经典教材辅导用书

信号与系统学习与考研指导

本书与《Signals and Systems》(Alan V. Oppenheim)
《信号与系统》（奥本海姆）（第2版）配套

■ 宋 琪 陆三兰 编

- 知识归纳
- 习题详解
- 基础题+深入题+扩展题

华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

经典教材辅导用书

信号与系统学习与考研指导

《Signals and Systems》(Alan V. Oppenheim)

《信号与系统》(奥本海姆)(第2版)

宋 琪 陆三兰 编

华中科技大学出版社
中国·武汉

内容提要

本书是与奥本海姆教授主编的《信号与系统》(第2版)一书配套的部分习题解答和学习指导。

针对原教材中第1～5章和第7、9、10章的提高题和扩充题，以及没有答案的部分典型基础题，本书给出了详细的分析和解答过程，少数题目还给出了多种解法。为了方便学生对知识点的掌握，每章还对知识点进行了总结。

本书可作为高等学校学生的学习辅导教材，尤其可作为报考电子信息、通信类专业及其他相关专业硕士研究生的复习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统学习与考研指导/宋琪，陆三兰编. —武汉：华中科技大学出版社，2018.6
经典教材辅导用书. 电子信息系列
ISBN 978-7-5680-3874-4

Ⅰ. ①信…　Ⅱ. ①宋…　②陆…　Ⅲ. ①信号系统-高等学校-教学参考资料　Ⅳ. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第123503号

信号与系统学习与考研指导　　宋　琪　陆三兰　编
Xinhao Yu Xitong Xuexi Yu Kaoyan Zhidao

策划编辑：周芬娜
责任编辑：余　涛
封面设计：原色设计
责任校对：张会军
责任监印：周治超
出版发行：华中科技大学出版社(中国·武汉)　　电话：(027)81321913
　　　　　武汉市东湖新技术开发区华工科技园　　邮编：430223
录　　排：华中科技大学惠友文印中心
印　　刷：武汉华工鑫宏印务有限公司
开　　本：710mm×1000mm　1/16
印　　张：18
字　　数：485千字
版　　次：2018年6月第1版第1次印刷
定　　价：46.00元

华中出版

本书若有印装质量问题，请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线：400-6679-118　竭诚为您服务

前　言

2012年我们编写出版了一本针对由奥本海姆教授主编的教材《信号与系统》(第2版)的学习辅导书，很受学生欢迎，比较畅销。在那本学习辅导书里，我们结合华中科技大学电子信息与通信学院的“信号与系统”课程的教学内容与实践，同时也考虑到篇幅的问题，只是将《信号与系统》(第2版)中的第1～5章以及第7、9、10章的几乎所有基础题都详细地做了解答。这几年该辅导书几经印刷，华中科技大学出版社不断收到读者反馈，希望能给出教材中更多习题的解答，从而帮助使用奥本海姆主编的《信号与系统》(第2版)的学生进一步深入学习“信号与系统”这门课程，为此我们编写了此书。

本书沿袭了前一本书的风格，只讲解第1～5章以及第7、9、10章，在每一章中首先对该章主要知识点进行总结，然后对课后的习题进行详细的分析解答。不过本书所选择的习题重点放在了《信号与系统》(第2版)课后的深入题和扩充题，当然基础题中一些典型习题也被选中，因为我们希望此书不仅能够帮助学生正确地建立有关信号与系统的基本概念，掌握基本的分析方法和基本理论的应用，而且能够引导学生在信号与系统领域进行更加深入的学习。本书第1～4章由陆三兰老师编写，第5～8章由宋琪老师编写，全书由宋琪老师统稿。

