....	001
1.2 非线性系统理论基础 .....	003
1.2.1 非线性系统的数学描述 .....	003
1.2.2 非线性系统的基本特性 .....	005
1.3 非线性控制研究发展现状 .....	006
1.3.1 变结构控制方法 .....	007
1.3.2 反馈线性化方法 .....	008
1.3.3 基于算子理论的鲁棒控制方法 .....	009
参考文献 .....	010
<b>第 2 章 基于算子理论的控制系统设计</b> .....	011
2.1 算子的定义 .....	011
2.2 基于算子的右互质分解 .....	013
2.3 基于算子的鲁棒右互质分解 .....	015
参考文献 .....	016
<b>第 3 章 基于算子理论的半导体制冷系统控制</b> .....	018
3.1 半导体制冷系统概述 .....	018
3.1.1 半导体制冷原理 .....	018
3.1.2 半导体制冷装置 .....	020
3.2 半导体制冷系统建模 .....	025
3.2.1 传热学理论基础 .....	025
3.2.2 制冷系统建模 .....	027
3.3 半导体制冷系统的鲁棒右互质分解控制 .....	028
3.3.1 系统的右分解 .....	028
3.3.2 鲁棒右互质分解控制器设计 .....	029
3.3.3 仿真与结果分析 .....	030
3.4 带热辐射补偿的半导体制冷系统控制 .....	032
3.4.1 支持向量机理论基础 .....	032
3.4.2 基于支持向量机的热辐射建模 .....	036

3.4.3	带热辐射补偿的鲁棒控制 .....	038
3.4.4	仿真与结果分析 .....	040
	参考文献 .....	043
<b>第4章</b>	<b>基于算子理论的优化跟踪控制 .....</b>	<b>045</b>
4.1	粒子群优化理论基础 .....	045
4.1.1	粒子群优化计算概述 .....	045
4.1.2	具有约束条件的粒子群优化计算 .....	050
4.2	基于等效代换的优化跟踪控制 .....	051
4.2.1	半导体制冷系统的跟踪控制设计 .....	051
4.2.2	基于等效代换的优化跟踪控制 .....	054
4.2.3	仿真与实验结果分析 .....	055
4.3	基于 Lipschitz 范数的优化跟踪控制 .....	059
4.3.1	优化跟踪算子的设计 .....	059
4.3.2	仿真与实验结果分析 .....	062
4.4	对跟踪算子设计的思考 .....	066
	参考文献 .....	068
<b>第5章</b>	<b>基于算子理论的液位系统控制 .....</b>	<b>070</b>
5.1	液位过程控制系统介绍 .....	070
5.1.1	液位过程控制系统结构 .....	070
5.1.2	数据采集系统 .....	073
5.2	液位系统数学建模 .....	081
5.3	基于鲁棒右互质分解的控制器设计 .....	083
5.4	系统仿真与实验 .....	084
5.4.1	仿真结果分析 .....	084
5.4.2	液位系统软件设计及调试 .....	084
5.4.3	实验结果分析 .....	088
	参考文献 .....	091
<b>第6章</b>	<b>基于算子理论的故障诊断与优化控制 .....</b>	<b>092</b>
6.1	基于算子理论的故障诊断观测器设计 .....	092
6.2	执行器故障检测 .....	093
6.3	半导体制冷系统故障的优化控制 .....	094
6.3.1	故障系统的优化设计 .....	094
6.3.2	约束优化问题求解 .....	095
6.3.3	仿真与实验结果分析 .....	096
6.4	基于支持向量机的故障分类器设计 .....	098

6.4.1	基于支持向量机的故障分类 .....	098
6.4.2	液位系统的故障分析 .....	101
6.4.3	液位系统的故障模拟 .....	102
6.4.4	基于支持向量机的分类器建模 .....	105
6.4.5	故障分类结果分析 .....	107
6.5	液位系统故障的优化控制 .....	112
6.5.1	滑模变结构控制概述 .....	112
6.5.2	故障系统的滑模变结构控制 .....	114
6.5.3	仿真与实验结果分析 .....	116
	参考文献 .....	119



