经典教材全新改版，二十多年畅销不衰

累计销售六十万册，七百多所高校选用

数字信号处理教程习题分析与解答

（第五版）

程佩青　李振松　编著

清華大學出版社

数字信号处理教程习题分析与解答

（第五版）

程佩青　李振松　编著

清華大學出版社
北　京

内容简介

本书是《数字信号处理教程(第五版)》及《数字信号处理教程(第五版)MATLAB版》(程佩青编著，清华大学出版社出版)的全部习题的题解，题解较为全面细致，在每道题的题解前面都有简要的分析或提示。

本书可作为高等院校电子信息类、自动化类、电气类等专业的“数字信号处理”课程的教学参考书，也可作为相关专业的科技工作者的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理教程习题分析与解答/程佩青，李振松编著．—5版．—北京：清华大学出版社，2018
ISBN 978-7-302-49610-6

Ⅰ．①数… Ⅱ．①程… ②李… Ⅲ．①数字信号处理－高等学校－题解 Ⅳ．①TN911.72-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第026145号

责任编辑：文 怡
封面设计：台禹微
责任校对：时翠兰
责任印制：沈 露

出版发行：清华大学出版社
网 址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地 址：北京清华大学学研大厦A座 **邮 编**：100084
社 总 机：010-62770175 **邮 购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
课件下载：http://www.tup.com.cn，010-62795954
印 装 者：北京密云胶印厂
经 销：全国新华书店
开 本：185mm×260mm **印 张**：22.75 **插 页**：1 **字 数**：556千字
版 次：2002年7月第1版 2018年3月第5版 **印 次**：2018年3月第1次印刷
印 数：1～2000
定 价：69.00元

产品编号：077205-01

第五版前言

本书是《数字信号处理教程(第五版)》(简称教程)及《数字信号处理教程(第五版)MATLAB版》(简称教程M版)(程佩青编著,清华大学出版社出版)的全部习题的解析,每道习题解答前都有简要的分析或提示。

本题解对深入理解"数字信号处理"课程的基础理论、基本概念,掌握和运用数字信号处理的基本分析、设计方法,提高解决实际问题的能力很有助益。同时,它能提供对学习效果的核对和检查。但是,我们还是希望读者在做习题时,能独立思考、独立求解,不要一味依赖这本题解,而是把它作为对你的解答的一种提示和核对工具,这是本书的初衷。

本题解中的习题题号(无括号)与教程M版中的习题题号一致,凡是括号内的习题题号则是教程中的习题题号。教程第6章的题解分别放在本题解的第6章与第7章中,教程第7、8、9三章的题解分别放在本题解的第8、9、10三章题解中。

本题解中,在两种教程习题题号共有的情况下,例如1.21(1.21),其引用的教程中的公式号,若不加说明,就表示是两种教程共有的公式号。若只有一种习题题号,则引用的就是相应教程的公式号。

本题解只提供一种解法,相信读者一定会有更好的解法。题解中肯定会有不妥或错误之处,欢迎广大读者批评指正。

配合主教材,本题解可作为高等院校电子信息类、自动化类、电气类等专业"数字信号处理"课程的教学参考书,也可作为相关专业的科技工作者的参考资料。

作　者

2017年10月

习题MATLAB程序下载

目　录

第1章 离散时间信号与系统

1.1(1.1)[*] 直接计算下面两个序列的卷积和 $y(n)=x(n)*h(n)$：

$$h(n)=\begin{cases}a^n, & 0\leqslant n\leqslant N-1\\ 0, & 其他\ n\end{cases}$$

$$x(n)=\begin{cases}\beta^{n-n_0}, & n\geqslant n_0\\ 0, & n<n_0\end{cases}$$

请用公式表示。

分析

① 卷积和的求和式中 m 是哑变量(n 看作参量),结果 $y(n)$中 n 是变量。

$$\begin{aligned}y(n)&=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)\\&=\sum_{m=-\infty}^{\infty}h(m)x(n-m)\end{aligned}$$

