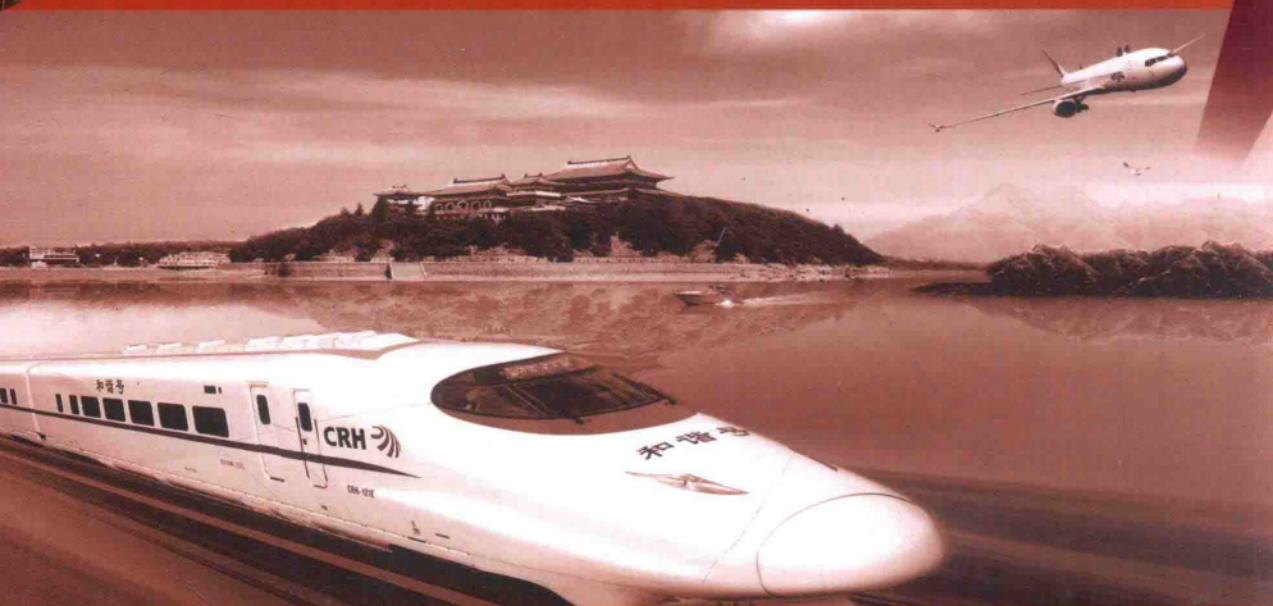


数学模型在经济学的 应用及研究

杨东方 黄新民 编著

*The Application and Research of
Mathematical Model in Economics*

5



 海洋出版社



陕西国际商贸学院学术著作出版基金资助出版

数学模型在经济学的应用及研究(5)

The Application and Research of Mathematical Model in Economics(5)

杨东方 黄新民 编著

海洋出版社

2017年·北京

内 容 提 要

通过阐述数学模型在经济学的应用和研究,量化地展示经济系统中各种影响经济的指标因子和经济因子的变化过程,揭示经济系统的规律和机制以及其稳定性、连续性的变化,使经济数学模型在经济系统中发挥巨大作用。在科学技术迅猛发展的今天,通过该书的学习,可以帮助读者了解经济数学模型的应用、发展和研究的过程;分析不同领域、不同学科的各种各样经济数学模型;探索采取何种数学模型应用于何种经济领域的研究;掌握建立数学模型的方法和技巧。此外,该书还有助于加深对经济系统的量理解,培养量化研究经济系统的思维。

本书主要内容为:介绍各种各样的数学模型在经济学不同领域的应用,如在均衡理论、效用论、生产理论、市场理论、分配理论、微观经济政策、国民收入核算、国民收入决定、失业与通货膨胀、开放经济理论、经济周期、经济增长理论和宏观经济政策等领域以及金融变化、商务变化和经济变化等领域的应用。详细阐述了数学模型建立的背景、数学模型的组成和结构以及其数学模型应用的意义。

本书适合经济学、气象经济学、地质经济学、海洋经济学、环境经济学、生物经济学、生态经济学、陆地生态经济学、海洋生态经济学和海湾生态经济学等有关领域的科学工作者和相关学科的专家参阅,也适合高等院校师生作为教学的教材和科研的参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学模型在经济学的应用及研究. 5/杨东方,黄新民编著. —北京:海洋出版社,2017. 5
ISBN 978-7-5027-9909-0