# 第 1 章 非线性系统控制概论

## 1.1 控制系统相关概念

自动控制理论是研究关于自动控制系统组成、分析和设计的一般性理论，是研究自动控制共同规律的技术科学。自动控制理论的任务是研究自动控制系统中变量的运动规律以及改变这种运动规律的可能性和途径，为建立高性能的自动控制系统提供必要的理论根据。

自动控制系统是指由控制主体、控制客体和控制媒体组成的具有自身目标和功能的管理系统。控制系统意味着通过它可以按照所希望的方式保持和改变机器、机构或其他设备内任何感兴趣或可变的量。控制系统同时是为了使被控制对象达到预定的理想状态而实施的，使被控制对象趋于某种需要的稳定状态。

自动控制系统由被控对象和控制装置两大部分组成，根据其功能，后者又是由具有不同职能的基本元部件组成的。自动控制系统典型结构如图 1-1 所示，主要由被控对象、测量反馈元件、比较元件、执行元件和控制器组成<sup>[1]</sup>。

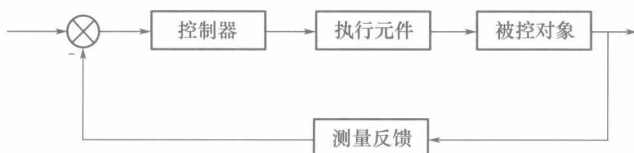


图 1-1 自动控制系统典型结构

被控对象一般是指生产过程中需要进行控制的工作机械、装置或生产过程。描述被控对象工作状态的、需要进行控制的物理量就是被控量。

测量反馈元件用于对输出量进行测量，并将其反馈至输入端。如果测出的物理量属于非电量，大多情况下要把它转化成电量，以便利用电的手段加以处理。例如测速发电机，就是将电动机轴的速度检测出来并转换成电压。

比较元件是对实际输出值与给定元件给出的输入值进行比较，求出它们之间的偏差。常用的电量比较元件有差动放大器、电桥电路等。

执行元件的功能是，根据放大元件放大后的偏差信号，推动执行元件去控制被控对象，使其被控量按照设定的要求变化。通常，电动机、液压马达等都可作为执行元件。

控制器又称补偿元件，用于改善系统的性能，通常以串联或反馈的方式连接在系统中。是为改善或提高系统的性能，在系统基本结构基础上附加参数可灵活调整的元件。

与控制系统相关的一些概念如下：

- 被控变量：被控对象内要求保持设定值的工艺参数。

- 操纵变量：受控制器操纵的，用以克服干扰的影响，使被控变量保持设定值的物料量或能量。

- 扰动量：除操纵变量外，作用于被控对象并引起被控变量变化的因素。

- 设定值：被控变量的预定值。

- 偏差：被控变量的设定值与实际值之差。

- 闭环自动控制：是指控制器与被控对象之间既有顺向控制又有反向联系的自动控制。

- 开环控制系统：是指控制器与被控对象之间只有顺向控制而没有反向联系的自动控制系统。

- 反馈：把系统的输出信号直接或经过一些环节重新引回到输入端。反馈信号的作用方向与设定信号相反，即偏差信号为两者之差，这种反馈叫作负反馈，反之为正反馈。

自动控制系统中的方块图是由传递方块、信号线、综合点、分枝点构成的表示控制系统组成和作用的图形。一个典型的衰减振荡过程曲线，衰减振荡的品质指标有以下几个：最大偏差、衰减比、余差、过渡时间、振荡周期（或频率）。最大偏差是指过渡过程中被控变量偏离设定值的最大数值。衰减比是指过渡过程曲线上同方向第一个波的峰值与第二个波的峰值之比。余差是指过渡过程终了时，被控变量所达到的新的稳态值与设定值之间的差值。过渡时间是指控制系统受到扰动作用后，被控变量从原稳定状态回复到新的平衡状态所经历的最短时间。振荡周期是指过渡过程同向两波峰之间的间隔时间，其倒数为振荡频率，在衰减比相同的条件下，周期与过渡时间成正比，一般希望振荡周期短一些好。