② 分为四步：翻褶($-m$),移位(n),相乘,相加。求得一个 n 的 $y(n)$值。同理可求出所有 n 的 $y(n)$值。

③ 因为在 n 的不同时间段上求和范围不同,所以要分段求解。

解

$$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)$$

(1) 当 $n<n_0$ 时,$y(n)=0$。

(2) 当 $n_0\leqslant n\leqslant n_0+N-1$ 时,两序列部分重叠,因而

若 $\alpha\neq\beta$,则

$$\begin{aligned}y(n)&=\sum_{m=n_0}^{n}x(m)h(n-m)\\&=\sum_{m=n_0}^{n}\beta^{m-n_0}\alpha^{n-m}=\frac{\alpha^n}{\beta^{n_0}}\sum_{m=n_0}^{n}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^m\\&=\alpha^n\beta^{-n_0}\frac{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{n_0}-\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{n+1}}{1-\frac{\beta}{\alpha}}\\&=\frac{\alpha^{n+1-n_0}-\beta^{n+1-n_0}}{\alpha-\beta}\end{aligned}$$

---

* 括号外题号为教程 MATLAB 版对应的题号,括号中题号为教程对应的题号,全书均按此处理,说明详见前言。

若 $\alpha=\beta$,则

$$y(n)=\alpha^{n-n_0}(n+1-n_0)$$

(3) 当 $n\geqslant n_0+N-1$ 时,两序列全重叠,因而

若 $\alpha\neq\beta$,则

$$\begin{aligned}y(n)&=\sum_{m=n-N+1}^{n}x(m)h(n-m)\\&=\sum_{m=n-N+1}^{n}\beta^{m-n_0}\alpha^{n-m}=\frac{\alpha^n}{\beta^{n_0}}\sum_{m=n-N+1}^{n}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^m\\&=\alpha^n\beta^{-n_0}\frac{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{n-N+1}-\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{n+1}}{1-\frac{\beta}{\alpha}}\\&=\beta^{n+1-N-n_0}\frac{\alpha^N-\beta^N}{\alpha-\beta}\end{aligned}$$

若 $\alpha=\beta$,则

$$y(n)=N\alpha^{n-n_0}$$

1.2(1.2) 已知线性移不变系统的输入为 $x(n)$,系统的单位抽样响应为 $h(n)$,试求系统的输出 $y(n)$,并画图。

(1) $x(n)=\delta(n)$, $h(n)=R_5(n)$

(2) $x(n)=R_3(n)$, $h(n)=R_4(n)$

(3) $x(n)=\delta(n-2)$, $h(n)=0.5^nR_3(n)$

(4) $x(n)=2^nu(-n-1)$, $h(n)=0.5^nu(n)$

(5) $x(n)=\delta(n)-\delta(n-3)$, $h(n)=0.8u(n-1)$

分析

① 如果是因果序列,$y(n)$ 可表示成 $y(n)=\{y(0),y(1),y(2),\cdots\}$。例如,小题(2)的结果可表示为 $y(n)=\{1,2,3,3,2,1\}$。

② $\delta(n)*x(n)=x(n)$,$\delta(n-m)*x(n)=x(n-m)$。

③ 卷积和求解时,对 n 要分段处理。

解

(1) $y(n)=x(n)*h(n)=R_5(n)$

(2) $y(n)=x(n)*h(n)=\{1,2,3,3,2,1\}$

(3) $y(n)=\delta(n-2)*0.5^nR_3(n)=0.5^{n-2}R_3(n-2)$

(4) $x(n)=2^nu(-n-1)$, $h(n)=0.5^nu(n)$

得

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{-1}0.5^{n-m}2^m=\frac{1}{3}\cdot 2^{-n},\quad n\geqslant 0$$

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{n}0.5^{n-m}2^m=\frac{4}{3}\cdot 2^n,\quad n\leqslant -1$$

$$(5)\ y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{n}[\delta(m)-\delta(m-3)]\cdot 0.8u(n-m-1)$$
$$=0.8u(n-1)-0.8u(n-4)$$
$$=0.8R_3(n-1)$$

