

爱游戏，就爱数学王

# 小牛顿

Mathematics Little Newton  
Encyclopedia

# 数学王

牛顿出版股份有限公司◎编



数的分类  
整数的性质

爱游戏，就爱数学王

小牛顿

Mathematics Little Newton  
Encyclopedia

数学王

数的分类，整数的性质

牛顿出版股份有限公司◎编

## 图书在版编目(CIP)数据

数的分类, 整数的性质 / 牛顿出版股份有限公司编

— 成都: 四川少年儿童出版社, 2018.1

(小牛顿数学王)

ISBN 978-7-5365-8738-0

I. ①数… II. ①牛… III. ①数学—少年读物 IV.  
①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第326507号

四川省版权局著作权合同登记号: 图进字21-2018-11

---

出版人: 常青  
项目统筹: 高海潮  
责任编辑: 王晗笑  
封面设计: 汪丽华  
美术编辑: 刘婉婷 徐小如  
责任印制: 袁学团

XIAONIUDUN SHUXUEWANG · SHUDEFENLEI ZHENGSHUDEXINGZHI

书 名: 小牛顿数学王·数的分类, 整数的性质

出 版: 四川少年儿童出版社

地 址: 成都市槐树街2号

网 址: <http://www.sccph.com.cn>

网 店: <http://scsnetcbs.tmall.com>

经 销: 新华书店

印 刷: 艺堂印刷(天津)有限公司

成品尺寸: 275mm×210mm

开 本: 16

印 张: 3.25

字 数: 65千

版 次: 2018年4月第1版

印 次: 2018年4月第1次印刷

书 号: ISBN 978-7-5365-8738-0

定 价: 19.80元

台湾牛顿出版股份有限公司授权出版

---

### 版权所有 翻印必究

若发现印装质量问题, 请及时向市场营销部联系调换。



地址: 成都市槐树街2号四川出版大厦六层

四川少年儿童出版社市场营销部


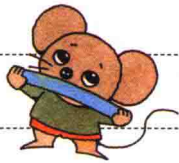
邮编: 610031

咨询电话: 028-86259237 86259232

## 目录

1. 偶数与奇数		2
2. 倍数和公倍数		6
3. 因数和公因数		14
4. 整数的性质		22
5. 乘以整数的计算		28
6. 除以整数的计算		36
7. 倒数		46

## 目录

1. 偶数与奇数		2
2. 倍数和公倍数		6
3. 因数和公因数		14
4. 整数的性质		22
5. 乘以整数的计算		28
6. 除以整数的计算		36
7. 倒数		46