由于编者的水平和学识有限，书中难免有错误和不妥之处，敬请同行专家和广大读者批评指正。

最后衷心感谢本书的周芬娜编辑以及华中科技大学出版社的有关工作人员的大力支持。

编　者

2017年2月

目　录

第 1 章　信号与系统

1.1　知识点归纳

1.1.1　信号

1. 信号的定义及其数学表示

信号是带有信息（如语言、音乐、图像、数据等）的随时间（和空间）变化的物理量或物理现象，其图像称为信号的波形。

在电子系统中，信号通常是随时间变化的电压或电流（有时可能是电荷或磁通）。

在数学上，信号表示为一个时间的函数 $x(t)$，故信号与函数常互相通用。

2. 信号的分类

信号的形式多种多样，可以从不同的角度进行分类：

(1) 按函数值的确定性可分为确定信号和随机信号；

(2) 确定信号按函数值的重复性可分为周期信号和非周期信号；

(3) 确定信号按时间是否连续可分为连续时间信号和离散时间信号；

(4) 根据能量特性，还可分为能量信号和功率信号。

3. 信号的基本特性

信号的基本特性是指时间特性和频率特性。

时间特性：信号随时间变化快慢的特性，体现为信号的周期 T 和信号中单个脉冲的持续时间 τ 及上升时间和下降时间的不同。

频率特性：信号的频率特性可由频谱来描述。

4. 信号的时移

$$x(t) \rightarrow x(t-t_0)$$

(1) $t_0 > 0$ 表示信号 $x(t-t_0)$ 滞后于 $x(t)$，其波形由 $x(t)$ 的波形沿时间轴右移 t_0；

(2) $t_0 < 0$ 表示信号 $x(t-t_0)$ 超前于 $x(t)$，其波形由 $x(t)$ 的波形沿时间轴左移 t_0。

5. 信号的尺度变换与反褶

$$x(t) \rightarrow x(at)$$

(1) 若 $a > 1$，则表示信号 $x(at)$ 是由 $x(t)$ 沿时间轴压缩而得到的；

(2) 若 $0 < a < 1$，则表示信号 $x(at)$ 是由 $x(t)$ 沿时间轴展宽而得到的；

(3) 若 $a = -1$，则 $x(at) = x(-t)$，其波形是由 $x(t)$ 的波形沿纵轴反褶而得到的；

(4) 若 $a < 0$ 且 $a \neq -1$，则信号 $x(at)$ 是由 $x(t)$ 同时进行尺度变换和反褶得到的。

6. 信号的能量与功率

1) 连续时间信号 $x(t)$

总能量：
$$E_\infty = \lim_{T \to \infty} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 \mathrm{d}t$$

平均功率：
$$P_{\infty}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|x(t)|^2\mathrm{d}t$$

2）离散时间信号 $x[n]$

总能量：
$$E_{\infty}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x[n]|^2$$

平均功率：
$$P_{\infty}=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x[n]|^2$$

7. 信号的偶分量与奇分量

偶信号：　$x(t)=x(-t)$，　$x[n]=x[-n]$

奇信号：　$x(t)=-x(-t)$，　$x[n]=-x[-n]$

一个任意信号 $x(t)$ 或 $x[n]$ 都可分解为一个偶分量和一个奇分量之和：
$$x(t)=\mathrm{Ev}\{x(t)\}+\mathrm{Od}\{x(t)\},\quad x[n]=\mathrm{Ev}\{x[n]\}+\mathrm{Od}\{x[n]\}$$
$$\mathrm{Ev}\{x(t)\}=x_e(t)=\frac{1}{2}[x(t)+x(-t)]$$
$$\mathrm{Od}\{x(t)\}=x_o(t)=\frac{1}{2}[x(t)-x(-t)]$$
$$\mathrm{Ev}\{x[n]\}=x_e[n]=\frac{1}{2}\{x[n]+x[-n]\}$$
$$\mathrm{Od}\{x[n]\}=x_o[n]=\frac{1}{2}\{x[n]-x[-n]\}$$

1.1.2　几种基本信号

1. 基本连续时间信号

1）指数信号
$$x(t)=C\mathrm{e}^{at}$$

当 C,a 都为实数时，$x(t)$ 为实指数信号；当 C,a 都为一般的复数时，$x(t)$ 为一般的复指数信号。当 $C=1,a=\mathrm{j}\omega_0$ 时，$x(t)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}$ 仍为复指数信号，但其具有两个性质：一是对于任意的 ω_0，$x(t)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}$ 总是周期 $T=\dfrac{2\pi}{|\omega_0|}$ 的周期信号；二是 ω_0 越大，$x(t)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}$ 的振荡速率就越高。

2）正弦信号
$$x(t)=A\cos(\omega_0 t+\phi)$$

由欧拉公式 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}=\cos(\omega_0 t)+\mathrm{j}\sin(\omega_0 t)$ 可知，$x(t)=A\cos(\omega_0 t+\phi)=\mathrm{Re}\{A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_0 t+\phi)}\}$，即正弦信号是其相应的复指数信号的实数部分，当然对于任意的 ω_0，它总是周期信号，且 ω_0 越大，其振荡速率就越高。

3）单位冲激信号

定义：
$$\begin{cases}\delta(t)=\begin{cases}\infty, & t=0\\ 0, & t\neq 0\end{cases}\\ \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{cases}$$

抽样性质：
$$x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t)$$
$$x(t)\delta(t-t_0)=x(t_0)\delta(t-t_0)$$
$$\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta(t)\mathrm{d}t=x(0),\quad \int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=x(t_0)$$

偶对称性：
$$\delta(t)=\delta(-t)$$

尺度性质：
$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t),\quad \delta(at-t_0)=\frac{1}{|a|}\delta\left(t-\frac{t_0}{a}\right)$$

4）单位阶跃信号

定义：
$$u(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t>0\end{cases}$$

$\delta(t)$ 与 $u(t)$ 的关系：
$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t},\quad u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau$$