自动控制系统按照不同的特征和标准，有不同的分类方法。按控制系统的结构，可分为开环控制系统、闭环控制系统和复合控制系统。按给定信号的形式，可将控制系统划分为恒值控制系统和随动控制系统。按系统参数是否随时间变化，可以将控制系统分为定常系统和时变系统。按控制系统的动态特性分类，可分为线性控制系统和非线性控制系统。按控制系统闭环回路的数目分类，可分为单回路控制系统和多回路控制系统。按照输入信号和输出信号的数目分类，可将系统分为单输入单输出系统和多输入多输出系统。按控制动作和时间的关系分类，可分为连续控制系统和离散控制系统。

在输入量的作用下，系统的输出变量由初始状态达到最终稳态的中间变化过程称过渡过程，又称瞬态过程。过渡过程结束后的输出响应称为稳态过程。系统的输出响应由过渡过程和稳态过程组成。过渡过程是指对于任何一个控制系统，扰动作用是不可避免的客观存在，系统受到扰动作用后，其平衡状态被破坏，被控变量就要发生波动，在自动控制作用下，经过一段时间，使被控变量回复到新的稳定状态。把系统从一个平衡状态进入另一个平衡状态之间过程。

对自动控制系统品质指标的基本要求可以归纳为三个字：稳、准、快。

**稳：**是指系统的稳定性。稳定性是系统重新恢复平衡状态的能力。任何一个能够正常工作的控制系统，首先必须是稳定的。稳定是对自动控制系统的最低基本要求。

但由于闭环控制系统有反馈作用，控制过程有可能出现振荡或发散。

**准：**是对系统稳态（静态）性能的要求。对一个稳定的系统而言，当过渡过程结束后，系统输出量的实际值与期望值之差称为稳态误差，是衡量系统控制精度的重要指标。稳态误差越小，系统的准确性越好。

快：是对系统动态性能（过渡过程性能）的要求。描述系统动态性能可以用平稳性和快速性加以衡量。平稳指系统由初始状态运动到新的平衡状态时，具有较小的过调和振荡性；快速指系统运动到新的平衡状态所需要的调节时间较短。动态性能是衡量系统质量高低的重要指标。

各种不同系统对三项性能指标的要求会有所侧重。例如恒值系统一般对稳态性能限制比较严格，随动系统一般对动态性能要求较高。控制系统设计的主要步骤如下：

- (1) 控制系统设计目标的设定。
- (2) 对被控对象的分析及建立数学模型。
- (3) 控制系统设计方案的决定。
- (4) Simulink 仿真。
- (5) 编写控制代码。
- (6) 控制器硬件实现。

## 1.2 非线性系统理论基础

在现代控制工程中，任何实际控制系统都是非线性的，线性只是在一定程度上和一定范围内对系统的近似描述。在实际生活中，最真实的动态系统也是非线性的，所以设计和控制非线性系统具有很大的发展前景。但在控制理论发展的初期，一方面由于对控制系统的精确度和性能要求都不高，所以当控制系统的非线性因素被局部线性化或者被忽略后，在一定范围内系统仍然可以达到对控制的要求；另一方面也由于非线性动力学的发展和非线性系统结构的复杂性，对非线性系统的设计和控制也没有线性系统那么快。因此，非线性系统并没有像线性系统那样形成系统的、完善的理论体系。

线性系统有很多种不同形式的标准型，而且相互间可以转化。与线性系统相比，非线性系统的情况就变得很复杂了，对非线性系统有多种描述方法，但是相互间并不都能转化。

### 1.2.1 非线性系统的数学描述

通常一个非线性系统可以描述成如下的微分方程<sup>[2]</sup>：

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x, u, t) \\ y(t) &= h(x, u, t)\end{aligned}\quad (1-1)$$

式中： $x$ ——状态向量， $x \in R^n$ ；

$y$ ——输出向量， $y \in R^q$ ；

$f(\cdot)$  与  $h(\cdot)$ ——向量函数。

值得指出的是，系统的状态方程一般指式 (1-1) 中的式  $\dot{x}(t) = f(x, u, t)$ ，而式  $y(t) = h(x, u, t)$  通常称为系统的输出方程。但需要注意的是，这里的输出  $y$  有时并不是仅仅指整个系统的实际输出信号，经常还包括了我们所关心的那部分状态的测量信号。