# 1 偶数与奇数

## ● 整数的两个伙伴

明华的班上将要举办一场男生棒球赛。班上男生的人数共有18名，如果要将这18名男生分为2队的话，怎样分才好呢？

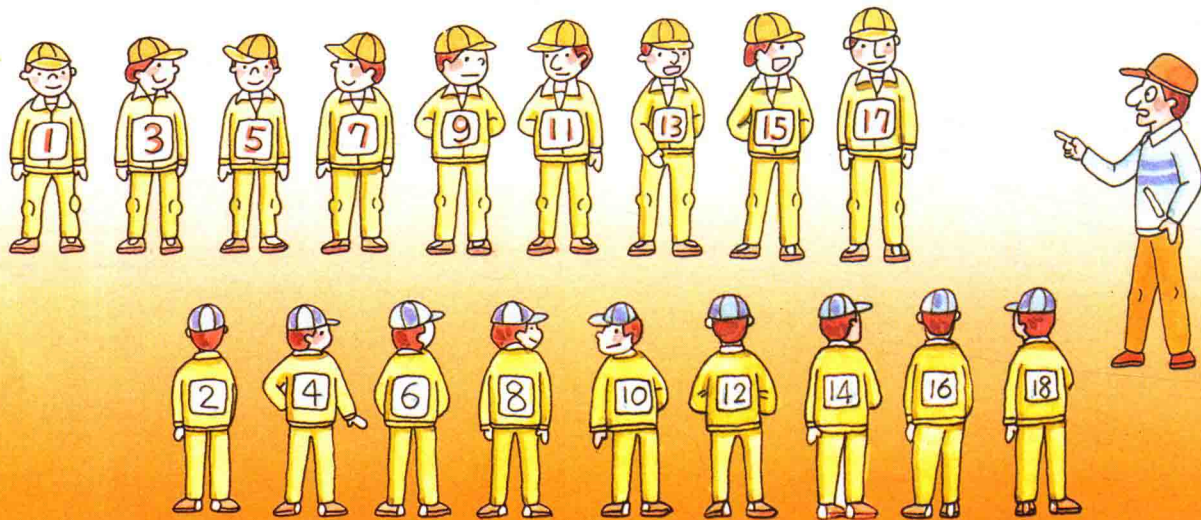
明华向老师提出了一种分法。他建议老师，将班上男生按照高矮顺序排列



起来，写上背号，然后将1到9号编为甲队，10到18号编为乙队。

但是，照明华的建议分好后，甲队的人全部是高个子，而乙队的人全是矮个子。

你还知道有哪些更好的分法吗？



## ● 分队的好方法

球队最好的分法也应该是甲队和乙队的身高相同。但是，究竟要怎样分队呢？

### 想想看

甲队队员应该选哪些号码呢？而乙队队员应该选哪些号码呢？

利用以下的数线，你能明白吗？



分队的方法就是每隔一个号码分出一个人，最终分出两组队伍。

## 学习重点

- ①根据整数除以2所得的余数, 可以分辨此数为奇数或偶数。
- ②根据除法的余数可以分出整数的两个伙伴。

从1开始, 每隔一个数字分出的人组成甲队。而从2开始, 每隔一个数分出的人组成乙队。以表格表示如下。

甲队	1	3	5	7	9	11	13	15	17
乙队	2	4	6	8	10	12	14	16	18

## ◆ 乙队队员的号码

乙队队员是什么号码的集合? 他们的号码有什么规则性?

## 查查看



我的号码除以2的话,  
 $10 \div 2 = 5$ , 可以整除哦!  
 其他的队员呢?

将乙队队员的号码用2除除看。

$$\begin{array}{ll} 2 \div 2 = 1 & 12 \div 2 = 6 \\ 4 \div 2 = 2 & 14 \div 2 = 7 \\ 6 \div 2 = 3 & 16 \div 2 = 8 \\ 8 \div 2 = 4 & 18 \div 2 = 9 \\ 10 \div 2 = 5 & \end{array}$$

乙队队员的号码用2除的话, 全部号码都可以整除。因此, 乙队队员的号码为可以用2整除的整数集合。

## ◆ 甲队队员的号码

甲队队员是什么号码的集合呢?



我的号码用2除的话, 不能整除喔。  
 $9 \div 2 = 4$  余 1, 那么, 其他的队员呢?

除了号码1, 甲队其他队员的号码用2除的话, 全部余1。

$$\begin{array}{ll} 1 \div 2 = ? & 11 \div 2 = 5 \text{ 余 } 1 \\ 3 \div 2 = 1 \text{ 余 } 1 & 13 \div 2 = 6 \text{ 余 } 1 \\ 5 \div 2 = 2 \text{ 余 } 1 & 15 \div 2 = 7 \text{ 余 } 1 \\ 7 \div 2 = 3 \text{ 余 } 1 & 17 \div 2 = 8 \text{ 余 } 1 \\ 9 \div 2 = 4 \text{ 余 } 1 & \end{array}$$

因此, 甲队队员的号码(除去1)为用2除全部余1的整数集合。



等一下。我是甲队的队员, 但是我的号码1不能被2除呀! 可以在甲队吗?

1在集合里可以理解为0余1, 所以1号队员仍是甲队的数的集合。

\* 整数除以2, 可以整除的整数集合, 称为偶数。反之, 整数除以2, 不能整除而余1的整数集合, 称为奇数。

## ● 0 是奇数还是偶数？



原来如此啊！整数可以分为奇数和偶数。那么，0 呢？0 也是整数呀！它是奇数还是偶数呢？



所谓整除的意思就是余数为 0。所以，如果用  $2 \div 2 = 1$  余数 0 来思考的话， $0 \div 2 = 0$ ，余数为 0，所以 0 是偶数。