2. 基本离散时间信号

1）指数序列

$$x[n]=Ca^n$$

当 C,a 都为实数时，$x[n]$ 为实指数序列；当 C,a 都为复数时，$x[n]$ 为一般的复指数序列。当 $C=1,a=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0}$ 时，$x[n]=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 n}=\cos\omega_0 n+\mathrm{j}\sin\omega_0 n$ 仍为复指数序列，但与连续信号 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}$ 不同的是：只有当 $\frac{2\pi}{|\omega_0|}$ 为有理数时，$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 n}$ 才具有周期性，且由于 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 n}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_0+2\pi)n}$，所以 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 n}$ 不具备随 ω_0 在数值上的增加而不断增加其振荡速率的特性。ω_0 从零开始增加，其振荡速率越来越快，直到 $\omega_0=\pi$，达到最大，若继续增加 ω_0，其振荡速率就下降，直到 $\omega_0=2\pi$ 时，又得到与 $\omega_0=0$ 时同样的效果（常数序列）。

2）正弦序列

$$x[n]=A\cos(\omega_0 n+\phi)$$

同样的，由欧拉公式 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 n}=\cos\omega_0 n+\mathrm{j}\sin\omega_0 n$ 可知，正弦序列是复指数序列 $A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_0 n+\phi)}$ 的实数部分，因此，正弦序列同样只有当 $\frac{2\pi}{|\omega_0|}$ 为有理数时，才具有周期性，且不具备随 ω_0 在数值上的增加而不断增加其振荡速率的特性！

3）单位脉冲序列

定义：
$$\delta[n]=\begin{cases}1, & n=0\\ 0, & n\neq 0\end{cases}$$

抽样性质：
$$x[n]\delta[n]=x[0]\delta[n]$$
$$x[n]\delta[n-k]=x[k]\delta[n-k]$$

4）单位阶跃序列

定义：
$$u[n]=\begin{cases}0, & n<0\\ 1, & n\geqslant 0\end{cases}$$

$\delta[n]$ 与 $u[n]$ 的关系：
$$\delta[n]=u[n]-u[n-1]$$
$$u[n]=\sum_{m=-\infty}^{n}\delta[m]\quad 或\quad u[n]=\sum_{k=0}^{\infty}\delta[n-k]$$

1.1.3　系统

1. 系统的定义

系统是由若干相互关联的单元组合而成的具有某种功能以用来达到某些特定目的的有机整体。

系统的功能是对输入信号进行“加工”“处理”并发送输出信号。

2. 系统模型

系统模型是系统物理特性的数学抽象，以数学表达式或具有理想特性的符号组合图形来表征系统特征。

具体而言，电路、数学方程和方框图都是系统模型的表达形式。

3. 系统的分类

系统的分类错综复杂，主要考虑其数学模型的差异，可以划分为：

(1) 连续时间系统和离散时间系统；

(2) 即时(无记忆)系统与动态(记忆)系统；

(3) 集总参数系统与分布参数系统；

(4) 线性系统与非线性系统；

(5) 时变系统与时不变系统；

(6) 可逆系统与不可逆系统。

除此之外，还可按系统的性质划分为：

(1) 因果系统与非因果系统；

(2) 稳定系统与不稳定系统。

1.1.4 系统的性质

系统的主要性质有以下四种，它们之间是相互独立的。

1. 线性

线性是指系统同时具备齐次性和叠加性(可加性)。

1) 齐次性

若 $x(t) \to y(t)$ (或 $x[n] \to y[n]$)，则

$$kx(t) \to ky(t) \quad (\text{或 } kx[n] \to ky[n])$$

2) 叠加性(可加性)

若

$$x_1(t) \to y_1(t), x_2(t) \to y_2(t) \quad (\text{或 } x_1[n] \to y_1[n], x_2[n] \to y_2[n])$$

则

$$x_1(t) + x_2(t) \to y_1(t) + y_2(t) \quad (\text{或 } x_1[n] + x_2[n] \to y_1[n] + y_2[n])$$

线性系统：若

$$x_1(t) \to y_1(t), x_2(t) \to y_2(t) \quad (\text{或 } x_1[n] \to y_1[n], x_2[n] \to y_2[n])$$

则 $k_1x_1(t) + k_2x_2(t) \to k_1y_1(t) + k_2y_2(t) \quad (\text{或 } k_1x_1[n] + k_2x_2[n] \to k_1y_1[n] + k_2y_2[n])$