I. ①数… II. ①杨… ②黄… III. ①经济数学-数学模型-研究 IV. ①F224. 0

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第208404号

责任编辑:鹿源

责任印制:赵麟芬

海洋出版社 出版发行

<http://www.oceanpress.com.cn>

北京市海淀区大慧寺路8号 邮编:100081

北京朝阳印刷厂有限责任公司印刷 新华书店北京发行所经销

2017年12月第1版 2017年12月第1次印刷

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:20

字数:480千字 定价:60.00元

发行部:62132549 邮购部:68038093 总编室:62114335

海洋版图书印、装错误可随时退换

《数学模型在生态学的应用及研究(5)》编委会

主 编 杨东方 黄新民

副主编 韦林珍 王 涛 朱四喜 陈 豫 赵登攀

编 委 (按姓氏笔画为序)

王志康 王 琦 邓 婕 冯 明 冯志纲

刘小梅 李海霞 杨丹枫 张晓龙 陈 梅

林梦晓 姬建鹏 黄 宏 曾 航 路 敏

数学是结果量化的工具

数学是思维方法的应用

数学是研究创新的钥匙

数学是科学发展的基础

杨东方

经济是人类生存的保障
经济是社会演替的特征
经济是地球发展的动力

杨东方

要想了解动态的经济系统的基本过程和动力学机制,尽可从建立数学模型为出发点,以数学为工具,以经济为基础,以政策、信息、事件为辅助,对经济现象、经济市场、经济过程进行探讨。

经济数学模型体现了在定性描述与定量处理之间的关系,使研究展现了许多妙不可言的启示,使研究进入更深的层次,开创了新的领域。

杨东方

2015年4月19日

前 言

细大尽力,莫敢怠荒,远迹辟隐,专务肃庄,端直敦忠,事业有常。

——《史记·秦始皇本纪》

数学模型研究可以分为两大方面:定性和定量的,要定性的研究,提出的问题是发生了什么或者发生了没有,要定量的研究,提出的问题是发生了多少或者是如何发生的。前者是对问题的动态周期、特征和趋势进行定性的描述,而后者是对问题的机制、原理、起因进行定量化的解释。然而,经济学中有许多实际调查问题与建立模型并不是直接有关的。于是,通过分析、比较、计算和应用各种数学方法,建立反映实际的且具有意义的仿真模型。

经济数学模型的特点为:(1)综合考虑各种经济因子的影响。(2)定量化描述经济过程,阐明经济机制和规律。(3)能够动态地模拟和预测经济发展状况。

经济数学模型的功能为:(1)建造模型的尝试常有助于精确判定所缺乏的知识和数据,对于经济和经济相关因子有进一步定量了解。(2)模型的建立过程能产生新的想法和实验方法,并缩减实验的数量,对选择假设有所取舍,完善实验设计。(3)与传统的方法相比,模型常能更好地使用越来越精确的数据,将不同方面所取得的材料集中在一起,得出统一的概念。

模型研究要特别注意:(1)模型的适用范围:时间尺度、空间距离、区域大小、参数范围。例如,不能用每月的个别发生的经济现象来检测1年跨度的调查数据所做的模型。又如用突发事件的经济模型来解释经常发生的一般经济现象。因此,模型的适用范围一定要清楚。(2)模型的形式是非常重要的,它揭示内在的性质、本质的规律,来解释经济现象的机制、经济环境的内在联系。因此,重要的是要研究模型的形式,而不是参数,参数只是说明尺度、大小、范围而已。(3)模型的可靠性,由于模型的参数一般是从实测数据得到的,它的可靠性非常重要,这是通过统计学来检测。只有可靠性得到保证,才能用模型说明实际的经济问题。(4)解决经济问题时,所提出的观点,不仅从数学模型支持这一观点,还要从经济现象、经济市场等各方面的事实来支持这一观点。

本书以经济数学模型的应用和发展为研究主题,介绍数学模型在经济学不同领域的应用,如在均衡理论、效用论、生产理论、市场理论、分配理论、微观经济政策、国民收入核算、国民收入决定、失业与通货膨胀、开放经济理论、经济周

期、经济增长理论和宏观经济政策等领域以及金融变化、商务变化和经济变化等领域的应用。详细阐述了数学模型建立的背景、数学模型的组成和结构以及数学模型应用的意义。认真掌握经济数学模型的特点和功能以及注意事项。经济数学模型展示了经济系统的演化过程和预测了自然资源的可持续利用。通过本书的学习和研究,促进自然资源、环境和生态的开发与保护,推进经济的健康发展。