需要指出的是，对式 (1-1) 中描述的非线性系统  $S$ ，我们总是假设系统的状态向量  $x(t)$  可以由初值  $x_0$  与输入函数  $u(t)$  唯一的确定。另外，我们设输入函数  $u(t)$  在任何有限的

时间区间内都是有界的。实际上,在任何控制设计中几乎都会这么要求。在反馈控制设计中,输入函数  $u(t)$  可能是状态向量  $x(t)$  的函数<sup>[3]</sup>。



图 1-2 系统 (1-1) 的输入输出表示

非线性系统有很多种描述方法,有时可以依据不同的研究利用不同的描述方法来表示。如图 1-2 所示,有时我们直接用  $y = Su$  这样的算子描述来简单的表达这一系统,用来直接讨论该系统的输入输出特性。但是要注意的是,这时系统内部的初始状态  $x_0 = x(0)$  并没有显示出来,然而在分析过程中,我们却往往不能够忽略这种初始条件。我们都知道,对线性系统来说,除状态

空间描述外,利用微分方程对输入输出进行描述也是一种常用的方法。对于单输入单输出 (SISO) 非线性系统,类似的描述也是值得我们注意的:

$$y^{(n)} = \phi(x, z, t) \quad (1-2)$$

其中,  $x = [y \ \dot{y} \ \dots \ y^{(n-1)}]^T$ ;  $z = [u \ \dot{u} \ \dots \ u^{(m)}]^T$ 。这里  $(\cdot)^i$  指  $i$  阶导数,  $[\cdot]^T$  表示转置。

对式 (1-2) 所表示的系统,一般作如下假设:

- (1) 函数  $\phi(\cdot) \in C^1$ ;
- (2) 满足正则条件:

$$\frac{\partial \phi}{\partial u^{(m)}} \neq 0$$

显然,式 (1-2) 可以退化为如下线性系统:

$$y^{(n)} = -a_{n-1}y^{(n-1)} - \dots - a_1y^{(1)} - a_0y + b_m u^{(m)} + \dots + b_0u$$

通常式 (1-2) 所示的描述方法称为微分输入输出描述<sup>[1]</sup>。

我们知道,对线性系统,状态空间描述和输入输出描述在一定的条件下可以相互转换。对于非线性系统,有时也有相类似的转化。例如对 SISO 系统 (1-2),如果定义:

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T = [y \ \dot{y} \ \dots \ y^{(n-1)}]^T$$

并在系统的输入端进一步推广  $m$  个积分器,定义积分器状态:

$$z = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_m]^T = [u \ \dot{u} \ \dots \ u^{(m)}]^T, v = u^{(m)}$$

则系统 (1-1) 可以转化为:

$$\dot{x}_i = x_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1.$$

$$\dot{x}_n = \phi(x, z, v, t)$$

$$\dot{z}_j = z_{j+1}, \quad j = 1, 2, \dots, m-1.$$

$$\dot{z}_m = v$$

$$y = x_1$$

显然这就成为了系统 (1-1) 的特殊形式。

对于常见的非线性系统,其形式通常可以用式 (1-1) 来表示。如果系统 (1-1) 表示时不变系统时,那么式 (1-1) 中的  $f(\cdot)$  将不显示时间  $t$ , 这时系统变为:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x, u) \\ y(t) &= h(x, u) \end{aligned} \quad (1-3)$$

系统 (1-3) 表示了非常广泛的一类非线性系统,它包括了下面几种常见的特殊形式<sup>[1]</sup>:

(1) 仿射非线性系统。

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x) + g(x)u \\ y(t) &= h(x) + j(x)u\end{aligned}\quad (1-4)$$

(2) Lurie 系统。

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax + bf(u) \\ y &= c^T x\end{aligned}\quad (1-5)$$