作图如图 P1.2 所示。

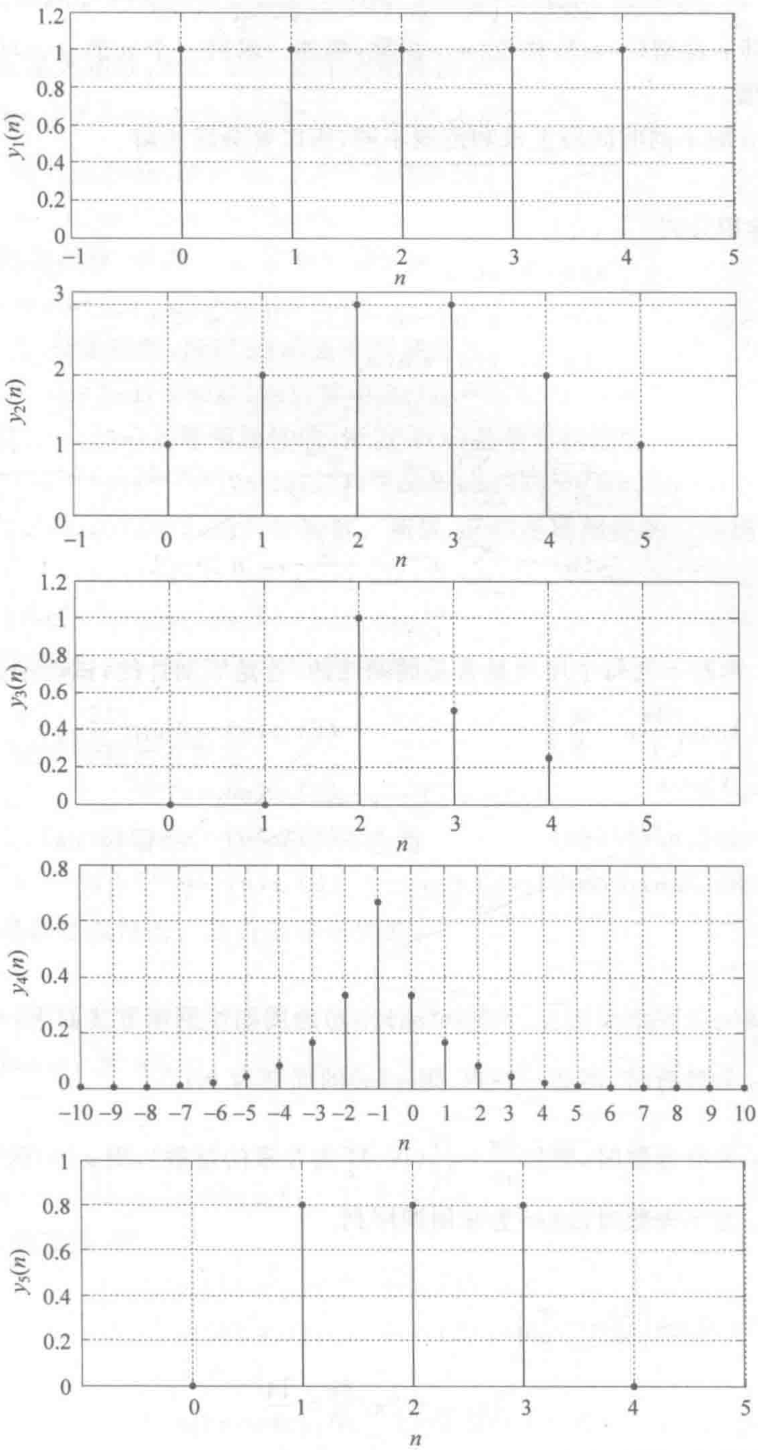

图　P1.2

1.3(1.3) 已知 $h(n)=a^{-n}u(-n-1)$，$0<a<1$，通过直接计算卷积和的办法，试确定单位抽样响应为 $h(n)$的线性移不变系统的阶跃响应。

分析

① 卷积和的求和式中 m 是哑变量(n 看作参量)，结果 $y(n)$中 n 是变量。

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}h(m)x(n-m)$$

② 分为四步：翻褶($-m$)，移位(n)，相乘，相加。求得一个 n 的 $y(n)$值。同理可求出所有 n 的 $y(n)$值。

③ 因为在 n 的不同时间段上求和范围不同，所以要分段求解。

解

由题意和卷积公式

$$x(n)=u(n)$$
$$h(n)=a^{-n}u(-n-1),\quad 0<a<1$$
$$y(n)=x(n)*h(n)$$

得

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{n}a^{-m}=\frac{a^{-n}}{1-a},\quad n\leqslant -1$$

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{-1}a^{-m}=\frac{a}{1-a},\quad n>-1$$

1.4(1.4) 判断下列每个序列是否是周期性的，若是周期性的，试确定其周期。

(1) $x(n)=A\cos\left(\frac{3\pi}{7}n-\frac{\pi}{8}\right)$ (2) $x(n)=A\sin\left(\frac{13}{3}\pi n\right)$