\* 0 为偶数。

## ● 奇数和偶数的区分法

分分看，整数 34、97、113、246、382、1585 中哪些是奇数？哪些是偶数？



很简单喔！将整数除以 2 就可以分出来。

$$34 \div 2 = 17 \quad (\text{偶数})$$

$$97 \div 2 = 48 \text{ 余 } 1 \quad (\text{奇数})$$

$$113 \div 2 = 56 \text{ 余 } 1 \quad (\text{奇数})$$

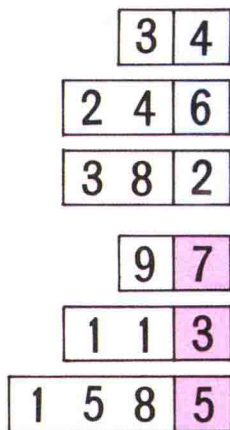
$$246 \div 2 = 123 \quad (\text{偶数})$$

$$382 \div 2 = 191 \quad (\text{偶数})$$

$$1585 \div 2 = 792 \text{ 余 } 1 \quad (\text{奇数})$$

但是，如果是非常大的数字，用这种方法区分实在很麻烦，有没有更快的方

法？把偶数和奇数分类排列出来看看。



如左图所示，所有偶数的个位数皆为偶数，而所有奇数的个位数皆为奇数。因此，从个位数的数字即可区分出整数的性质。

\* 分辨整数为奇数或偶数时，只需看此数的个位数就可明白。若个位数为奇数，则此数为奇数；若个位数为偶数，则此数为偶数。

## ● 分辨整数的 3 种伙伴

从整数除以 2 的余数可以分辨整数的 2 个伙伴：奇数和偶数。现在，我们将 0 到 20 的整数用 3 除，则可以从余数分出 3 种伙伴来。

余……0      余……1      余……2



整数用 2 除时，可以分出“可以整除的伙伴”和“余数为 1 的伙伴”。

而整数用 3 除时，可以分出下列 3 种：

- 可以整除的伙伴
- 余数为 1 的伙伴
- 余数为 2 的伙伴





如果把“可以整除”当作“余数为0”的话, 可以分为:

- 余数为0的伙伴
  - 余数为1的伙伴
  - 余数为2的伙伴
- 3种哦!

从以下的计算, 可以分为3种伙伴。

- 余数为0的伙伴

(0、3、6、9、12、15、18)

- 余数为1的伙伴

(1、4、7、10、13、16、19)

- 余数为2的伙伴

(2、5、8、11、14、17、20)

$0 \div 3 = 0 \text{ 余 } 0$

$6 \div 3 = 2 \text{ 余 } 0$

$12 \div 3 = 4 \text{ 余 } 0$

$18 \div 3 = 6 \text{ 余 } 0$

$1 \div 3 = 0 \text{ 余 } 1$

$7 \div 3 = 2 \text{ 余 } 1$

$13 \div 3 = 4 \text{ 余 } 1$

$19 \div 3 = 6 \text{ 余 } 1$

$2 \div 3 = 0 \text{ 余 } 2$

$8 \div 3 = 2 \text{ 余 } 2$

$14 \div 3 = 4 \text{ 余 } 2$

$20 \div 3 = 6 \text{ 余 } 2$

$3 \div 3 = 1 \text{ 余 } 0$

$9 \div 3 = 3 \text{ 余 } 0$

$15 \div 3 = 5 \text{ 余 } 0$

$4 \div 3 = 1 \text{ 余 } 1$

$10 \div 3 = 3 \text{ 余 } 1$

$16 \div 3 = 5 \text{ 余 } 1$

$5 \div 3 = 1 \text{ 余 } 2$

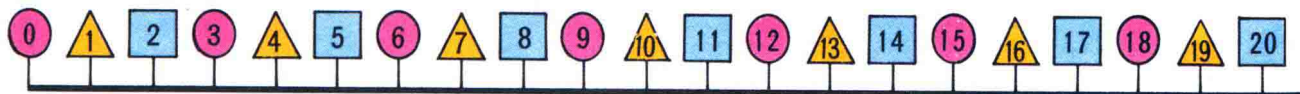
$11 \div 3 = 3 \text{ 余 } 2$

$17 \div 3 = 5 \text{ 余 } 2$

## ● 用数线表示

奇数和偶数在数线上的变化, 是每隔两个数重复排列一次。

而本题则将余数为0的整数加上●, 余数为1的整数加上▲, 余数为2的整数加上■的记号。



每种伙伴都每隔2个数重复排列一次喔!