(3) 静态非线性系统。

$$y = \varphi(u) \quad (1-6)$$

(4) 线性系统。

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\quad (1-7)$$

可以看出，式(1-4)仿射非线性系统中的状态方程和输出方程，关于输入信号  $u$  是线性的，但对状态是非线性的。其实线性系统本身就是仿射非线性系统的特殊情况。在式(1-6)静态非线性系统中，输出直接是输入信号的某个函数，没有内部状态。Lurie 系统(1-5)是一类广为讨论的带有非线性控制的系统，可以被看成是线性单变量系统和静态非线性系统的串连接<sup>[2]</sup>。一般地，在实际操作或计算时，非线性系统的模型通常是由非线性差分方程或非线性微分方程来给出，而在对此类模型进行辨别时，常常采用线性化，将它们展开成特殊的函数等方法。

### 1.2.2 非线性系统的基本特性

与线性系统相比，非线性系统具有的一个区别于它的最主要的特征是，叠加原理不再适用于非线性系统，由于这个性质，就导致了非线性系统在学习和研究上的复杂性。也因为非线性系统的复杂性，致使其理论的发展与线性系统理论相比，显得稚嫩和零散。非线性系统本身的复杂性及其数学处理上的一些困难，造成了到现在为止仍然没有一种普遍的方法可以用来处理所有类型的非线性系统。

由于非线性现象能反映出非线性系统的运动本质，所以非线性现象是非线性系统所研究的对象。但是用线性系统理论的知识却是无法来解释这类现象的，其主要缘故在于非线性系统现象有自激振荡、跳跃谐振、分谐波振荡、多值响应、频率对振幅的依赖、异步抑制、频率插足、混沌和分岔等。

非线性系统与线性系统相比较，其具有了一系列新的特点：

(1) 叠加原理不再适用于非线性系统，但是具有叠加性和齐次性却是线性系统的最大特征。

(2) 非线性系统经常会产生持续震荡，即所谓的自持振荡；而线性系统运动的状态有两种：收敛和发散。

(3) 从输入信号的响应来看，输入信号不会对线性系统的动态性能产生任何影响，但是输入信号却能影响非线性系统的动态性能。而且对于非线性系统来说，系统的输出可能会产生变形和失真。

(4) 从系统稳定性角度来说，输入信号的种类和大小以及非线性系统的初始状态，对非

线性系统的稳定性都有影响，但是在线性系统中，系统的参数及结构就决定了系统的稳定性，且系统的输入信号和初始状态对系统的稳定性没有丝毫关系。

(5) 当正弦函数为输入信号时，非线性系统的输出是会有高次谐波的函数，而且函数的周期是非正弦周期的，就是说系统的输出会产生倍频、分频、频率侵占等现象，但是对线性系统来说，当输入信号为正弦函数时，系统的输出是同频率的正弦函数，也是一个稳态过程，两者仅在相位和幅值上不同。

(6) 在非线性系统中，互换系统中存在的串联环节，也许将导致输出信号发生彻底的改变，或者将使稳定的系统变为成一个不稳定的，但是对于线性系统来说，系统输出响应并不会由于互换串联环节而发生变化。

(7) 非线性系统的运动方式比线性系统要复杂得多，在一定的条件下，非线性系统会有一些特殊的现象，如突变、分岔、混沌。

由于现在还没有普遍性的系统性的数学方法，可以用来处理非线性系统的问题，所以对非线性系统的分析要比线性系统复杂很多。从数学角度来看，非线性系统解的存在性和唯一性都值得研究；从控制方面来看，即使现为止的研究方法有不少，但能通用的方法还是没有。从工程应用方面来看，很多系统的输出过程是很难能精确求解出来的，所以一般只考虑下面3种情况：第一，系统是不是稳定的；第二，系统是不是会产生自激振荡以及自激振荡的频率和振幅的计算方法；第三，怎么样来限制系统自激振荡的幅值以及用什么方法来消除它。例如，一个频率是 $\omega$ 的自激振荡可被另一个频率是 $\omega_1$ 的振荡抑制下去，这种异步抑制现象已被用来抑制某些重型设备的伺服系统中由于齿隙引起的自振荡。