(3) $x(n)=e^{j\left(\frac{n}{6}-\pi\right)}$ (4) $x(n)=e^{j8\pi n/\sqrt{3}}$

(5) $x(n)=\sin(\pi n/7)/(\pi n)$ (6) $x(n)=\sin(24n-\pi)$

(7) $x(n)=\sin(3\pi n)+\cos(15n)$ (8) $x(n)=e^{j3\pi n/4}+e^{j5\pi n/7}$

(9) $x(n)=e^{j4\pi n/7}$

分析

$x(n)=A\cos(\omega_0 n+\psi)$或 $x(n)=A\sin(\omega_0 n+\psi)$的周期性判断方法如下：

① 当 $2\pi/\omega_0$ 为整数时，例如$\frac{2\pi}{\omega_0}=N$，则 $x(n)$的周期为 N；

② 当 $2\pi/\omega_0$ 为有理数时，例如$\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{N}{M}$($N$、$M$ 为互素的整数)，则 $x(n)$的周期为 N；

③ 当 $2\pi/\omega_0$ 为无理数时，$x(n)$为非周期序列。

解

(1) 由 $x(n)=A\cos\left(\frac{3\pi}{7}n-\frac{\pi}{8}\right)$

可得
$$2\pi/\omega_0=2\pi/\frac{3\pi}{7}=\frac{14}{3}$$

所以 $x(n)$是周期性的，周期为 14。

(2) 由 $x(n)=A\sin\left(\frac{13}{3}\pi n\right)$

可得
$$2\pi/\omega_0=2\pi/\frac{13}{3}\pi=\frac{6}{13}$$

所以 $x(n)$ 是周期性的,周期为 6。

(3) 由 $x(n)=e^{j\left(\frac{6}{n}-\pi\right)}=\cos\left(\frac{n}{6}-\pi\right)+j\sin\left(\frac{n}{6}-\pi\right)=-\cos\frac{n}{6}-j\sin\frac{n}{6}$

可得 $2\pi/\omega_0=12\pi$ 是无理数,所以 $x(n)$ 是非周期性的。

(4) 由 $x(n)=e^{j8\pi n/\sqrt{3}}=\cos(8\pi n/\sqrt{3})+j\cdot\sin(8\pi n/\sqrt{3})$

可得 $2\pi/\omega_0=\sqrt{3}/4$ 是无理数,所以 $x(n)$ 是非周期性的。

(5) 由 $x(n)=\sin(\pi n/7)/\pi n=7\mathrm{Sa}(\pi n/7)$

因为 $\mathrm{Sa}(t)$ 为非周期函数,所以 $x(n)$ 是非周期性的。

(6) 由 $x(n)=\sin(24n-\pi)=-\sin(24n)$

可得 $2\pi/\omega_0=\pi/12$,是无理数,所以 $x(n)$ 是非周期性的。

(7) 由 $x(n)=\sin(3\pi n)+\cos(15n)$,其中 $2\pi/\omega_1=2/3$,$2\pi/\omega_2=2\pi/15$

可知对 $x(n)$ 来说,$\cos(15n)$ 是非周期性的,所以 $x(n)$ 是非周期性的。

(8) 由 $x(n)=e^{j3\pi n/4}+e^{j5\pi n/7}=[\cos(3\pi n/4)+\cos(5\pi n/7)]+j[\sin(3\pi n/4)+\sin(5\pi n/7)]$

可得 $2\pi/\omega_1=8/3$,$2\pi/\omega_2=14/5$,均为有理数。所以 $x(n)$ 是周期性的。周期是 8 和 14 的最小公倍数 56。

(9) 由 $x(n)=e^{j4\pi n/7}=\cos(4\pi n/7)+j\sin(4\pi n/7)$

可得 $2\pi/\omega_0=7/2$,所以 $x(n)$ 是周期性的,周期是 7。

1.5(1.5) 设系统差分方程为
$$y(n)=ay(n-1)+x(n)$$
其中 $x(n)$ 为输入,$y(n)$ 为输出。当边界条件选为

(1) $y(0)=0$　　　　(2) $y(-1)=0$

时,试判断系统是否是线性的。是否是移不变的。

分析

已知边界条件,而且没有限定序列类型(如因果序列、反因果序列等),则递推求解必须向两个方向进行($n\geqslant0$ 及 $n<0$)。

解

(1) $y_1(0)=0$

(a) 设 $x_1(n)=\delta(n)$,$y_1(n)=ay_1(n-1)+x_1(n)$

① 向 $n>0$ 处递推,则
$$y_1(1)=ay_1(0)+x_1(1)=0$$
$$y_1(2)=ay_1(1)+x_1(2)=0$$
$$\vdots$$
$$y_1(n)=ay_1(n-1)+x_1(n)=0$$