\* 如果用整数除以某数所得的余数来分类, 可以分成几种整数。

## 整理

- (1) 整数用2除, 能够整除的整数称为偶数, 而余数为1的整数为奇数。0为偶数。
- (2) 分辨整数为偶数或奇数时, 看一看

- 它的个位数即可。个位数是奇数则为奇数, 个位数是偶数则为偶数。
- (3) 整数可由以某数除的余数来区分各种不同的类别。

## 2 倍数和公倍数

### 概数的运用

今年的运动会将由五年级一班的 20 名女生负责广播组、医护组、筹备组、招待组等 4 项任务。现在就让我们把她们的座位号分别除以 4，并利用余数来分组。想想看，怎么分才对？

待组等 4 项任务。现在就让我们把她们的座位号分别除以 4，并利用余数来分组。想想看，怎么分才对？



#### 分分看



将 20 名女生的座位号从 1 到 20 都除以 4，可以从这些余数的性质分出哪些组别来呢？

可以分为 4 组：

- 用 4 除，余数为 0 的伙伴
- 用 4 除，余数为 1 的伙伴
- 用 4 除，余数为 2 的伙伴
- 用 4 除，余数为 3 的伙伴

将以上 4 组人按顺序分别编入广播组、医护组、筹备组和招待组，则 20 名女生分配如下：

- 4、8、12、16、20 → 广播组  
用 4 除，余数为 0
- 1、5、9、13、17 → 医护组  
用 4 除，余数为 1
- 2、6、10、14、18 → 筹备组  
用 4 除，余数为 2
- 3、7、11、15、19 → 招待组  
用 4 除，余数为 3

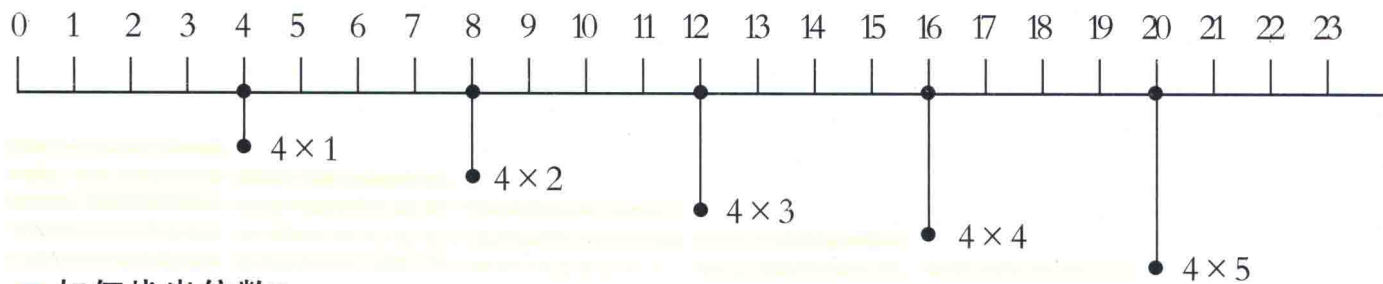
## 什么是倍数?



广播组是哪一集合的人呢?

广播组是用4除余数为0的人的集合, 也就是座位号为4、8、12、16、20的人。所谓用4除余数为0, 即能够被4整除。也就是说, 4、8、12、16、20都是4的倍数。

$4 \times 1 = 4$ 、 $4 \times 2 = 8$ 、 $4 \times 3 = 12$ 、 $4 \times 4 = 16$ 、 $4 \times 5 = 20$ , 4、8、12、16、20是4的1倍、2倍、3倍、4倍、5倍的数。



## 如何找出倍数?

如何验证某数是否为4的倍数呢? 举例说明, 我们想知道16是否为4的倍数时, 可以数一数4的1倍、2倍、3倍……数到有数字16出现时, 就知道它是不是4的倍数。

但如果是非常大的数字, 例如想验证96是不是4的倍数时, 仍然以4的1倍、2倍、3倍……的方式数, 数到96时, 已经浪费太多时间。4的倍数是指被4除而余数为0的数, 也就是能被4整除的数。