2. 时不变性

时不变性表现为系统响应的波形不随激励施加的时间不同而改变。

若 $$x(t) \to y(t) \quad (\text{或 } x[n] \to y[n])$$

则 $$x(t-t_0) \to y(t-t_0) \quad (\text{或 } x[n-n_0] \to y[n-n_0])$$

1) 线性时不变连续系统

若 $$x_1(t) \to y_1(t), \quad x_2(t) \to y_2(t)$$

则 $$k_1x_1(t-t_1) + k_2x_2(t-t_2) \to k_1y_1(t-t_1) + k_2y_2(t-t_2)$$

2) 线性时不变离散系统

若 $$x_1[n] \to y_1[n], \quad x_2[n] \to y_2[n]$$

则 $$k_1x_1[n-n_1]+k_2x_2[n-n_2]\rightarrow k_1y_1[n-n_1]+k_2y_2[n-n_2]$$

3. 因果性

因果性是指系统的响应不应出现在激励之前，只对自变量是时间的系统有意义。

若 $$x(t)=0,\quad t<t_0\quad (\text{或 } x[n]=0, n<n_0)$$

则 $$y(t)=0,\quad t<t_0\quad (\text{或 } y[n]=0, n<n_0)$$

4. 稳定性

稳定性是指对有界的激励，系统的零状态响应也是有界的。

若 $$|x(t)|<\infty\quad (\text{或 } |x[n]|<\infty)$$

则 $$|y(t)|<\infty\quad (\text{或 } |y[n]|<\infty)(\text{零状态响应})$$

1.2　典型习题详解

1-1　对下列每一个信号求 P_∞ 和 E_∞。

(a) $x_1(t)=e^{-2t}u(t)$　(b) $x_2(t)=e^{j\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)}$　(c) $x_3(t)=\cos t$

(d) $x_1[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$　(e) $x_2[n]=e^{j\left(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{8}\right)}$　(f) $x_3[n]=\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$

解　(a) 该信号是能量信号。

$$P_\infty=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}[e^{-2t}u(t)]^2dt=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_0^T e^{-4t}dt=\lim_{T\to\infty}\frac{\frac{1}{4}(1-e^{-4T})}{2T}=0$$

$$E_\infty=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}[e^{-2t}u(t)]^2dt=\lim_{T\to\infty}\int_0^T e^{-4t}dt=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{4}(1-e^{-4T})=\frac{1}{4}$$

(b) 该信号是周期、功率信号。

$$P_\infty=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left|e^{j\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)}\right|^2dt=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}1^2dt=1$$

$$E_\infty=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}\left|e^{j\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)}\right|^2dt=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}1^2dt=\infty$$

(c) 该信号是周期、功率信号。

$$\begin{aligned}P_\infty&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}(\cos t)^2dt=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\frac{1+\cos(2t)}{2}dt\\&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{4T}\int_{-T}^{T}[1+\cos(2t)]dt=\lim_{T\to\infty}\frac{2T+\sin(2T)}{4T}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$E_\infty=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}(\cos t)^2dt=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}\frac{1+\cos(2t)}{2}dt=\lim_{T\to\infty}\left(T+\frac{1}{2}\sin 2T\right)=\infty$$

(d) 该信号是能量信号。

$$\begin{aligned}P_\infty&=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]\right]^2\\&=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{1}{4}\right)^n=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{N+1}}{1-\left(\frac{1}{4}\right)}=0\end{aligned}$$

$$E_\infty=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]\right]^2=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{1}{4}\right)^n=\lim_{N\to\infty}\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{N+1}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{4}{3}$$

(e) 该信号是周期、功率信号。

$$P_{\infty}=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}\left|e^{j\left(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{8}\right)}\right|^2=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}1^2=1$$

$$E_{\infty}=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}\left|e^{j\left(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{8}\right)}\right|^2=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}1^2=\lim_{N\to\infty}(2N+1)=\infty$$

(f) 该信号是周期、功率信号。

$$\begin{aligned}P_{\infty}&=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)\right]^2=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}\frac{1+\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)}{2}\\&=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$E_{\infty}=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)\right]^2=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}\frac{1+\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)}{2}=\infty$$

1-2　判断下列信号的周期性。

(a) $x_1(t)=2e^{j\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}u(t)$　　(b) $x_2[n]=u[n]+u[-n]$

(c) $x_3[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\{\delta[n-4k]-\delta[n-1-4k]\}$

解　(a) 由于

$$x_1(t)=\begin{cases}2\cos\left(t+\frac{\pi}{4}\right)+2j\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right), & t>0\\0, & t<0\end{cases}$$

对于 $-\infty<t<\infty$，$x_1(t)$ 的值不具备重复性，所以 $x_1(t)$ 不是周期信号。

(b) 由于 $x_2[n]=\begin{cases}1,n>0\\2,n=0\\1,n<0\end{cases}$，所以 $x_2[n]$ 也不是周期信号。

(c) 由于

$$\begin{aligned}x_3[n+4]&=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\{\delta[n+4-4k]-\delta[n+4-1-4k]\}\\&=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\{\delta[n-4(k-1)]-\delta[n-1-4(k-1)]\}\\&=\sum_{k'=-\infty}^{\infty}\{\delta[n-4k']-\delta[n-1-4k']\}=x_3[n]\end{aligned}$$

所以 $x_3[n]$ 是周期为 4 的周期序列。

1-3　对以下每个信号求信号的偶部保证为零的所有自变量值。

(a) $x_1[n]=u[n]-u[n-4]$　　(b) $x_2(t)=\sin\left(\frac{1}{2}t\right)$

(c) $x_3[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n-3]$　　(d) $x_4(t)=e^{-5t}u(t+2)$