得

$$y_1(n)=0,\quad n\geqslant 0$$

② 向 $n<0$ 处递推，将 $y_1(n)$ 加以变换，即把

$$y_1(n+1)=ay_1(n)+x_1(n+1)$$

变换成

$$y_1(n)=\frac{1}{a}[y_1(n+1)-x_1(n+1)]$$

因而

$$y_1(-1)=\frac{1}{a}[y_1(0)-x_1(0)]=-a^{-1}$$

$$y_1(-2)=\frac{1}{a}[y_1(-1)-x_1(-1)]=-a^{-2}$$

$$y_1(-3)=\frac{1}{a}[y_1(-2)-x_1(-2)]=-a^{-3}$$

$$\vdots$$

$$y_1(n)=\frac{1}{a}[y_1(n+1)-x_1(n+1)]=-a^{n}$$

综上①、②可知

$$y_1(n)=-a^n u(-n-1)$$

(b) 设 $x_2(n)=\delta(n-1)$，$y_2(n)=ay_2(n-1)+x_2(n)$

① 向 $n>0$ 处递推，即

$$y_2(1)=ay_2(0)+x_2(1)=1$$

$$y_2(n)=ay_2(n-1)+x_2(n)=a^{n-1}$$

得

$$y_2(n)=a^{n-1},\quad n\geqslant 1$$

② 向 $n<0$ 处递推，将 $y_2(n)$ 加以变换，即

$$y_2(n)=\frac{1}{a}[y_2(n+1)-x_2(n+1)]$$

则

$$y_2(-1)=\frac{1}{a}[y_2(0)-x_2(0)]=0$$

$$y_2(-2)=\frac{1}{a}[y_2(-1)-x_2(-1)]=0$$

$$\vdots$$

$$y_2(n)=\frac{1}{a}[y_2(n+1)-x_2(n+1)]=0$$

综上①、②可得

$$y_2(n)=a^{n-1}u(n-1)$$

由(a)、(b)结果可知，$x_1(n)$ 与 $x_2(n)$ 是移一位的关系，但 $y_1(n)$ 与 $y_2(n)$ 不是移一位的关系，所以在 $y(0)=0$ 条件下，系统不是移不变系统。

(c) 设 $x_3(n)=\delta(n)+\delta(n-1)$，$y_3(n)=ay_3(n-1)+x_3(n)$

① 向 $n>0$ 处递推，则

$$y_3(1)=ay_3(0)+x_3(1)=1$$
$$y_3(2)=ay_3(1)+x_3(2)=a$$
$$y_3(3)=ay_3(2)+x_3(3)=a^2$$
$$\vdots$$
$$y_3(n)=ay_3(n-1)+x_3(n)=a^{n-1}$$

得

$$y_3(n)=a^{n-1},\quad n\geqslant 1$$

② 向 $n<0$ 处递推，将 $y_3(n)$ 加以变换，即

$$y_3(n)=\frac{1}{a}[y_3(n+1)-x_3(n+1)]$$

则

$$y_3(-1)=\frac{1}{a}[y_3(0)-x_3(0)]=-a^{-1}$$
$$y_3(-2)=\frac{1}{a}[y_3(-1)-x_3(-1)]=-a^{-2}$$
$$\vdots$$