## 学习重点

- ①认识倍数。
- ②认识公倍数。
- ③公倍数的运用。

这种能够使整数变成几倍的数, 称为此整数的“倍数”。但是, 0没有倍数。

由此可知, 广播组同学的座位号即为4的倍数的集合。我们用数线来表示4的倍数, 得到如下图所示, 每4个数一跳, 并向大的数目无限延伸。

所以我们要知道96是否为4的倍数, 只要看看它是否能被4整除, 就可以知道正确答案。

$$96 \div 4 = 24$$

可以被4整除

96是4的倍数

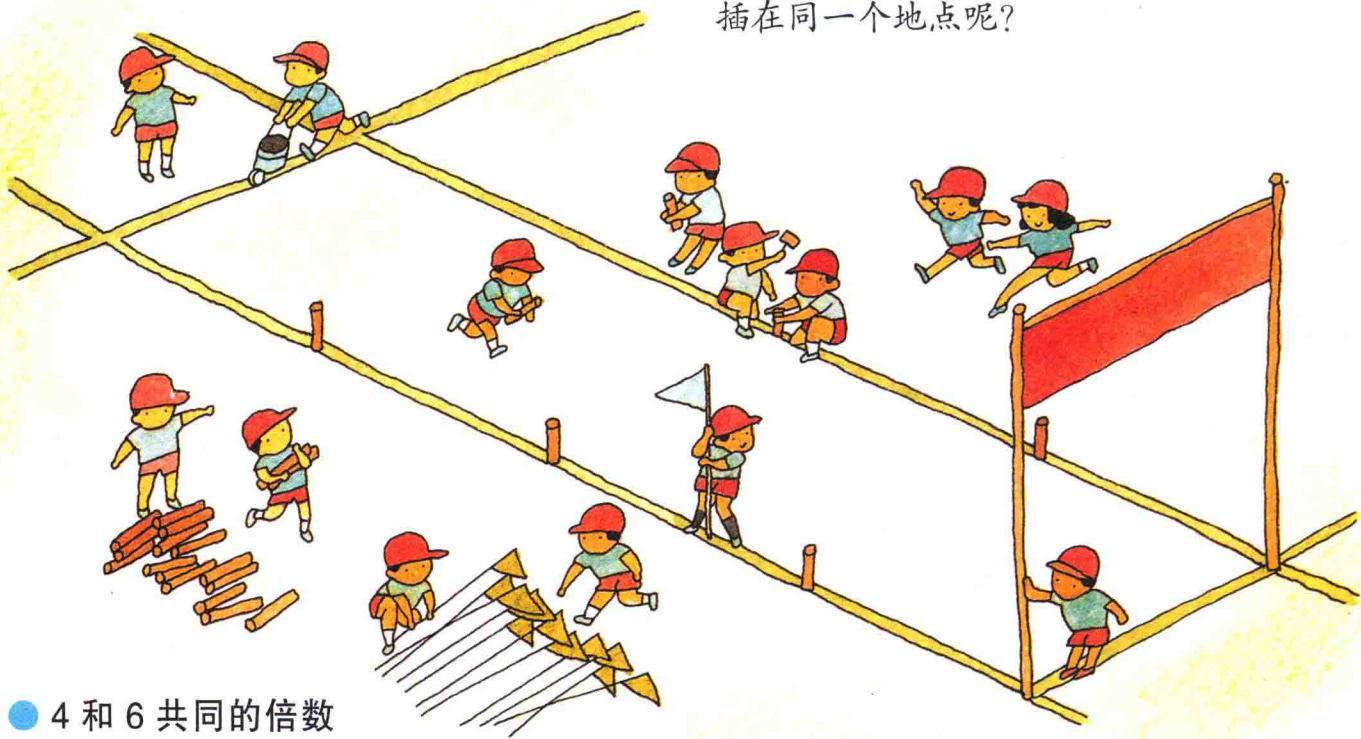
同理, 3的倍数可以被3整除, 4的倍数可以被4整除, 5的倍数可以被5整除, 由此就可以确认某数是否为某数的倍数。