本书获得陕西国际商贸学院学术著作出版基金、贵州民族大学博点建设文库、“贵州喀斯特湿地资源及特征研究”(TZJF-2011年-44号)项目、“喀斯特湿地生态监测研究重点实验室”(黔教合KY字[2012]003号)项目、教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-12-0659)项目、贵州民族大学引进人才科研项目([2014]02)、土地利用和气候变化对乌江径流的影响研究(黔教合KY字[2014]266号)、威宁草海浮游植物功能群与环境因子关系(黔科合LH字[2014]7376号)、“铭胁迫下人工湿地植物多样性对生态系统功能的影响机制研究”(国家自然科学基金项目31560107)以及国家海洋局北海环境监测中心主任科研基金——长江口、胶州湾、浮山湾及其附近海域的生态变化过程(05EMC16)的共同资助下完成。

此书得以完成应该感谢北海环境监测中心主任姜锡仁研究员、上海海洋大学副校长李家乐教授、贵州民族大学校长陶文亮教授、陕西国际商贸学院院长王兴林教授和西京学院校长任芳教授;还要感谢刘瑞玉院士、冯士筭院士、胡敦欣院士、唐启升院士、汪品先院士、丁德文院士和张经院士。诸位专家和领导给予的大力支持,提供的良好的研究环境,成为我们科研事业发展的动力引擎。在此书付梓之际,我们诚挚感谢给予许多热心指点和有益传授的其他老师和同仁。

本书内容新颖丰富,层次分明,由浅入深,结构清晰,布局合理,语言简练,实用性和指导性强。由于作者水平有限,书中难免有疏漏之处,望广大读者批评指正。

沧海桑田,日月穿梭。抬眼望,千里尽收,祖国在心间。

杨东方 黄新民

2016年5月8日

目 次

金融中心的辐射模型	(1)
小微企业信用风险的分担模型	(4)
农村消费的结构模型	(9)
产业与专业的结构协调模型	(13)
高管薪酬的结构和黏性模型	(18)
组织惯例的拓扑模型	(24)
出口工资的溢价模型	(30)
中央银行的货币供给模型	(36)
生态补偿的评价模型	(38)
利率与银行风险承担的分析	(44)
劳动报酬的份额模型	(51)
出口增长的协整模型	(63)
税收管理的博弈模型	(66)
文化产业的经济增长模型	(71)
银行存款保险的定价模型	(76)
高技术服务业的评价模型	(84)
商业银行的效率测度模型	(88)
农村经济发展的物流模型	(93)
信息披露的股票风险模型	(102)
投资空间的集聚效应模型	(109)
企业参保的政策模型	(114)
金融和贸易的调整模型	(116)
交通基础设施的投入模型	(119)
中国经济的波动变化模型	(123)
省级人力资本的度量模型	(126)
投资保护的盈余质量模型	(129)

分工体系的广义价值模型	(131)
经济增长的最优税收模型	(135)
农村居民养老的新农保模型	(138)
保险业发展的诚信模型	(141)
劳动收入的份额模型	(144)
价格贸易的运行模型	(147)
企业自由进入的均衡模型	(151)
均衡利率的估算模型	(154)
经济增长的碳强度模型	(158)
通货膨胀的再分配效应模型	(162)
企业贸易的异质性模型	(164)
城乡户籍的收入差距模型	(168)
国有企业的民营化风险模型	(170)
税收竞争的效应模型	(173)
知识产权的出口贸易模型	(175)
经济转型的效率测度模型	(179)
居民消费价格的预测模型	(185)
房价波动的银行信贷风险模型	(192)
公共资本的内生增长模型	(198)
贷款组合的优化模型	(207)
技术水平的潜在产出方程	(213)
非国有企业的盈利模型	(221)
农村的小额信贷模型	(231)
基础教育的效率模型	(237)
企业信息化的联盟模型	(239)
综合经营的共生模型	(241)
房地产的盈利模型	(244)
高管薪酬的激励模型	(250)
货币政策的油价波动模型	(257)
农村土地流转的决策模型	(263)
入境旅游的经济增长模型	(268)

目 次

电影市场的运营模型	(273)
财政政策的效果模型	(276)
通货膨胀的房地产价格模型	(283)
多元化经营的公司业绩模型	(288)
石油产业的市场结构模型	(294)
商品住房的限价模型	(298)
双岛竞合的经济模型	(302)