解　(a) $\mathrm{Ev}\{x_1[n]\}=\frac{1}{2}\{x_1[n]+x_1[-n]\}$

$$=\frac{1}{2}\{u[n]-u[n-4]+u[-n]-u[-n-4]\}$$

$$=\frac{1}{2}\{\delta[n]+\delta[n-1]+\delta[n-2]+\delta[n-3]+\delta[-n]+\delta[-n-1]+\delta[-n-2]+\delta[-n-3]\}$$

可见只有当 $|n|>3$ 时，$\mathrm{Ev}\{x_1[n]\}=0$。

(b) $\mathrm{Ev}\{x_2(t)\}=\frac{1}{2}\left[\sin\left(\frac{1}{2}t\right)+\sin\left(-\frac{1}{2}t\right)\right]=\frac{1}{2}\left[\sin\left(\frac{1}{2}t\right)-\sin\left(\frac{1}{2}t\right)\right]=0$

即对于一切 t，$\mathrm{Ev}\{x_2(t)\}=0$。

(c) $\mathrm{Ev}\{x_3[n]\}=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n-3]+\left(\frac{1}{2}\right)^{-n}u[-n-3]\right\}$

$$=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}u[n-3]+2^{n-1}u[-n-3]$$

由于

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}u[n-3]=\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}, & n\geqslant 3\\ 0, & n<3\end{cases}$$

$$2^{n-1}u[-n-3]=\begin{cases}2^{n-1}, & n\leqslant -3\\ 0, & n>-3\end{cases}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}u[n-3]=0,\quad \lim_{n\to-\infty}2^{n-1}u[-n-3]=0$$

所以当 $|n|<3$ 及 $|n|\to\infty$ 时，$\mathrm{Ev}\{x_3[n]\}=0$。

(d) $\mathrm{Ev}\{x_4(t)\}=\frac{1}{2}[\mathrm{e}^{-5t}u(t+2)+\mathrm{e}^{5t}u(-t+2)]$

由于 $\mathrm{e}^{-5t}u(t+2)=\begin{cases}\mathrm{e}^{-5t}, t>-2\\ 0, t<-2\end{cases}$，$\mathrm{e}^{5t}u(-t+2)=\begin{cases}\mathrm{e}^{5t}, t<2\\ 0, t>2\end{cases}$

$\lim\limits_{t\to\infty}\mathrm{e}^{-5t}u(t+2)=0$，$\lim\limits_{t\to-\infty}\mathrm{e}^{5t}u(-t+2)=0$

所以只有当 $|t|>2$ 时，$\mathrm{Ev}\{x_4(t)\}=0$。

1-4　判断下列信号的周期性。若是周期的，给出它的基波周期。

(a) $x_1(t)=\mathrm{j}\mathrm{e}^{\mathrm{j}10t}$　　(b) $x_2(t)=\mathrm{e}^{(-1+\mathrm{j})t}$　　(c) $x_3[n]=\mathrm{e}^{\mathrm{j}7\pi n}$

(d) $x_4[n]=3\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{3\pi}{5}\left(n+\frac{1}{2}\right)}$　　(e) $x_5[n]=3\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{3}{5}\left(n+\frac{1}{2}\right)}$

解　(a) $x_1(t)=\mathrm{j}\mathrm{e}^{\mathrm{j}10t}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)}=\cos\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)+\mathrm{j}\sin\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)$

故 $x_1(t)$ 为周期信号，基波周期 $T=\frac{2\pi}{10}=\frac{\pi}{5}$。

(b) $x_2(t)=\mathrm{e}^{(-1+\mathrm{j})t}=\mathrm{e}^{-t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}t}=\mathrm{e}^{-t}\cos t+\mathrm{j}\mathrm{e}^{-t}\sin t$，故 $x_2(t)$ 不是周期信号。

(c) $x_3[n]=\mathrm{e}^{\mathrm{j}7\pi n}=\cos(7\pi n)+\mathrm{j}\sin(7\pi n)$

$\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{7\pi}{2\pi}=\frac{7}{2}$，即 $\frac{m}{N}=\frac{7}{2}$，故 $x_3[n]$ 是周期序列，基波周期 $N=2$。

(d) $x_4[n]=3\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{3\pi}{5}\left(n+\frac{1}{2}\right)}=3\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\frac{3\pi}{5}n+\frac{3\pi}{10}\right)}=3\cos\left(\frac{3\pi}{5}n+\frac{3\pi}{10}\right)+\mathrm{j}3\sin\left(\frac{3\pi}{5}n+\frac{3\pi}{10}\right)$

$\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{3\pi/5}{2\pi}=\frac{3}{10}$，即 $\frac{m}{N}=\frac{3}{10}$，故 $x_4[n]$ 是周期序列，基波周期 $N=10$。

(e) $x_5[n]=3\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{3}{5}\left(n+\frac{1}{2}\right)}=3\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\frac{3}{5}n+\frac{3}{10}\right)}=3\cos\left(\frac{3}{5}n+\frac{3}{10}\right)+3\mathrm{j}\sin\left(\frac{3}{5}n+\frac{3}{10}\right)$