## 公倍数

### 2 个数共同的倍数

从跑道的起点开始，在长 44 米的跑道上，每隔 4 米打上一根木桩，另外，每隔 6 米插一面旗子。

请问，什么情况下木桩和旗子会同时插在同一个地点呢？



### 4 和 6 共同的倍数

由于木桩是每隔 4 米一根，而旗子是每隔 6 米一面，也许有人认为木桩和旗子永远不可能重叠。

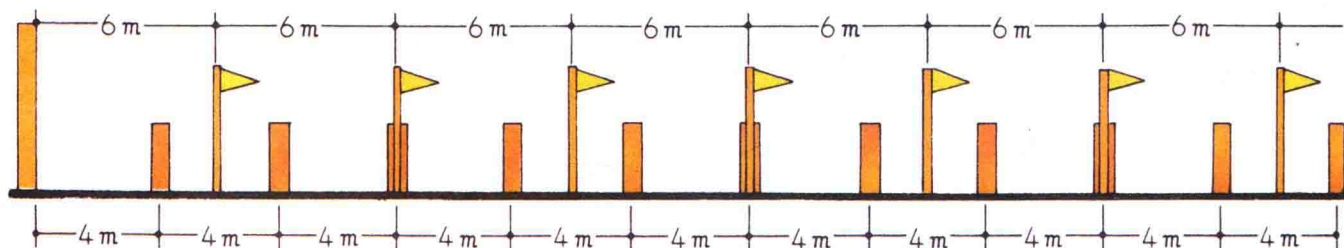
但是，如下图所示，分别将木桩和旗子插下的地点画下来一看，确实，木桩和旗子有同时插在同一地点的现象。

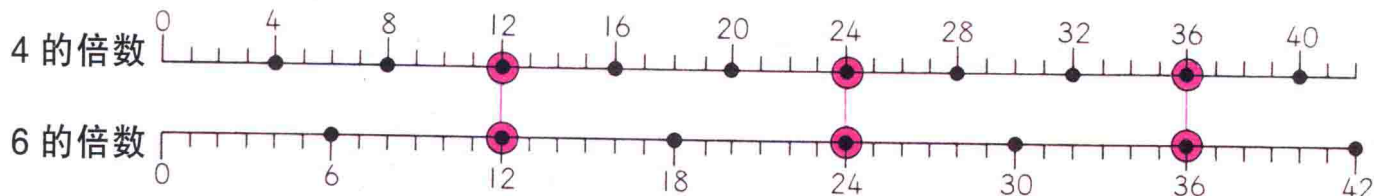
从下图可知，木桩和旗子重叠的地方，在从起点处开始第 3 个、第 6 个、第 9 个木桩上，所以从起点开始的距离分别是：

$$4 \times 3 = 12 \text{ (m)}$$

$$4 \times 6 = 24 \text{ (m)}$$

$$4 \times 9 = 36 \text{ (m)}$$





我们利用两条数线, 将钉木桩和插旗子的距离更清楚地表示出来, 如上图所示。

由图可知, 木桩每隔4米1根, 是4的倍数; 同时, 旗子每隔6米1面, 则为6的倍数。

木桩和旗子重叠处的数12、24、36, 是4的倍数, 也是6的倍数。因此, 12、24、36为4和6共同的倍数。



这种整数的共同倍数, 称为这些整数的公倍数。

木桩和旗子重叠的地方, 便是4米和6米公倍数的地方。

### ● 属于公倍数的数

我们已经知道, 12、24、36为4和6的公倍数, 但是4和6还有许多其他的公倍数。

按顺序把4的倍数和6的倍数写出来, 并将两者相同的数用○画出来, 如右上图所示。

4的  
倍数

4、8、**12**、16、20、**24**、  
28、32、**36**、40、44、**48**、  
52、56、**60**、64、68、**72**、  
76、80、**84**、88……

6的  
倍数

6、**12**、18、**24**、30、**36**、  
42、**48**、54、**60**、66、**72**、  
78、**84**、90……

标记○的数是4的倍数, 也是6的倍数, 因此是4和6的公倍数。

从12、24、36、48、60、72、84……可知4和6的公倍数有无限多。

公倍数和倍数一样, 有无限多。

### ● 公倍数的求法

4和6的公倍数如12、24、36、48……有无限多。但是, 你是否发现这些数字有什么不一样的地方?

想一想,  $12 \times 1 = 12$ ,  $12 \times 2 = 24$ ,  $12 \times 3 = 36$ ,  $12 \times 4 = 48$ ……12、24、36、48分别为12的1倍、2倍、3倍、4倍……的数。