### 1.3 非线性控制研究发展现状

传统的非线性研究是以死区、饱和、间隙、摩擦和继电特性等基本的、特殊的非线性因素为研究对象的，主要方法是相平面法和描述函数法。相平面法是Poincare于1885年首先提出的一种求解常微分方程的图解方法。通过在相平面上绘制相轨迹，可以求出微分方程在任何初始条件下的解。它是时域分析法在相空间的推广应用，但仅适用于一、二阶系统。描述函数法是P. J. Daniel于1940年提出的非线性近似分析方法。其主要思想是在一定的假设条件下，将非线性环节在正弦信号作用下的输出用一次谐波分量来近似，并导出非线性环节的等效近似频率特性（描述函数），非线性系统就等效为一个线性系统。描述函数法不受系统阶次的限制，但它是一种近似方法，难以精确分析复杂的非线性系统。

非线性系统的稳定性分析理论主要有绝对稳定性理论、李亚普诺夫稳定性理论和输入输出稳定性理论。绝对稳定性的概念是由苏联学者鲁里叶与波斯特尼考夫提出的，其中最有影响的是波波夫判据和圆判据，但难以推广到多变量非线性系统。李亚普诺夫稳定性理论是俄国天才的数学家李亚普诺夫院士于1892年在他的博士论文里提出的，现在仍被广泛应用。但它只是判断系统稳定性的充分条件，并且没有一个构造李亚普诺夫函数的通用的方法。输入输出稳定理论是由I. W. Sanberg和G. Zames提出的。其基本思想是将泛函分析的方法应用于一般动态系统的分析中，而且分析方法比较简便，但得出的稳定性结论是比较笼统的概念。

20世纪60年代之后,非线性控制有了较大发展,如自适应控制、模型参考控制、变结构控制等,这些方法大多与Lyapunov方法相关。可以认为是Lyapunov方法在控制领域的丰富成果。20世纪80年代以后,非线性控制的研究进入了一个兴盛时期。这一时期非线性控制理论研究的基本问题、方法和现状主要表现为以下几个方面:

### 1.3.1 变结构控制方法

苏联学者邬特金和我国的高为炳教授比较系统地介绍了变结构控制的基本理论。变结构控制方法通过控制作用首先使系统的状态轨迹运动到适当选取的切换流形,然后使此流形渐近运动到平衡点,系统一旦进入滑动模态运动,在一定条件下,就对外界干扰及参数扰动具有不变性。系统的综合问题被分解为两个低维子系统的综合问题,即设计变结构控制规律,使得系统在有限时间内到达指定的切换流形和选取适当的切换函数确保系统进入滑动模态运动以后具有良好的动态特性。由系统不确定因素及参数扰动的变化范围可以直接确定出适当的变结构反馈控制律解决前一问题。而后一低阶系统综合问题可以用常规的反馈设计方法予以解决。由于变结构控制不需要精确的模型和参数估计的特点,因此这一控制方法具有算法简单、抗干扰性能好、容易在线实现等优点,适用于不确定非线性多变量控制对象。

以滑动模态为基础的变结构控制,早期的工作主要由苏联学者完成,这一阶段主要以误差及其导数为状态变量,研究SISO线性对象的变结构控制和二阶线性系统。研究的主要方法是相平面分析法。20世纪60年代,研究对象扩展到MIMO系统和非线性系统,切换流形也不限于超平面,但由于当时硬件技术的滞后,这一阶段的主要研究工作,仅限于基本理论的研究。到了20世纪80年代,随着计算机和大功率电子器件等技术的发展,变结构控制的研究进入了一个新的时代。以微分几何为主要工具发展起来的非线性控制思想极大地推动了变结构控制理论的发展,如基于精确输入/状态和输入/输出线性化及高阶滑模变结构控制律等都是近十余年来取得的成果。所研究的控制对象也已涉及到离散系统、分布参数系统、广义系统、滞后系统、非线性大系统等众多复杂系统。变结构控制研究的主要问题有以下几点:

#### (1) 受限系统变结构控制。

许多实际控制系统需要考虑与外部环境的接触因素。描述这类系统的动态往往带有一定的约束或限制条件,故称为受限系统。约束条件分为完整和非完整约束两大类。完整约束上只与受控对象的几何位置有关,且由代数方程描述,经过积分运算可使约束得到简化,从而可以分解出若干个状态变量,将原始系统转化为一低阶无约束系统,故其控制问题与无约束系统相比没有太大困难。而非完整约束本质上为动态约束,由于不能通过积分等运算将其转化为简单的代数运算方程,使其控制及运动规划等问题变的相当困难。此外还有一些新的特点:如不能采用光滑或连续的纯状态反馈实现状态的整体精确线性化,但通过适当的输出映射选取,可以实现输入/输出的精确线性化;在光滑的纯状态反馈下不能实现平衡点的渐近稳定,但采用非光滑或时变状态反馈却可以实现。

#### (2) 模型跟踪问题。

采用最优控制理论设计多变量控制系统遇到两个问题:第一,很难用性能指标指定设计目的。第二,对象参数往往有大范围扰动。克服第一个困难的有效方法之一是采用“线性模型跟踪控制”、基本思想是将一刻化设计目标的参考模型作为系统的一部分,使受控对象与

参考模型状态间的误差达到最小化。但不能克服第二个困难，为使系统在参数变化情况下，保持优良品质，一种有效的方法是“自适应模型跟踪控制”，其主要设计方法：Lyapunov 直接法和超稳定法。

虽然变结构控制理论 40 年来取得了很大的进展，而且具有良好的控制特性，但是仍有许多问题没解决，其振颤问题给实际应用带来了不利的影响。为了克服这种缺陷，许多学者致力于改善振颤问题的研究，特别是变结构控制与智能控制方法，如模糊控制、神经网络等先进控制技术的综合应用尚处在初步阶段，绝大多数研究还仅限于数值仿真阶段。在应用研究方面，大多限于电机、机器人的控制等方法。目前的主要研究内容大都集中在受限系统变结构控制、模型跟踪问题的变结构控制、离散时间系统的变结构控制、模糊变结构控制等方面。

### 1.3.2 反馈线性化方法

反馈线性化方法是近 20 年来非线性控制理论中发展比较成熟的主法，特别是以微分几何为工具发展起来的精确线性化受到了普遍的重视。其主要思想是：通过适当的非线性状态和反馈变换，使非线性系统在一定条件下可以实现状态或输入/输出的精确线性化，从而将非线性系统的综合问题转化为线性系统的综合问题。它与传统的利用泰勒展开进行局部线性化近似方法不同，在线性化过程中没有忽略掉任何非线性项，因此这种方法不仅是精确的，而且是整体的，即线性化对变换有定义的区域都适用。

#### (1) 微分几何方法。

该方法是通过微分同胚映射实现坐标变换，根据变换后的系统引入非线性反馈，实现非线性系统的精确线性化，从而将非线性问题转化为线性系统的综合问题。该方法适合于仿射非线性系统。

#### (2) 逆系统方法。

该方法的基本思想是：通过求取被控过程的逆过程，将之串联在被控过程前面，得到解耦的被控对象，然后再用线性系统理论进行设计。由于系统可逆性概念是不局限于系统方程的特点形式，而具有一定的普遍性，概念和方法容易理解，也避免了微分几何或其他抽象的专门性数学理论的引入，从而形成了一种简明的非线性控制理论分支。逆系统方法研究的基本问题是：一个系统是否可逆，如何获得一个系统的逆系统，逆系统结构的物理可实现等问题。

#### (3) 直接反馈线性化 (DFL) 方法。

该方法的基本思想是：选择虚拟控制量，从而抵消原系统中的非线性因素，使系统实现线性化。这种方法不需要进行复杂的非线性坐标变换，物理概念清楚，数学过程简明，便于工程界掌握。该方法不仅适用于仿射非线性系统，而且对于非仿射形非线性系统以及一类非光滑非线性系统均可适用。研究的基本问题有：如何应用 DFL 理论使系统线性化，线性化以后能否由虚拟输入量的表达式中求得非线性反馈控制律，线性化以后系统的性质（如可接性、可观性）如何。反馈线性化方法为解决一类非线性系统的分析与综合问题提供了强有力的手段，但是这些方法都要求有苛刻的条件，且结构复杂，有时很难获得所需的非线性变换；另一方面许多实际系统具有非完整约束的力学系统，不再满足精确线性化方法中的条件要求，因而非线性系统的近似处理方法具有相当的理论与应用意义。