因 $\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{3/5}{2\pi}=\frac{3}{10\pi}$ 为无理数，故 $x_5[n]$ 不是周期序列。

1-5　求信号 $x(t)=2\cos(10t+1)-\sin(4t-1)$ 的基波周期。

解　由于 $\cos(10t+1)$ 和 $\sin(4t-1)$ 都为周期信号，且 $\omega_1=10,\omega_2=4,\omega_1:\omega_2=5:2=m_1:m_2$，故 $x(t)$ 的基波周期为

$$T=m_i\frac{2\pi}{\omega_i}=5\times\frac{2\pi}{10}\left(\text{或 } 2\times\frac{2\pi}{4}\right)=\pi$$

1-6　求信号 $x[n]=1+e^{j4\pi n/7}-e^{j2\pi n/5}$ 的基波周期。

解　对于 $e^{j4\pi n/7}$，其 $\omega_1=\frac{4\pi}{7},\frac{\omega_1}{2\pi}=\frac{2}{7}$ 为有理数，所以 $e^{j4\pi n/7}$ 是周期信号。同样，$e^{j2\pi n/5}$ 中 $\omega_2=\frac{2\pi}{5},\frac{\omega_2}{2\pi}=\frac{1}{5}$ 为有理数，故 $e^{j2\pi n/5}$ 也是周期信号。又 $e^{j4\pi n/7}$ 的基波周期 $N_1=7$，$e^{j2\pi n/5}$ 的基波周期 $N_2=5$，N_1 与 N_2 的最小公倍数为 35，所以 $x[n]$ 的基波周期为 $N=35$。

1-7　考虑离散时间信号 $x[n]=1-\sum\limits_{k=3}^{\infty}\delta[n-1-k]$，试确定整数 M 和 n_0 的值，以使得 $x[n]$ 可表示为 $x[n]=u[Mn-n_0]$。

解　$x[n]=1-\sum\limits_{k=3}^{\infty}\delta[n-1-k]=1-\sum\limits_{k'=4}^{\infty}\delta[n-k']=\sum\limits_{k=-\infty}^{3}\delta[n-k]=u[-n+3]$

即
$$M=-1,\quad n_0=-3$$

1-8　考虑连续时间信号 $x(t)=\delta(t+2)-\delta(t-2)$，试对 $y(t)=\int_{-\infty}^{t}x(\tau)\mathrm{d}\tau$ 计算 E_∞ 值。

解　
$$\begin{aligned}y(t)&=\int_{-\infty}^{t}x(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}[\delta(\tau+2)-\delta(\tau-2)]\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau+2)\mathrm{d}\tau-\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau-2)\mathrm{d}\tau\\&=\int_{-\infty}^{t+2}\delta(\tau')\mathrm{d}\tau'-\int_{-\infty}^{t-2}\delta(\tau')\mathrm{d}\tau'=u(t+2)-u(t-2)=\begin{cases}1, & -2<t<2\\0, & \text{其他}\end{cases}\end{aligned}$$

$$E_\infty=\int_{-\infty}^{\infty}[y(t)]^2\mathrm{d}t=\int_{-2}^{2}1\mathrm{d}t=4$$

1-9　考虑一个周期为 $T=2$ 的周期信号 $x(t)$，其中 $x_0(t)=\begin{cases}1,0\leqslant t\leqslant 1\\-2,1<t<2\end{cases}$ 是其在 $0\leqslant t<2$ 期间的表达式。可以证明这个信号的导数也是一个周期信号，周期仍为 $T=2$，且

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}=A_1g(t-t_1)+A_2g(t-t_2)$$

其中，$g(t)=\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-2k)$ 是"冲激串"，求 A_1,t_1,A_2 和 t_2 的值。

解　$x(t)=\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty}x_0(t-2k)$，$x(t)$ 的波形如图 1-1 所示，$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$ 的波形如图 1-2 所示。

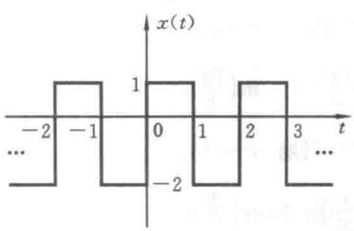


图 1-1

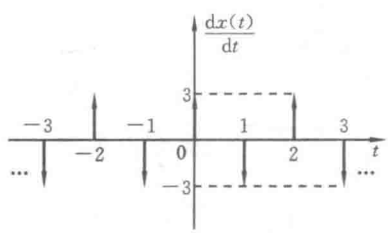


图 1-2

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} &= \sum_{k=-\infty}^{\infty}[3\delta(t-2k)-3\delta(t-1-2k)] \\ &= 3\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-2k)-3\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-1-2k) \\ &= 3g(t)-3g(t-1)\end{aligned}$$

故　　$A_1=3,\quad t_1=0,\quad A_2=-3,\quad t_2=1$

1-10　考虑一系统 S，其输入为 $x[n]$，输出为 $y[n]$，这个系统是经由系统 S_1 和 S_2 级联后得到的，S_1 和 S_2 的输入 - 输出关系为

$$S_1: y_1[n]=2x_1[n]+4x_1[n-1]$$

$$S_2: y_2[n]=x_2[n-2]+\frac{1}{2}x_2[n-3]$$

这里 $x_1[n]$ 和 $x_2[n]$ 都为输入信号。

(a) 求系统 S 的输入 - 输出关系；

(b) 若 S_1 和 S_2 的级联次序颠倒的话(也即 S_1 在后)，系统 S 的输入 - 输出关系改变吗?

解　(a) 系统 S 可用框图表示，如图 1-3 所示。

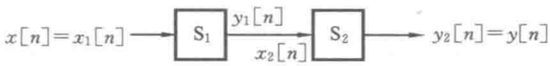


图 1-3

由图 1-3 可知，　$y_1[n]=2x[n]+4x[n-1]$

$$\begin{aligned}y[n] &= y_2[n]=x_2[n-2]+\frac{1}{2}x_2[n-3]=y_1[n-2]+\frac{1}{2}y_1[n-3] \\ &= 2x[n-2]+4x[n-3]+\frac{1}{2}\times 2x[n-3]+\frac{1}{2}\times 4x[n-4] \\ &= 2x[n-2]+5x[n-3]+2x[n-4]\end{aligned}$$

(b) 当 S_1 和 S_2 的级联次序颠倒时，系统 S 可用框图表示，如图 1-4 所示。

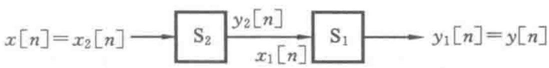


图 1-4

由图 1-4 可知，　$y_2[n]=x[n-2]+\frac{1}{2}x[n-3]$

$$\begin{aligned}y[n] &= y_1[n]=2x_1[n]+4x_1[n-1]=2y_2[n]+4y_2[n-1] \\ &= 2x[n-2]+2\times\frac{1}{2}x[n-3]+4x[n-3]+4\times\frac{1}{2}x[n-4] \\ &= 2x[n-2]+5x[n-3]+2x[n-4]\end{aligned}$$

由此可见，S_1 和 S_2 的级联次序颠倒不会改变系统 S 的输入 - 输出关系。

1-11　考虑一离散时间系统，其输入为 $x[n]$，输出为 $y[n]$，系统的输入 - 输出关系为

$$y[n]=x[n]x[n-2]$$

(a) 系统是无记忆的吗?(b) 当输入为 $A\delta[n]$ 时，其中 A 为任意实数或复数，求系统输出。(c) 系统是可逆的吗?

解　(a) $y[0]=x[0]x[-2]$，即系统在某一时刻的输出不仅与当前的输入有关，还与过去的输入有关，所以系统是记忆系统。

(b) $x[n]=A\delta[n], x[n-2]=A\delta[n-2], y[n]=A^2\delta[n]\delta[n-2]=0$。

(c) 设 $x[n]=1$，对所有 n，则 $y[n]=1\times1=1$。若 $x[n]=-1$，对所有 n，则 $y[n]=(-1)\times(-1)=1$。由于有两个不同的输入对应同一个输出，所以系统不可逆。

1-12　考虑一连续时间系统，其输入 $x(t)$ 和输出 $y(t)$ 的关系为 $y(t)=x(\sin t)$。(a) 该系统是因果的吗？(b) 该系统是线性的吗？

解　(a) 令 $t=-\pi$，可知 $y(-\pi)=x(0)$。这说明 $t=-\pi$ 时刻的输出要由 $t=0$ 的输入决定，故该系统是非因果的。

(b) 设 $x_1(t)\rightarrow y_1(t)=x_1(\sin t), x_2(t)\rightarrow y_2(t)=x_2(\sin t)$，令 $ax_1(t)+bx_2(t)=x_3(t)$，则

$$x_3(t)\rightarrow y_3(t)=x_3(\sin t)=ax_1(\sin t)+bx_2(\sin t)=ay_1(t)+by_2(t)$$

故该系统是线性的。

1-13　考虑一个离散时间系统的输入 $x[n]$ 与输出 $y[n]$ 的关系为 $y[n]=\sum\limits_{k=n-n_0}^{n+n_0}x[k]$，式中 n_0 为某一有限正整数。(a) 系统是线性的吗？(b) 系统是时不变的吗？(c) 若 $x[n]$ 为有限且界定为一有限整数 B(即对全部 n，有 $x[n]<B$)，可以证明 $y[n]$ 是被界定到某一有限数 C，因此可以得出该系统是稳定的。请用 B 和 n_0 来表示 C。

解　(a) 设 $x_1[n]\rightarrow y_1[n]=\sum\limits_{k=n-n_0}^{n+n_0}x_1[k], x_2[n]\rightarrow y_2[n]=\sum\limits_{k=n-n_0}^{n+n_0}x_2[k]$