这些数字也是 12 的倍数。

也就是说，4 和 6 的公倍数 12、24、36……是最小公倍数 12 的倍数。

这种情形，也同时存在于 4 和 6 以外的公倍数。

因此，如果想要找出某些数的公倍数时，只要先找出它们的最小公倍数，再将这个最小公倍数乘以 1 倍、2 倍、3 倍……就是它们所有的公倍数。

例如 2 和 3 的公倍数。

首先，将 2 和 3 的倍数分别按顺序由小到大列出来。

2 的倍数——2、4、6、8、10……

3 的倍数——3、6、9、12、15……

两者最先出现的相同数字 6，就是 2 和 3 的最小公倍数。

而 6 的 1 倍、2 倍、3 倍……的数 6、12、18、24……就是 2 和 3 的公倍数。

## ● 各种数的公倍数

利用下列 4 个数字进行各种组合，来做求出公倍数的练习。



## ● 3 和 6 的公倍数



首先求 3 和 6 的公倍数，大家一起动脑筋。

3 的倍数——3、6、9、12、15、18、

21、24、27、30、33、36、39……

6 的倍数——6、12、18、24、30、36……

如上述所示，按顺序由小至大分别求出 3 和 6 的倍数。找出两者共同的倍数为 6、12……这些都是 3 和 6 的公倍数。

因此，3 和 6 的最小公倍数为 6，和大的数 6 相同。

$6 \div 3 = 2$ ，6 被 3 整除。所以 6 为 3 的倍数。

像这种大数是小数倍数的情形，大数就是这两个数的最小公倍数。



原来如此，我懂了！  
这么说，求 4 的公倍数和 8 的公倍数时，因为 8 是 4 的倍数，所以 4 和 8 的最小公倍数就是 8 咯！

### 3 和 4 的公倍数



现在来想想看，  
3 和 4 的最小公  
倍数怎样求出？

3 的倍数——3、6、9、12、15、18、  
21、24、27、30、33、36、39……

4 的倍数——4、8、12、16、20、

24、28、32、36、40、44……

如上述所列，将 3 和 4 的倍数分别按照顺序从小到大排列出来，可以得到两者共同的倍数为 12、24、36……所以可知 3 和 4 的公倍数中，12 为最小公倍数。

$3 \times 4 = 12$ ，因此本题是 2 个数互乘得到的数为最小公倍数。

也就是说，两个数的最小公倍数有可能是两个数互乘后的得数。

例如 3 和 8 的公倍数， $3 \times 8 = 24$ ，24 是这两个数的最小公倍数。

### 6 和 8 的公倍数



接下来想想看，  
6 和 8 的最小公  
倍数怎么求？

本题大数 8 不是小数 6 的倍数。

我们将 8 的倍数顺序排列出来，找出可以被 6 整除的数。

8 的倍数——8、16、24、32、40……

$24 \div 6 = 4$  可以被 6 整除。

24 为最小公倍数

由上可知，24 为 6 和 8 的最小公倍数。

### 4 和 6 和 8 的公倍数



4 和 6 和 8 的公倍数，  
又该怎么求呢？

遇到这种题目，先将大数的倍数照顺序由小至大排列出来，再找出能被 4 和 6 整除的数。

8 的倍数	8	16	24
6 的倍数			●
4 的倍数	●	●	●

最小公倍数

4 和 6 和 8 的最小公倍数是 24。

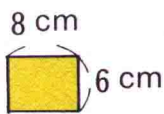
由此可知，要求很多数的最小公倍数时，先将最大数的倍数由小至大排列出来，找出其中最小而能被其他的数整除的数，此数即为这些数的最小公倍数。

## 公倍数的应用

了解公倍数的求法之后，本节继续讨论如何实际应用公倍数。

### 例题 1

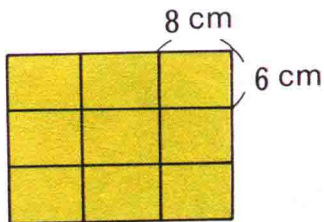
如果要用长8厘米、宽6厘米的卡片来排成一个正方形，而且用到的卡片最少，则此正方形的边长是几厘米？需要的卡片有几张？