非线性控制理论发展至今已取得了丰硕的研究成果,并得到了广泛的应用,但由于非线性系统的复杂性,非线性系统的分析是十分复杂与困难的,在许多问题面前,非线性理论显得无能为力,面临着一系列严峻的挑战。例如,当被控对象相对复杂时,用以上方法控制系统时会出现计算繁琐且计算量巨大等问题,这导致设计控制器比较困难。另一个难题就是被控对象的建模存在不确定性,如果想用以上固有的方法,就必须先获得精确的数学模型。但在真实的控制系统中,由于不可测扰动和外界干扰的存在,通常得不到精确模型。为了解决这些非线性系统控制中出现的难题,很多学者仍在研究更好的解决方案。

### 1.3.3 基于算子理论的鲁棒控制方法

本书所介绍的是基于演算子理论的鲁棒右互质分解方法。此方法起源于线性系统的互质分解理论。20世纪70年代初,Rosenbrock将互质分解理论引入到多变量系统,此后,线性互质分解理论被广泛运用到系统镇定和鲁棒稳定性研究中。Youla参数化公式是将控制器和对象分别左右互质分解,从而得到镇定被控对象控制器的表达式<sup>[4]</sup>。之后,Nett等人将对象进行左分解和右分解,并得出被控对象的Bezout恒等式因子的状态空间表达式,这些研究成果为 $H^\infty$ 频率法的研究做好了理论基础<sup>[5-6]</sup>。线性互质分解方法现已基本完善。非线性系统的互质分解方法是从线性互质分解理论中进入改进得到的。由于非线性系统与线性系统有很多不同,线性系统的一些理论运用到非线性系统中并不合适。如果想在非线性系统上运用线性系统理论,需要理论和实验论证成立。在线性系统中,左互质分解和右互质分解的研究是一致的,其都与Bezout恒等式一致,而在非线性系统中却不同,其中右互质分解与Bezout等式对应,但左互质分解就没有这种对应关系了。现今,对非线性互质分解的研究逐渐被学者重视,他们的研究主要有两大类,一类是输入—输出方法研究,另一类是用状态空间的方法研究。虽然这对非线性右互质分解的研究尚不完善,但其应用的演算子是定义在扩展的Banach空间上更一般的Lipschitz演算子,能够更好地处理演算子的逆、因果性、稳定性问题;所用的演算子可以是线性的也可以是非线性的,可以是有限维的也可以是无限维的,可以是频域也可是时域的,应用范围广,其优势使很多学者投身对它研究。

DeFigueiredo最先给出了非线性算子的准确概念<sup>[7]</sup>;之后Chen提出了鲁棒右互质分解性的概念,建立了系统的鲁棒右互质分解性与鲁棒稳定性之间的关系,而且证明了在满足Bezout等式的条件下才能进行右互质分解<sup>[8]</sup>。Chen利用Lipschitz算子,得出了一类非线性系统具有鲁棒右互质分解性的充分必要条件。Deng对此又进行了更深层的研究,讨论了非线性系统鲁棒右互质分解的可实现性。Deng在2008年提出了基于算子理论的鲁棒右互质分解方法,并讨论解决非线性控制跟踪及故障检测等问题,得到了较好的结果<sup>[9]</sup>。之后,毕淑慧、温盛军等在此基础上又做了进一步研究<sup>[10]</sup>。基于算子理论的控制系统设计优点在于:应用的演算子比定义在扩展的Banach空间上更一般的Lipschitz算子,能够更好地处理演算子的逆、因果性、稳定性问题;所用的演算子可以是线性的也可以是非线性的,可以是有限维的,也可以是无限维的,可以是频域,也可是时域的,应用范围广;对于不确定性的控制用一个范数不等式来限定,对设计反馈控制系统保持鲁棒稳定性提出了新概念;对于系统优化设计问题,所采用的控制器能够同时保持鲁棒稳定性与跟踪性能<sup>[11-12]</sup>。目前,此方法已经被逐步拓展到复杂系统的研究。因此,本书主要在于讲述基于算子理论的非线性控制系统设计,及