令 $ax_1[n]+bx_2[n]=x_3[n]$，则

$$\begin{aligned}x_3[n]\rightarrow y_3[n]&=\sum_{k=n-n_0}^{n+n_0}x_3[k]=\sum_{k=n-n_0}^{n+n_0}\{ax_1[k]+bx_2[k]\}\\&=a\sum_{k=n-n_0}^{n+n_0}x_1[k]+b\sum_{k=n-n_0}^{n+n_0}x_2[k]=ay_1[n]+by_2[n]\end{aligned}$$

故系统是线性的。

(b) 令 $x_4[n]=x[n-n_1]$，则

$$\begin{aligned}x_4[n]\rightarrow y_4[n]&=\sum_{k=n-n_0}^{n+n_0}x_4[k]=\sum_{k=n-n_0}^{n+n_0}x[k-n_1]=\sum_{k'=n-n_0-n_1}^{n+n_0-n_1}x[k']\\&=\sum_{k=n-n_1-n_0}^{n-n_1+n_0}x[k]=y[n-n_1]\end{aligned}$$

故系统是时不变的。

(c) 由题设知，当 $|x[n]|<B$ 时，$|y[n]|<C$。又

$$|y[n]|=\left|\sum_{k=n-n_0}^{n+n_0}x[k]\right|<\sum_{k=n-n_0}^{n+n_0}|x[k]|<(n+n_0-n+n_0+1)B=(2n_0+1)B$$

故 $C\leqslant(2n_0+1)B$。

1-14　一连续时间线性系统 S，其输入为 $x(t)$，输出为 $y(t)$，有以下输入-输出关系：

$x(t)=e^{j2t}\xrightarrow{S}y(t)=e^{j3t}$，　$x(t)=e^{-j2t}\xrightarrow{S}y(t)=e^{-j3t}$。(a) 若 $x_1(t)=\cos(2t)$，求系统 S 的输出 $y_1(t)$。(b) 若 $x_2(t)=\cos\left(2\left(t-\frac{1}{2}\right)\right)$，求系统 S 的输出 $y_2(t)$。

解　(a) $x_1(t)=\cos(2t)=\frac{1}{2}(e^{j2t}+e^{-j2t})$，则

$$y_1(t)=\frac{1}{2}(e^{j3t}+e^{-j3t})=\cos(3t)$$

(b)
$$x_2(t)=\cos\left(2\left(t-\frac{1}{2}\right)\right)=\cos(2t-1)=\frac{1}{2}(e^{j(2t-1)}+e^{-j(2t-1)})$$
$$=\frac{1}{2}e^{-j}\cdot e^{j2t}+\frac{1}{2}e^{j}\cdot e^{-j2t}$$

则
$$y_2(t)=\frac{1}{2}e^{-j}\cdot e^{j3t}+\frac{1}{2}e^{j}\cdot e^{-j3t}=\frac{1}{2}(e^{j(3t-1)}+e^{-j(3t-1)})=\cos(3t-1)$$

1-15　一连续时间信号 $x(t)$ 如图 1-5 所示，请画出下列信号并给以标注。

(a) $x(t-1)$

(b) $x(2-t)$

(c) $x(2t+1)$

(d) $x(4-t/2)$

(e) $[x(t)+x(-t)]u(t)$

(f) $x(t)\left[\delta\left(t+\frac{3}{2}\right)-\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)\right]$

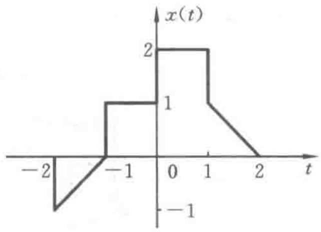
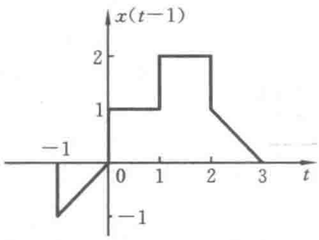
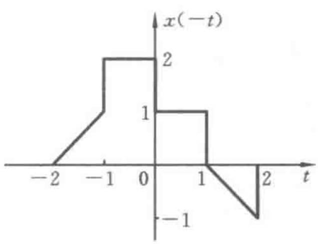


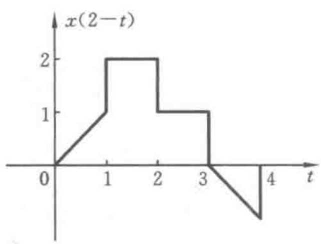
图 1-5

解　(a) $x(t-1)$ 由 $x(t)$ 右移 1 而得。



(b) $x(2-t)=x[-(t-2)]$ 由 $x(t)$ 反折后再右移 2 而得。





(c) $x(2t+1)=x\left[2\left(t+\frac{1}{2}\right)\right]$ 由 $x(t)$ 压缩至原来的 1/2 后再左移 1/2 而得。