可得

$$y_3(n)=\frac{1}{a}[y_3(n+1)-x_3(n+1)]=-a^n,\quad n\leqslant -1$$

综上①、②可得

$$y_3(n)=a^{n-1}u(n-1)-a^nu(-n-1)=y_1(n)+y_2(n)$$

所以，该系统在 $y(0)=0$ 条件下是线性系统。

(2) $y_1(-1)=0$

(a) 令 $x_1(n)=\delta(n)$，$y_1(n)=ay_1(n-1)+x_1(n)$

则

$$y_1(0)=ay_1(-1)+x_1(0)=1$$
$$y_1(1)=ay_1(0)+x_1(1)=a$$
$$\vdots$$

可以推出

$$y_1(n)=ay_1(n-1)+x_1(n)=a^n$$

同样可求得

$$y_1(-1)=y_1(-2)=\cdots=0，即\ y_1(n)\big|_{n\leqslant -1}=0。$$

所以

$$y_1(n)=a^nu(n)$$

(b) 令 $x_2(n)=\delta(n-1)$，$y_2(n)=ay_2(n-1)+x_2(n)$

则

$$y_2(0)=ay_2(-1)+x_2(0)=0$$
$$y_2(1)=ay_2(0)+x_2(1)=1$$
$$\vdots$$

第1章 离散时间信号与系统

可以推出

$$y_2(n)=ay_2(n-1)+x_2(n)=a^{n-1}$$

同样可求得

$$y_2(-1)=y_2(-2)=\cdots=0\text{，即 } y_2(n)\big|_{n\leqslant-1}=0$$

所以

$$y_2(n)=a^{n-1}u(n-1)$$

因为 $x_1(n)$与 $x_2(n)$为移一位关系，而且 $y_1(n)$与 $y_2(n)$也是移一位关系，所以在 $y(-1)=0$ 的条件下，系统是移不变系统。

(c) 令 $x_3(n)=x_1(n)+x_2(n)=\delta(n)+\delta(n-1)$，$y_3(n)=ay_3(n-1)+x_3(n)$

$n<0$ 时

$$y_3(-2)=\cdots=y_3(n)\big|_{n\leqslant-1}=0$$

$n\geqslant0$ 时

$$y_3(0)=ay_3(-1)+x_3(0)=1$$
$$y_3(1)=ay_3(0)+x_3(1)=a+1$$
$$y_3(2)=ay_3(1)+x_3(2)=a^2+a$$
$$\vdots$$

得

$$y_3(n)=ay_3(n-1)+x_3(n)=a^n+a^{n-1}$$

综上，可得

$$y_3(n)=a^nu(n)+a^{n-1}u(n-1)=y_1(n)+y_2(n)$$

所以系统是线性系统。

1.6(1.6) 试判断

(1) $y(n)=\sum_{m=-\infty}^{n}x(m)$ (2) $y(n)=[x(n)]^2$

(3) $y(n)=x(n)\sin\left(\frac{2\pi}{9}n+\frac{\pi}{7}\right)$ (4) $y(n)=x(-n)$

(5) $y(n)=x(n^2)$

是否是线性系统。是否是移不变系统。

分析

利用定义来证明。

① 线性：满足可加性和比例性，即

$$T[a_1x_1(n)+a_2x_2(n)]=a_1T[x_1(n)]+a_2T[x_2(n)]$$

② 移不变性：输入与输出的移位应相同，即

$$T[x(n-m)]=y(n-m)$$

解

(1) 根据 $y(n)=\sum_{m=-\infty}^{n}x(m)$，可得

$$y_1(n)=T[x_1(n)]=\sum_{m=-\infty}^{n}x_1(m),\quad y_2(n)=T[x_2(n)]=\sum_{m=-\infty}^{n}x_2(m)$$

$$ay_1(n)+by_2(n)=\sum_{m=-\infty}^{n}[ax_1(m)+bx_2(m)]$$

而 $$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=\sum_{m=-\infty}^{n}[ax_1(m)+bx_2(m)]$$

即 $$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=ay_1(n)+by_2(n)$$

所以系统是线性系统。

又因为

$$T[x(n-k)]=\sum_{m=-\infty}^{n}x(m-k)=\sum_{m=-\infty}^{n-k}x(m)$$

而 $$y(n-k)=\sum_{m=-\infty}^{n-k}x(m)=T[x(n-k)]$$

所以系统是移不变的。

(2) 根据 $y(n)=[x(n)]^2$,可得

$$y_1(n)=T[x_1(n)]=[x_1(n)]^2,\quad y_2(n)=T[x_2(n)]=[x_2(n)]^2$$

$$ay_1(n)+by_2(n)=a[x_1(n)]^2+b[x_1(n)]^2$$

而 $$\begin{aligned}T[ax_1(n)+bx_2(n)]&=[ax_1(n)+bx_2(n)]^2\\&=[ax_1(n)]^2+[bx_2(n)]^2+2abx_1(n)x_2(n)\end{aligned}$$

即 $$T[ax_1(n)+bx_2(n)]\neq ay_1(n)+by_2(n)$$

所以系统不是线性系统。

又因为

$$T[x(n-m)]=[x(n-m)]^2,\ y(n-m)=[x(n-m)]^2$$

即 $$T[x(n-m)]=y(n-m)$$

所以系统是移不变的。

(3) 根据 $y(n)=x(n)\sin\left(\frac{2\pi}{9}n+\frac{\pi}{7}\right)$,可得

$$y_1(n)=x_1(n)\sin\left(\frac{2\pi}{9}n+\frac{\pi}{7}\right),\quad y_2(n)=x_2(n)\sin\left(\frac{2\pi}{9}n+\frac{\pi}{7}\right)$$

$$ay_1(n)+by_2(n)=ax_1(n)\sin\left(\frac{2\pi}{9}n+\frac{\pi}{7}\right)+bx_2(n)\sin\left(\frac{2\pi}{9}n+\frac{\pi}{7}\right)$$

而 $$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=[ax_1(n)+bx_2(n)]\sin\left(\frac{2\pi}{9}n+\frac{\pi}{7}\right)$$

即 $$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=ay_1(n)+by_2(n)$$

所以系统是线性系统。

又因为

$$T[x(n-m)]=x(n-m)\sin\left(\frac{2\pi}{9}n+\frac{\pi}{7}\right)$$

$$y(n-m)=x(n-m)\sin\left[\frac{2\pi}{9}(n-m)+\frac{\pi}{7}\right]$$

即 $$T[x(n-m)]\neq y(n-m)$$

所以系统不是移不变的。

(4) 根据 $y(n)=x(-n)$,可得

$$y_1(n)=T[x_1(n)]=x_1(-n),\quad y_2(n)=T[x_2(n)]=x_2(-n)$$

$$ay_1(n)+by_2(n)=ax_1(-n)+bx_2(-n)$$

而

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=ax_1(-n)+bx_2(-n)$$

即

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=ay_1(n)+by_2(n)$$

所以系统是线性系统。

又因为

$$T[x(n-m)]=x[-n-m]=x(-n-m)$$

$$y(n-m)=x[-(n-m)]=x(m-n)$$

即

$$T[x(n-m)]\neq y(n-m)$$

所以系统不是移不变的。

(5) 根据 $y(n)=x(n^2)$,可得

$$y_1(n)=x_1(n^2),\quad y_2(n)=x_2(n^2)$$

$$ay_1(n)+by_2(n)=ax_1(n^2)+bx_2(n^2)$$

而

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=ax_1(n^2)+bx_2(n^2)$$

即

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=ay_1(n)+by_2(n)$$

所以系统是线性系统。

又因为

$$T[x(n-m)]=x[(n-m)^2]$$

$$y(n-m)=x[(n-m)^2]$$

即

$$T[x(n-m)]=y(n-m)$$

所以系统是移不变的。

1.7(1.7) 试判断以下每一系统是否是(1)线性,(2)移不变,(3)因果,(4)稳定的。

(1) $T[x(n)]=g(n)x(n)$

(2) $T[x(n)]=\sum\limits_{k=n_0}^{n}x(k)$

(3) $T[x(n)]=x(n-n_0)$

(4) $T[x(n)]=e^{x(n)}$

(5) $T[x(n)]=nx(n)$

(6) $T[x(n)]=x(n^3)$

(7) $T[x(n)]=x(n+2)+ax(n)$

(8) $T[x(n)]=x(2n)$

(9) $T[x(n)]=\sum\limits_{k=n-n_0}^{n+n_0}x(k)$

(10) $T[x(n)]=\frac{1}{n}u(n)$

分析

对 $y(n)=T[x(n)]=g(n)x(n)$,若输入移位为 m,则 $x(n)$ 移位变成 $x(n-m)$,而 $g(n)$ 并不移位,但若 $y(n)$ 移位 m,则 $x(n)$ 和 $g(n)$ 均要移位 m。

解

(1) 由 $y(n)=T[x(n)]=g(n)x(n)$,得

$$\begin{aligned}T[ax_1(n)+bx_2(n)] &= g(n)[ax_1(n)+bx_2(n)]\\ &= g(n)\times ax_1(n)+g(n)\times bx_2(n)\\ &= aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]\end{aligned}$$

所以系统是线性系统。

又因为

$$T[x(n-m)] = g(n)x(n-m),\quad y(n-m) = g(n-m)x(n-m)$$

即
$$T[x(n-m)]\neq y(n-m)$$

所以系统不是移不变的。

由于
$$y(n_0)=T[x(n)]|_{n=n_0}=g(n_0)x(n_0)$$

只取决于 $x(n)|_{n\leqslant n_0}$,所以系统是因果的。

若 $g(n)$有界,则 $y(n)=g(n)x(n)$有界,系统是稳定的。

否则,$y(n)=g(n)\cdot x(n)$是无界的,此时系统是不稳定的。

(2) 由 $y(n)= T[x(n)] = \sum\limits_{k=n_0}^{n}x(k)$,得

$$\begin{aligned}T[ax_1(n)+bx_2(n)] &= \sum_{k=n_0}^{n}[ax_1(k)+bx_2(k)]\\ &= \sum_{k=n_0}^{n}ax_1(k)+\sum_{k=n_0}^{n}bx_2(k)\\ &= aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]\end{aligned}$$

所以系统是线性系统。

又因为

$$T[x(n-m)] = \sum_{k=n_0}^{n}x(k-m) = \sum_{k=n_0-m}^{n-m}x(k),\quad y(n-m) = \sum_{k=n_0}^{n-m}x(k)$$

即
$$T[x(n-m)]\neq y(n-m)$$

所以系统不是移不变的。

由于 $y(n_1) = T[x(n)]|_{n=n_1} = \sum\limits_{k=n_0}^{n_1}x(k)$ 只取决于 $x(n)|_{n\leqslant n_1}$,所以系统是因果的。

设 $|x(n)|\leqslant M<\infty$,则有

$$\sum_{k=n_0}^{n}x(n)\leqslant \sum_{k=n_0}^{n}|x(n)|\leqslant (n-n_0+1)M\xrightarrow{n\to\infty}\infty$$

所以 $y(\infty)\to\infty$,不满足稳定系统条件,系统是不稳定的。

(3) 由 $y(n)=T[x(n)]=x(n-n_0)$,得

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)] = ax_1(n-n_0)+bx_2(n-n_0) = aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]$$

所以系统是线性系统。

又因为

$$T[x(n-m)] = x(n-n_0-m),\quad y(n-m) = x(n-m-n_0)$$

即

$$T[x(n-m)] = y(n-m)$$

所以系统是移不变的。

由于系统为 LSI 系统，且系统单位抽样响应为

$$h(n) = T[\delta(n)] = \delta(n-n_0)$$

当 $n_0<0$ 时，$h(n_0)=1\neq 0$，则系统不是因果的。

当 $n_0\geqslant 0$ 时，$h(n_0)=1$，$h(n)|_{n<0}=0$ 则系统是因果的。

由于

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| = 1 < \infty$$

所以系统是稳定的。

(4) 由 $y(n)=T[x(n)]=e^{x(n)}$，得

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)] = e^{ax_1(n)+bx_2(n)} = e^{ax_1(n)} \times e^{bx_2(n)} = T[ax_1(n)] \times T[bx_2(n)]$$

所以系统不是线性系统。

又因为

$$T[x(n-m)] = e^{x(n-m)}, \quad y(n-m) = e^{x(n-m)}$$

即

$$T[x(n-m)] = y(n-m)$$

所以系统是移不变的。

由于 $y(n_0)=T[x(n)]|_{n=n_0}=e^{x(n_0)}$

只取决于 $x(n)|_{n\leqslant n_0}$，所以系统是因果的。

设 $|x(n)|<M$，即 $-M<x(n)<M$

可知

$$e^{-M}<e^{x(n)}<e^{M}<\infty$$

所以 $y(n)$ 有界，系统是稳定的。

(5) 由 $y(n)=T[x(n)]=nx(n)$，得

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)] = n[ax_1(n)+bx_2(n)] = aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]$$

所以系统是线性系统。

又因为

$$T[x(n-m)] = nx(n-m), \quad y(n-m) = (n-m)x(n-m)$$

即

$$T[x(n-m)]\neq y(n-m)$$

所以系统不是移不变的。

由于 $y(n_0)=n_0x(n_0)$，只取决于 $x(n)|_{n\leqslant n_0}$，所以系统是因果的。

设 $|x(n)|<A$，即 $|y(n)|=A|n|\xrightarrow{n\to\infty}\infty$，无界

所以系统不是稳定的。

(6) 由 $y(n)=T[x(n)]=x(n^3)$，得

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)] = ax_1(n^3)+bx_2(n^3) = aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]$$

所以系统是线性系统。

又因为

$$T[x(n-m)] = x[(n-m)^3], \quad y(n-m) = x[(n-m)^3]$$

即

$$T[x(n-m)]=y[n-m]$$