金融中心的辐射模型

1 背景

金融中心是金融资源和金融机构大量集聚的地方,能够有效促进周边地区的经济发展。环渤海经济圈是次于“长三角”和“珠三角”的第三个经济圈,约 60% 的金融资源集中于北京、天津、青岛、济南、大连和沈阳 6 个城市。刘红^[1]认为金融资源的运动呈现集中和扩散两大方向,并以“长三角”经济圈为研究对象,尝试建立金融集聚程度的衡量指标体系,对上海、杭州和南京等金融中心的金融集聚程度进行衡量和反映。陈莹和李心丹^[2]运用威尔逊模型和断裂点理论度量了南京的区域金融中心辐射力,明确了南京的辐射范围。张晓燕^[3]实证分析了 28 个城市的金融竞争力,发现环渤海经济圈只有北京和天津可作为金融中心对周边地区产生金融辐射,进一步利用威尔逊模型计算北京和天津的金融辐射半径并绘制辐射域。

2 公式

经济地理理论中的威尔逊模型给出了衡量金融中心的金融辐射范围的较好的解决方法。威尔逊指出,如果两个地区(或城市)经常发生资源流动和空间相互影响,则其程度与两地距离、区域规模和资源的同质性具有重要关系。我们用 T_{jk} 代表区域 j 吸引的源自区域 k 的资源数量,来衡量区域 j 对区域 k 的资源的吸引能力,其公式为:

$$T_{jk} = KO_j P_k \exp(-\beta r_{jk}) \quad (1)$$

式中, K 为归一化因子,我们通常假定 $K = 1$; O_j 为区域 j 的资源强度; P_k 为区域 k 的资源总量; r_{jk} 为区域 j 和区域 k 间的距离; β 为反应辐射力的衰减速度,即衰减因子。区域 j 能够提供的最大资源总量应当等同于区域 k 能够获取的最大资源总量,我们用 F_j 来表示。

为了求区域 j 的辐射半径(r),我们在式(1)两边同时除以 O_j ,并取对数形式,可得:

$$r = \frac{1}{\beta} \ln\left(\frac{F_j}{\theta}\right) \quad (2)$$

可见,金融中心的辐射半径主要取决于三个因素,即衰退因子 β 、阈值 θ 和区域 j 所能提供的最大资源总量 (F_j)。其中, β 值越大,则金融辐射衰减得越快,辐射半径越小,而 θ 和 F_j 取决于该地区(或城市)的经济发展水平以及金融资源的总量。

在此利用因子分析法,衡量以下 28 个金融中心城市的竞争力,结果见表 1,其中仅有 10 个城市的综合因子得分为正,在环渤海经济圈中,仅有北京和天津的综合因子得分为正,能够对周边地区进行金融辐射;而大连、济南、青岛和沈阳的综合因子得分为负,说明还不能称之为区域金融中心,只是金融相对较为发达的金融增长极。

表 1 金融产业集聚的综合因子得分

城市	综合因子	城市	综合因子	城市	综合因子	城市	综合因子
上海	1.950 122	杭州	0.135 699	青岛	-0.114 31	长春	-0.318 55
北京	1.626 389	南京	0.105 055	济南	-0.187 52	石家庄	-0.329 48
深圳	0.754 921	成都	0.036 45	沈阳	-0.198 76	哈尔滨	-0.333 61
广州	0.488 751	宁波	-0.003 05	郑州	-0.208 48	厦门	-0.342 58
天津	0.371 498	武汉	-0.048 9	西安	-0.213 98	福州	-0.356 2
苏州	0.331 158	无锡	-0.094 21	长沙	-0.264 44	合肥	-0.382 42
重庆	0.286 189	大连	-0.094 31	温州	-0.312 43	南昌	-0.435 7

为了求出 10 个金融中心城市的金融辐射半径,我们需要确定金融竞争力综合因子的阈值 θ 和衰退因子 β 。根据计算得出 28 个主要城市的金融竞争力综合因子得分,我们假定 θ 为 0.01,而 β 的计算则依据王铮和邓悦提出的公式计算,具体为:

$$\beta = \sqrt{\frac{2T}{t_{\max} D}} \quad (3)$$

式中, T 为具备传递特征的城市个数, t_{\max} 为具有金融辐射功能的最大城市数量, D 为相互作用域的域元尺度。将各数值代入式(3),整理可得 $\beta = 0.01984$,由此,可求出各金融中心城市实际金融辐射半径,如表 2 所示。