### 求法

正方形的四边相等，即长和宽相同。

长从8厘米、16厘米、24厘米……增加为8的倍数。而宽从6厘米、12厘米、18厘米……增加为6的倍数。



长	8	16	24	32	40	48	……
宽	6	12	18	24	30	36	……

因此，要求最少需几张卡片才能排成一个正方形，只需求出8和6的最小公倍数即可。

8和6的最小公倍数为24。边长为

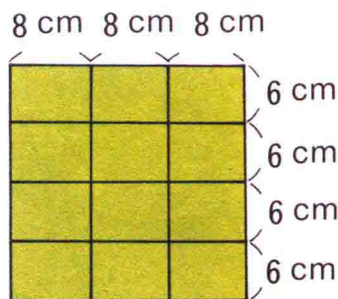
24厘米的正方形是8厘米长、6厘米宽的卡片所排成的最小正方形。

而卡片的张数是：

$$\text{长 } 24 \div 8 = 3 \quad 3 \text{ 张}$$

$$\text{宽 } 24 \div 6 = 4 \quad 4 \text{ 张}$$

$$3 \times 4 = 12 \quad 12 \text{ 张}$$



### 例题 2

将例题1中6厘米和8厘米的卡片，排成第二小的正方形，则此正方形的边长为多少？需要用几张卡片？

### 求法

由例题1可知，求第二小的正方形，只需求出8和6第二小的公倍数即可。8和6的最小公倍数为24，因此 $24 \times 2 = 48$ ，48为8和6第二小的公倍数，因此正方形的边长为48厘米。

卡片的张数是：

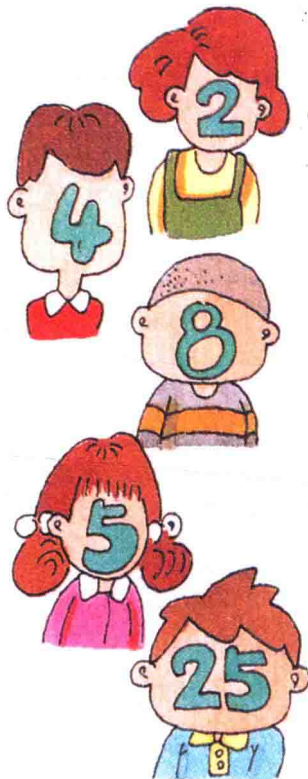
$$\text{长 } 48 \div 8 = 6 \quad 6 \text{ 张}$$

$$\text{宽 } 48 \div 6 = 8 \quad 8 \text{ 张}$$

$$6 \times 8 = 48 \quad 48 \text{ 张}$$



## 倍数



2 的倍数——最末一位数可以被 2 整除。578 1790

4 的倍数——最末二位数可以被 4 整除。312 500 1776

8 的倍数——最末三位数可以被 8 整除。15000 2168 577048

5 的倍数——最末一位数是 0 或 5。930 7165

25 的倍数——最末二位数为 00、25、50 或 75。1900 9725 18875

3 的倍数——全部位数的和可以被 3 整除。

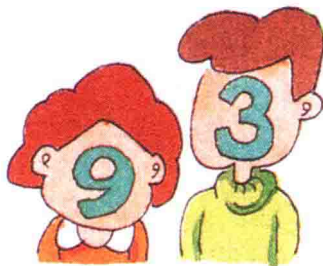
$\overset{\cdot\cdot}{5}1\overset{\cdot\cdot}{6} \cdots \cdots 5 + 1 + 6 = 12 \rightarrow$

$12 \div 3 = 4$ , 可以被 3 整除, 所以为 3 的倍数。

9 的倍数——全部位数的和可以被 9 整除。

$\overset{\cdot\cdot\cdot}{2}4\overset{\cdot\cdot\cdot}{3} \cdots \cdots 2 + 4 + 3 = 9 \rightarrow 9 \div 9 = 1$

$\overset{\cdot\cdot\cdot}{7}0\overset{\cdot\cdot\cdot}{7}4 \cdots \cdots 7 + 0 + 7 + 4 = 18 \rightarrow 18 \div 9 = 2$



### ● 倍数为 2 个数的倍数之积

6 的倍数——是 2 的倍数, 也是 3 的倍数

5754  $\left\{ \begin{array}{l} 4 \text{ 可以被 } 2 \text{ 整除, 所以是 } 2 \text{ 的倍数。} \\ 5 + 7 + 5 + 4 = 21 \cdots \cdots 21 \div 3 = 7 \end{array} \right.$

5754 是 2 和 3 的倍数, 因此也是 6 的倍数。

## 整理

- (1) 整数加倍所得的数称为此数的倍数。
- (2) 某几个整数共同的倍数称为这几个数的公倍数。

- (3) 要求某些整数的最小公倍数, 可将这些数的公倍数按顺序由小到大排列出来。其中最先出现的共同倍数即是最小公倍数。