表 2 各金融中心的金融辐射半径

城市	辐射半径	城市	辐射半径	城市	辐射半径
上海	265.70	天津	182.21	南京	118.54
北京	256.63	苏州	176.41	成都	65.189
深圳	217.95	重庆	169.06		
广州	196.03	杭州	131.44		

利用专用作图软件和百度地图,根据表 2 中计算得出的金融辐射半径,我们可以绘制出 10 个金融中心城市的辐射域。其中,环渤海经济圈的金融中心——北京和天津的金融辐射域见图 1,圆内部分为其辐射区域。

可见,北京的金融辐射范围以北京为中心,包括天津、河北、山东北部地区,辐射半径为

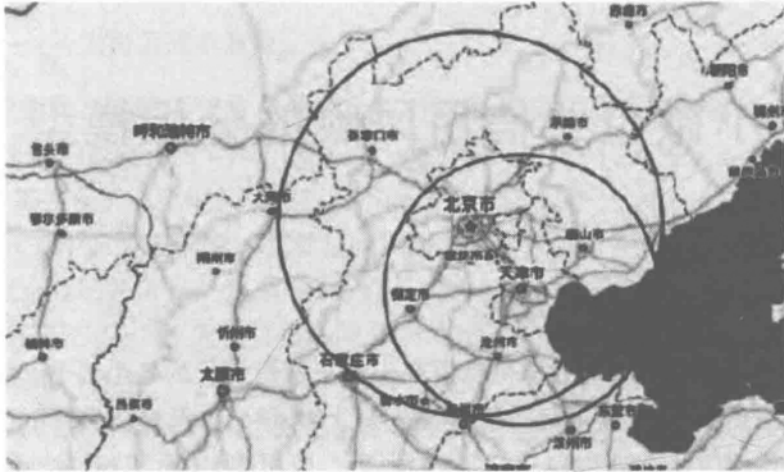


图1 北京和天津的金融辐射域(比例尺为1:100千米)

256.6千米,覆盖了环渤海经济圈的几乎所有省市。天津的金融辐射范围涉及北京、河北东南以及山东北部地区,辐射半径182.2千米,基本上被北京的金融辐射域所覆盖。

3 意义

通过建立了威尔逊模型,研究表明了环渤海经济圈只有北京和天津具有金融产业集聚的特点,计算发现北京的金融辐射域覆盖了天津的金融辐射域,北京是环渤海经济圈内金融发展水平最高的地区,吸引了经济圈内数量众多且质量优良的金融资源和金融机构,其金融发展能够对周边地区的经济发展产生较强的金融辐射和带动作用,从而推动整个环渤海经济圈的经济增长。本模型可计算北京和天津的金融辐射半径,为金融发展和经济增长之间关系的研究提供参考。

参考文献

- [1] 刘红. 金融集聚影响区域经济增长的机制研究[D]. 上海:同济大学,2008.
- [2] 陈莹,李心丹. 区域金融中心辐射力研究——以南京为例[J]. 南京社会科学,2013,(8).
- [3] 张晓燕. 金融中心及其辐射域研究——以环渤海经济圈为例[J]. 经济问题,2014(10):43-46.

小微企业信用风险的分担模型

1 背景

科技型小微企业信用风险分担机制贯穿于信贷融资过程的各个环节。它既是企业自身风险防范的需要,又是商业银行科技信贷业务分散风险,以及违约实际发生时保险保证机构对损失提供相应补偿的要求。孙克和冯宗宪^[1]应用 VAR 模型和脉冲响应函数(IRF)验证了不同类型企业信用水平之间的动态关系。鲍静海等^[2]以 C-D 生产函数为基础结合委托代理模型,对科技型小微企业信用风险分担原理进行了深入分析。通过模型证明了银保合作多机构参与下的风险分担模式对提高科技型小微企业信用风险分担效率的适用性,从而对各个参与者(银行和担保公司、保险公司、政府部门)的信用风险分担契约进行针对性研究,并且将企业预期违约率作为风险分担的准入条件来降低信用风险的不确定性。

2 公式

结合已有研究和当前国内经济发展状况,试图建立一个在现有条件下以政府为指导,商业银行为中心,担保与保险机构三者共同协作的机制,在科技型小微企业信用风险分担问题上寻找一个合理的解决方案。

2.1 模型假设

作为代理人的商业银行在科技型小微企业信贷供给中一方面为其提供政策性扶持,另一方面仍然与担保、保险机构合作发放商业贷款。

假设:

(1)商业银行的两项任务努力水平为 $e_i (i = 1, 2)$ 。商业银行能够清楚地了解自身在这两项任务中的努力程度。

(2)最终商业性贷款与政府扶持性信贷活动的结果是可以观察到的。设为 S_1, S_2 。其中 $S_1 = e_1 + \theta_1, S_2 = e_2 + \theta_2, \theta_1, \theta_2$ 是两种任务所面临的风险。 θ 服从均值为 0、方差为 σ^2 的正态随机分布,即 $\theta \sim N(0, \sigma^2)$ 。而这种可观察到的结果等于企业还款概率。

(3)商业银行在这两项任务中的努力成本为 $C(e_1, e_2)$, 是凸函数,有一阶连续偏导数,且二阶可微,即满足 $\frac{\partial C}{\partial e_i} > 0, \frac{\partial^2 C}{\partial e_i^2} > 0 (i = 1, 2)$ 。为了分析问题方便,不妨设 $C(e_1, e_2) =$

$\frac{e_1^2}{2t_1} + \frac{e_2^2}{2t_2}$ 为努力成本系数。

(4) 商业银行在这两项任务中的综合收益由商业贷款与政策贷款的完成情况共同决定。两项任务总的收益为 $E = f(S_1, S_2) = A^\alpha S_1^\beta S_2^{1-\beta}$, $0 < \beta < 1$, A 表示商业银行风险分担的能力水平, A 越大表示商业银行在科技型小微企业信贷风险分担中的能力水平越强, 与商业银行在两项任务中的努力程度 e_i 变量性质相同。

(5) 商业银行的期望收益为 $S(S_1, S_2) = i_1 S_1 + i_2 S_2$, i_1, i_2 分别为两项任务中政府与担保、保险公司对科技型小微企业信用风险分担的比例, 在效果上可以对商业银行的信贷意愿起到激励作用。

(6) 对于商业银行来讲, 以上信贷活动中在承担风险能力上没有担保和保险高, 因此, 将商业银行对风险的厌恶程度采用 Arrow-Pratt 绝对风险规避度 $\rho(\rho > 0)$ 来表示, ρ 越大说明商业银行越害怕承担风险。

2.2 模型构建

在多任务模型中, 使用柯布—道格拉斯函数表示政策性贷款与商业性贷款总的预期收益 $Y = A^\alpha S_1^\beta S_2^{1-\beta} - S(S_1, S_2)$, β 是商业银行在两项任务中的生产弹性, 即商业贷款与政策性贷款的相对重要性。其中 β 表示科技型小微企业信贷中政策部分的重要程度, $1-\beta$ 表示担保与保险在商业贷款部分风险分担的重要程度, $0 < \beta < 1$ 。因此, 在政策性贷款的支持下, 科技型小微企业信贷的期望收益为:

$$E(Y) = E[A^\alpha S_1^\beta S_2^{1-\beta} - S(S_1, S_2)] = A^\alpha e_1^\beta e_2^{1-\beta} - i_1 e_1 - i_2 e_2 \quad (1)$$

商业银行的利润为:

$$Z = S(S_1, S_2) - C(e_1, e_2) \quad (2)$$

因为商业银行较担保、保险公司的风险承担能力低, 因此在它的预期收益表达式中应该体现出一定的风险规避性, 我们可以用 $u = -e^{\rho Z}$ 来表示。

商业银行的确定性等价利润为:

$$\bar{Z} = E(Z) - \frac{1}{2}\rho b_1^2 \sigma_1^2 - \frac{1}{2}\rho b_2^2 \sigma_2^2 = i_1 e_1 + i_2 e_2 - \frac{e_1^2}{2t_1} - \frac{e_2^2}{2t_2} - \frac{1}{2}\rho i_1^2 \sigma_1^2 - \frac{1}{2}\rho i_2^2 \sigma_2^2 \quad (3)$$

式中, $\frac{1}{2}\rho i_1^2 \sigma_1^2 + \frac{1}{2}\rho i_2^2 \sigma_2^2$ 表示科技型小微企业信用风险成本, 即商业银行宁愿在随机利润 Z 中放弃 $\frac{1}{2}\rho i_1^2 \sigma_1^2 + \frac{1}{2}\rho i_2^2 \sigma_2^2$ 以换取确定性利润 \bar{Z} 。

当政府与担保公司、保险公司和商业银行的委托代理关系形成后, 商业银行将选择最优的努力水平 e_1^*, e_2^* , 使得自身的等价利润最大化。

因此最优条件应该满足: