

offcn 中公教师 严格依据国家教师资格考试大纲编写

2018

中公版

国家教师资格考试 辅导教材

数学学科知识与教学能力 全真模考题库

中公教育教师资格考试研究院◎编著

初 级 中 学

刷真题——六年真题专题训练

练模拟——配套模拟强化考点



扫码进入教师考试题库，每日一练+专项练习+线上模考



世界图书出版公司

offcn中公教师 | 严格依据国家教师资格考试大纲编写

国家教师资格考试辅导教材

数学学科知识与教学能力 全真模考题库(初级中学)

中公教育教师资格考试研究院 © 编著

世界图书出版公司

北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

数学学科知识与教学能力全真模考题库. 初级中学 /中公教育教师资格考试研究院编著. — 北京: 世界图书出版公司北京公司, 2016.4(2018.4 重印)

国家教师资格考试辅导教材

ISBN 978-7-5192-1174-5

I. ①数… II. ①中… III. ①中学数学课-教学法-初中-中学教师-资格考试-习题集

IV. ①G633.602-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 083223 号

-
- 书 名 国家教师资格考试辅导教材·数学学科知识与教学能力全真模考题库(初级中学)
GUOJIA JIAOSHI ZIGE KAOSHI FUDAO JIAOCAI·SHUXUE XUEKE ZHISHI YU JIAOXUE NENGLI QUANZHEN
MOKAO TIKU(CHUJI ZHONGXUE)
- 编 著 中公教育教师资格考试研究院
- 责任编辑 刘 虹 夏 丹
- 特约编辑 宋 帅
- 装帧设计 中公教育图书设计中心
- 出版发行 世界图书出版公司北京公司
- 地 址 北京市东城区朝内大街 137 号
- 邮 编 100010
- 电 话 010-64038355(发行) 64037380(客服) 64033507(总编室)
- 网 址 <http://www.wpcbj.com.cn>
- 邮 箱 wpcbjst@vip.163.com
- 销 售 各地新华书店
- 印 刷 三河市海新印务有限公司
- 开 本 889 mm×1194 mm 1/16
- 印 张 16.5
- 字 数 396 千字
- 版 次 2016 年 6 月第 1 版
- 印 次 2018 年 4 月第 3 次印刷
- 国际书号 ISBN 978-7-5192-1174-5
- 定 价 42.00 元
-

如有质量或印装问题,请拨打售后服务电话 010-82838515

前言

自教育部 2011 年在浙江、湖北率先开展教师资格“国考”改革试点工作以来,大部分省、自治区、直辖市已加入全国统考。中公教育教师资格考试研究院随即推出了一系列具有针对性的备考用书,全真模考题库属于其中一个系列。

本套图书具有哪些特色?

本套图书每一章内容都包括“考点归纳”“考试重点”“考试难点”“历年真题回放”“考题分析与预测”和“预测试题”等若干模块。在内容上具有以下特色:

(1)**直击考点**:通过“考点归纳”“考试重点”“考试难点”等模块为考生梳理基本、重要的考点,帮助考生把握复习方向。

(2)**真题再现**:通过“历年真题回放”,按考点分类汇总了 2012 年下半年至 2017 年下半年近六年的考试真题,并对其进行了详细的解析,帮助考生在反复练习中,把握命题特点和解答思路,夯实基础考点。

(3)**分析预测**:通过“考题分析与预测”,详细分析了对应章节的考试题型、命题特点、命题规律和命题趋势,帮助考生把握考试脉搏。

(4)**模拟实战**:通过“预测试题”,精选了大量高质量的预测题目,以题型为纲、考点为线,进行专项特训,帮助考生把握题目特点和答题技巧,提升答题能力。

为什么要反复刷真题?

(1)**考情基本稳定,真题具有参考价值。**

自 2011 年教师资格考试改革试点以来,考试大纲要求没有变化,考试重点没有变化,真题结构没有明显变化,出题角度没有明显变化,历年真题具有较大的参考价值。

(2)**相同考点、类似考题重复出现。**

教师资格考试真题中,有大量类似的考题,涉及考点相同,出题角度一致,解题方法相通。研究往年真题,能够快速把握命题规律,掌握解答思路,是高效备考的基本条件。

(3)**往年真题分类练习,更有利于把握考试重点,更有利于把握命题趋势。**

通过对同类考点题目的对比和强化练习,有利于强化对考点的记忆,也可以看到高频考点的出题形式和变化趋势。

如何使用本书来高效备考?

我们建议,在使用本书之前要先对考试内容进行大概的了解,具体请参照我们配套的教材和历年真题及标准预测试卷。

第一步,浏览考点,回忆教材知识。

对知识的掌握是答题的基础。每章伊始,考生可以结合“考点归纳”“考试重点”“考试难点”三个模块,浏览各个考点,回忆相关知识。对于记忆模糊的内容,可翻阅基础教材进行巩固复习。

第二步,研读真题,把握考试重点。

真题是掌握考情的关键。在对基础知识有了基本的掌握之后,考生可以通过“历年真题回放”模块的真题检测自己对各个考点的理解与记忆,把握历年真题的命题特点。

第三步,分析考情,把握命题趋势。

考情是复习的指向标。在对真题考查特点有了基本了解后,考生可以结合“考题分析与预测”模块,分析各章节的命题规律和命题趋势,细化备考重点。

第四步,专项练习,及时查漏补缺。

练习是检测复习效果的有效手段。在对知识有了系统学习、对考情有了全面把握之后,考生可以结合专题后的“预测试题”进行适当练习,以查看对基础知识的掌握情况,强化记忆,查漏补缺,稳步提升。

目 录

第一篇 单项选择题

专题一 数学分析	(1)
考点归纳	(1)
考试重点	(1)
考试难点	(1)
历年真题回放	(1)
考题分析与预测	(6)
预测试题	(6)
参考答案及解析	(10)
专题二 高等代数	(13)
考点归纳	(13)
考试重点	(13)
考试难点	(13)
历年真题回放	(14)
考题分析与预测	(17)
预测试题	(17)
参考答案及解析	(20)
专题三 空间解析几何	(23)
考点归纳	(23)
考试重点	(23)
考试难点	(23)
历年真题回放	(23)
考题分析与预测	(25)
预测试题	(25)
参考答案及解析	(26)
专题四 概率论与数理统计	(27)
考点归纳	(27)
考试重点	(27)
考试难点	(27)
历年真题回放	(28)
考题分析与预测	(29)

预测试题	(29)
参考答案及解析	(30)
专题五 中学数学学科知识	(32)
考点归纳	(32)
考试重点	(32)
考试难点	(32)
历年真题回放	(32)
考题分析与预测	(35)
预测试题	(35)
参考答案及解析	(40)
专题六 课程知识与教学知识	(44)
考点归纳	(44)
考试重点	(44)
考试难点	(45)
历年真题回放	(45)
考题分析与预测	(46)
预测试题	(47)
参考答案及解析	(48)

第二篇 简答题

专题一 数学分析	(50)
考点归纳	(50)
考试重点	(50)
考试难点	(50)
历年真题回放	(50)
考题分析与预测	(52)
预测试题	(52)
参考答案及解析	(58)
专题二 高等代数	(61)
考点归纳	(61)
考试重点	(61)
考试难点	(61)
历年真题回放	(62)
考题分析与预测	(63)
预测试题	(63)
参考答案及解析	(69)
专题三 空间解析几何	(74)
考点归纳	(74)

第三篇 解答题

3

参考答案及解析	(141)
---------------	-------

第四篇 论述题

考点归纳	(147)
考试重点	(147)
考试难点	(147)
历年真题回放	(147)
考题分析与预测	(152)
预测试题	(153)
参考答案及解析	(158)

第五篇 案例分析题

考点归纳	(166)
考试重点	(166)
考试难点	(166)
历年真题回放	(166)
考题分析与预测	(177)
预测试题	(177)
参考答案及解析	(196)

第六篇 教学设计题

考点归纳	(204)
考试重点	(204)
考试难点	(204)
历年真题回放	(204)
考题分析与预测	(216)
预测试题	(216)
参考答案及解析	(236)

全国教师资格证统考辅导课程	(253)
中公教育·全国分部一览表	(256)


 本书含 300 分钟系统精讲+200 分钟讲练结合,高清视频在线学,听课网址:c.offcn.com

第一篇

单项选择题

专题一 数学分析

考点归纳

1. 数列极限、函数极限的含义和运算; 2. 函数连续性的概念性质和判断方法, 函数的一致连续; 3. 导数的概念及应用, 微分的概念; 4. 微分中值定理; 5. 积分的定义, 定积分、不定积分的计算, 积分中值定理, 定积分的应用; 6. 函数列的一致收敛的定义及判定; 7. 级数的敛散性。

考试重点

数列极限、函数极限的计算; 函数连续性的判定, 函数连续性的性质; 微分中值定理。

考试难点

函数极限和函数连续的综合考查; 微分中值定理。

历年真题回放

1. 函数 $f(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$ 的图像与 x 轴交点的个数是()。(2012 年下半年真题)

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【答案】B。解析: $\because f'(x) = 0 + 1 + x + x^2 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0$, $\therefore$ 函数 $f(x)$ 单调递增。又 $f(0) = 1$, $f(-2) = -\frac{5}{3}$, $\therefore$ 函数 $f(x)$ 的图像与 x 轴有且只有一个交点。

2. 若 $f(x)$ 为 $(-l, l)$ 内的可导奇函数, 则 $f'(x)$ ()。(2012 年下半年真题)

A. 是 $(-l, l)$ 内的偶函数B. 是 $(-l, l)$ 内的奇函数C. 是 $(-l, l)$ 内的非奇非偶函数

D. 可能是奇函数, 也可能是偶函数

【答案】A。解析: 因为 $f(-x) = -f(x)$, 所以 $f'(-x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-x+\Delta x) - f(-x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f[-(x-\Delta x)] + f(x)}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-f(x-\Delta x) + f(x)}{\Delta x} = \lim_{-\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x-\Delta x) - f(x)}{-\Delta x} = f'(x)$ 。

因此, $f'(x)$ 是偶函数。

3. 设 $\{a_n\}$ 为数列, 对于“存在正数 M , 对任意正整数 n , 有 $|a_n| \leq M$ ”的否定(即数列 $\{a_n\}$ 无界)是()。(2012 年下半年真题)

A. 存在正数 M , 存在正整数 n , 使得 $|a_n| > M$

B.对任意正数 M , 存在正整数 n , 使得 $|a_n| > M$

C.存在正数 M , 对任意正整数 n , 有 $|a_n| > M$

D.对任意正数 M , 以及任意正整数 n , 有 $|a_n| > M$

【答案】B。解析: 对任意正数 M , 存在正整数 n , 使得 $|a_n| > M$, 则称数列 $\{a_n\}$ 无界。

4. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$ 的值是 ()。(2013 年下半年真题)

A. -1

B. 0

C. 1

D. 正无穷

【答案】C。解析: $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) = \lim_{\frac{1}{x} \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{e^y - 1}{y} = \lim_{y \rightarrow 0} e^y = 1$ 。

5. 定积分 $\int_{-2}^3 \sqrt{16+6x-x^2} dx$ 的值是 ()。(2013 年下半年真题)

A. $\frac{25}{4}\pi$

B. $\frac{25}{2}\pi$

C. $\frac{25}{6}\pi$

D. $\frac{9}{4}\pi$

【答案】A。解析: 本题可运用定积分换元法。 $\therefore \int_{-2}^3 \sqrt{16+6x-x^2} dx = \int_{-2}^3 \sqrt{5^2-(x-3)^2} dx$,

$\therefore$ 令 $x-3=5\sin t \left(-\frac{\pi}{2} \leq t \leq 0 \right)$, 则 $t = \arcsin \frac{x-3}{5}$ 。 $\sqrt{5^2-(x-3)^2} = \sqrt{5^2-5^2\sin^2 t} = 5\sqrt{\cos^2 t} = 5\cos t$,

$dx = 5\cos t dt$,

$\therefore \int_{-2}^3 \sqrt{16+6x-x^2} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sqrt{5^2-(x-3)^2} dx = 5^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos^2 t dt = \frac{5^2}{2} \left[t + \frac{\sin 2t}{2} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^0 = \frac{25\pi}{4}$ 。

6. 曲线 $y=x^3+x+1$ 在点 $(1,3)$ 处的切线方程为 ()。(2014 年上半年真题)

A. $y=2x+1$

B. $y=4x-1$

C. $y=4x+2$

D. $y=3x$

【答案】B。解析: 先求出 $y=x^3+x+1$ 在点 $(1,3)$ 处切线的斜率为 4, 再根据曲线过点 $(1,3)$, 得到切线方程为 $y=4x-1$ 。

7. 积分 $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ 的值是 ()。(2014 年上半年真题)

A. 1

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

【答案】B。解析: 由定积分的几何意义很容易得到该积分的值是 $\frac{\pi}{4}$ 。

8. 若函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续, 在 (a,b) 内可导, 且 $x \in (a,b)$ 时 $f'(x) > 0$ 。又 $f(a) < 0$, 则 ()。(2014 年下半年真题)

A. $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上单调递增, 且 $f(b) > 0$

B. $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上单调递减, 且 $f(b) < 0$

C. $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上单调递减, 但 $f(b)$ 的正负无法确定

D. $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上单调递增, 但 $f(b)$ 的正负无法确定

【答案】D。解析: 因为 $f(x)$ 在 (a, b) 内连续可导, 且 $f'(x) > 0$, 所以 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上单调递增, 但 $f(b)$ 的正负无法确定。

9. 函数列 $\{f_n(x)\}$ 与函数 $f(x)$ 都在闭区间 $[a, b]$ 有定义, 则在 $[a, b]$ 上 $\{f_n(x)\}$ 一致收敛于 $f(x)$ 的充要条件是()。(2014 年下半年真题)

A. $\forall \varepsilon > 0, \forall x \in [a, b], \exists$ 正整数 N , 使得当 $n > N$ 时, 有 $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$

B. $\forall \varepsilon > 0, \exists x_0 \in [a, b], \exists$ 正整数 N , 使得当 $n > N$ 时, 有 $|f_n(x_0) - f(x_0)| < \varepsilon$

C. $\exists$ 正整数 $N, \forall \varepsilon > 0, \exists x_0 \in [a, b]$, 使得当 $n > N$ 时, 有 $|f_n(x_0) - f(x_0)| < \varepsilon$

D. $\forall \varepsilon > 0, \exists$ 正整数 N , 使得当 $n > N$ 时, $\forall x \in [a, b]$, 有 $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$

【答案】D。解析: 由一致收敛的定义可得出本题的正确选项是 D。

10. 与命题“ $y=f(x)$ 在 x_0 连续”不等价的命题是()。(2015 年上半年真题)

A. 对任意数列 $\{x_n\}, x_n \rightarrow x_0$, 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(x_0)$

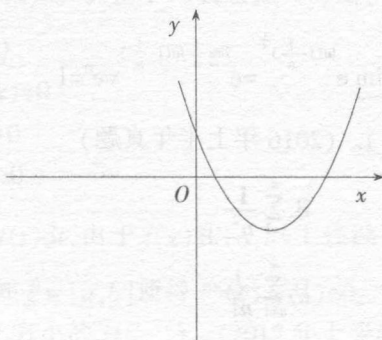
B. $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$, 使得 $\forall |x - x_0| < \delta$, 有 $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$

C. 存在数列 $\{x_n\}, x_n \rightarrow x_0$, 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(x_0)$

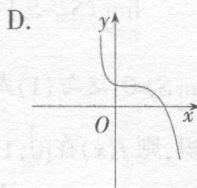
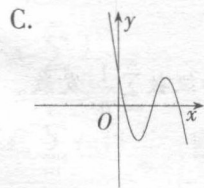
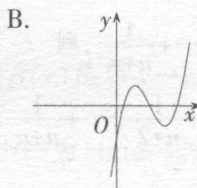
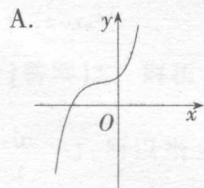
D. 对任意数列 $\{x_n\}, x_n \rightarrow x_0, \forall \varepsilon > 0, \exists N, \forall n > N$ 有 $|f(x_n) - f(x_0)| < \varepsilon$

【答案】C。解析: 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, x_n = \frac{n}{2n+1}$; 则有 $x_n \rightarrow \frac{1}{2}, \lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(\frac{1}{2}) = 1$, 但 $f(x)$ 处处不连续。

11. 三次函数 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的导函数图像如下图:



则此三次函数的图像是()。(2015 年上半年真题)



【答案】B。解析: 若 $f(x)$ 在某个区间 I 内有导数, 则 $f'(x) \geq 0, (x \in I) \Leftrightarrow f(x)$ 在 I 内为增函数; $f'(x) \leq 0$

0, $(x \in I) \Leftrightarrow f(x)$ 在 I 内为减函数。结合图中导函数的函数值从左到右依次大于 0、小于 0、大于 0, 因此原函数图像从左到右变化趋势依次是单调递增、单调递减、单调递增。

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 与数列 $\{b_n\}$, $n=1, 2, 3, \dots$ 则下列结论不正确的是()。(2015 年下半年真题)

A. 若对任意的正整数 n , 有 $a_n \leq b_n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$, 且 $b < 0$, 则 $a < 0$

B. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$, 且存在正整数 N , 使得当 $n > N$ 时, $a_n \geq b_n$ 则 $a \geq b$

C. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$, 且 $a < b$, 则对任意正整数 n , $a_n < b_n$

D. 若对任意的整数 n , 有 $a_n \geq b_n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$, 且 $b > 0$, 则 $a > 0$

【答案】C。解析: 取 $a_n = \frac{1}{n}$, $b_n = 1 - \frac{1}{n}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$, $0 < 1$, 而 $a_1 = 1 > b_1 = 0$, $a_2 = b_2 = \frac{1}{2}$, 因此 C 项结论不正确。

13. 函数级数 $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ 的收敛域为()。(2015 年下半年真题)

A. $(-1, 1)$

B. $(1, 1]$

C. $[-1, 1)$

D. $[-1, 1]$

【答案】A。解析: 由已知得级数的收敛半径为 $r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1} = 1$ 。又当 $x=1$ 时, 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} 1^n$ 发散; 当

$x=-1$ 时, 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ 发散, 所以级数 $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ 的收敛域为 $(-1, 1)$ 。

14. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{n})^{\frac{1}{n}}$ 的值是()。(2016 年上半年真题)

A. 0

B. 1

C. e

D. $\frac{1}{e}$

【答案】B。解析: $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{n})^{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{\ln(1 - \frac{1}{n})}{n}} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln(1 - \frac{1}{n})} = e^0 = 1$ 。

15. 下列级数中, 不收敛的是()。(2016 年上半年真题)

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

【答案】C。解析: 假设调和级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 收敛, 记其和为 S_n , 即 $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 。考虑该级数的部分和 $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots$

$+ \frac{1}{n}$, $S_{2n} = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$, 则

$$S_{2n} - S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n} > \frac{1}{n+n} + \frac{1}{n+n} + \dots + \frac{1}{n+n} = \frac{1}{2}$$

根据数列极限的保号性, 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (S_{2n} - S_n) \geq \frac{1}{2}, (1)$$

但是由假设可得 $\lim_{n \rightarrow \infty} (S_{2n} - S_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{2n} - \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$, 这与 (1) 式矛盾, 说明假设错误, 因此调和级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 发散。

16. 若函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上黎曼可积, 则 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上()。(2016 年上半年真题)

A. 连续

B. 单调

C. 可导

D. 有界

【答案】D。解析: 根据黎曼可积定义知黎曼可积必有界。

17. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{1+x} \right)^{2+x}$ 的值是()。(2016 年下半年真题)

A.0

B.1

C.e

D. e^2

【答案】C。解析： $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{1+x} \right)^{2+x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{1+x} \right)^{2+x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{1+x} \right)^{1+x} \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{1+x} \right) = e \cdot 1 = e$ 。

18. 已知函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续, 则下列说法正确的是()。(2016 年下半年真题)

A. 对任给的 $\varepsilon > 0$, 存在 $\delta > 0$, 当 $|x - x_0| < \delta$ 时, 有 $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ B. 存在 $\varepsilon > 0$, 对任意的 $\delta > 0$, 当 $|x - x_0| < \delta$ 时, 有 $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ C. 存在 $\delta > 0$, 对任意的 $\varepsilon > 0$, 当 $|x - x_0| < \delta$ 时, 有 $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ D. 存在 $A \neq f(x_0)$, 对任给的 $\varepsilon > 0$, 存在 $\delta > 0$, 当 $|x - x_0| < \delta$ 时, 有 $|f(x) - A| < \varepsilon$

【答案】A。解析: 根据函数在某点处连续的定义可知 A 项正确。

19. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a > 0$, 则下列表述正确的是()。(2017 年上半年真题)

A. $\forall r \in (0, a), \exists N > 0$, 当 $n > N$ 时, 有 $a_n > r$ B. $\exists r \in (0, a), \forall N > 0$, 当 $n > N$ 时, 有 $a_n > r$ C. $\forall r \in (0, a), \forall N > 0$, 当 $n > N$ 时, 有 $a_n > r$ D. $\forall N > 0, \exists r \in (0, a)$, 当 $n > N$ 时, 有 $a_n > r$

【答案】A。解析: 由数列极限的定义, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a > 0$, 则有 $\forall \varepsilon > 0, \exists$ 正整数 N , 当 $n > N$ 时, 有 $|a_n - a| < \varepsilon$ 。所以

对于 $\forall r \in (0, a)$, 若令 $\varepsilon = a - r > 0, \exists N > 0$, 当 $n > N$ 时, 有 $|a_n - a| < a - r$, 即 $-(a - r) < a_n - a < a - r$, 可得 $a_n > r$ 。

20. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续且 $\int_a^b f(x) dx = 0$, 则下列表述正确的是()。(2017 年上半年真题)

A. 对任意 $x \in [a, b]$, 都有 $f(x) = 0$ B. 至少存在一个 $x \in [a, b]$ 使 $f(x) = 0$ C. 对任意 $x \in [a, b]$, 都有 $f(x) \neq 0$ D. 不一定存在 $x \in [a, b]$ 使 $f(x) = 0$

【答案】B。解析: 假设 $F(x) = \int_a^x f(t) dt$, 由于 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 故 $F(x)$ 处处可导, 则 $F(x)$ 连续。又

由于 $F(a) = 0, F(b) = 0$, 由罗尔定理, 知 $\xi \in [a, b]$ 使得 $F'(\xi) = f(\xi) = 0$ 。

21. 当 $x \rightarrow x_0$ 时, 与 $x - x_0$ 是等价无穷小的为()。(2017 年上半年真题)

A. $\sin(x - x_0)$ B. e^{x-x_0} C. $(x - x_0)^2$ D. $\ln|x - x_0|$

【答案】A。解析: 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$, 则称 $\alpha(x)$ 和 $\beta(x)$ 是当 $x \rightarrow x_0$ 的等价无穷小量。 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sin(x - x_0)}{x - x_0} =$

$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$, 所以当 $x \rightarrow x_0$ 时, 与 $x - x_0$ 是等价无穷小的为 $\sin(x - x_0)$ 。

22. 下列四个级数中发散的是()。(2017 年上半年真题)

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}$

【答案】A。解析: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 的前 n 项和为 $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$, 但 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 不存在, 所以级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 发

散。级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}$ 均为交错级数,由莱布尼茨判别法可知二者均收敛。级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$, 由于 $\frac{1}{(n+1)^2} = \frac{n^2}{(n+1)^2} < 1$, 根据正项级数的比式判别法,级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 收敛。

考题分析与预测

数学分析是数学专业的基础学科,也是和中学数学知识联系密切的学科。在教师资格考试中,数学分析是考查重点。纵观全国教师资格考试历年真题,选择题中都会有一些题目涉及该部分内容,考查的知识点包括数列极限的定义,函数连续性的判定,重要极限,函数列一致收敛的充要条件,函数的求导,利用导数判断函数的单调性,凸函数的性质,求曲线的切线方程,求曲面的切平面和法线方程,微分中值定理,不定积分和定积分的计算,积分中值定理,级数的敛散性等。本部分考查范围广且灵活多变,上述内容在以后的考试中仍将是重点考查的内容。考生应注重对基本概念、定理的理解,注重知识点间的联系。

预测试题

1. 设函数 $f(x)$ 在 $x=2$ 的某邻域内可导,且 $f'(x)=e^{f(x)}$, $f(2)=1$, 则 $f'''(2)=(\quad)$ 。

- A.0 B.e C. $2e^2$ D. $2e^3$

2. 设 $f(x+1)=af(x)$ 总成立, $f'(0)=b$, a, b 为非零常数, 则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处 $(\quad)$ 。

- A.不可导 B.可导且 $f'(1)=a$
C.可导且 $f'(1)=b$ D.可导且 $f'(1)=ab$

3. 下列曲线中有渐近线的是 $(\quad)$ 。

- A. $y=x+\sin x$ B. $y=x^2+\sin x$
C. $y=x+\sin \frac{1}{x}$ D. $y=x^2+\sin \frac{1}{x}$

4. 已知函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 且 $f(0)=0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 f(x) - 2f(x^3)}{x^3} = (\quad)$ 。

- A. $-2f'(0)$ B. $-f'(0)$ C. $f'(0)$ D.0

5. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e - e^{\cos x}}{\sqrt[3]{1+x^2} - 1} = (\quad)$ 。

- A.e B. $-\frac{3}{2}e$ C. $\frac{1}{2}e$ D. $\frac{3}{2}e$

6. 若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 可导且 $f(a)=f(b)$, 则 $(\quad)$ 。

- A.至少存在一点 $\zeta \in (a, b)$, 使得 $f'(\zeta)=0$
B.一定不存在一点 $\zeta \in (a, b)$, 使得 $f'(\zeta)=0$
C.恰存在一点 $\zeta \in (a, b)$, 使得 $f'(\zeta)=0$
D.对任意的 $\zeta \in (a, b)$, 不一定能使 $f'(\zeta)=0$

7. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^n$ 的值 $(\quad)$ 。

- A.0 B.e C.2 D. $\frac{3}{2}$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2+x}, & x > 0, \\ x+1, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上连续, 则 $a-b=(\quad)$ 。

A. 2

B. 1

C. 0

D. -1

9. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$, 那么数列在区间 $(A-\varepsilon, A+\varepsilon)$ (ε 为任意小的正数) 外的项有 $(\quad)$ 。

A. 有限多项

B. 无限多项

C. 0

D. 有可能有限多项也可能无限多项

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x \cdot \arctan x}$ 的值为 $(\quad)$ 。

A. 1

B. $\frac{2}{3}$

C. 0

D. $\frac{1}{2}$

11. 已知物体的运动方程为 $s=t^2+\frac{3}{t}$ (t 是时间, s 是位移), 则物体在时刻 $t=2$ 时的速度为 $(\quad)$ 。

A. $\frac{19}{4}$ B. $\frac{17}{4}$ C. $\frac{15}{4}$ D. $\frac{13}{4}$

12. 如果 $f'(x_0)=0, f''(x_0)>0$, 则 $(\quad)$ 。

A. $f(x_0)$ 是函数 $f(x)$ 的极大值B. $f(x_0)$ 是函数 $f(x)$ 的极小值C. $f(x_0)$ 不是函数 $f(x)$ 的极值D. 不能判定 $f(x_0)$ 是否为函数 $f(x)$ 的极值

13. 设函数 $f(x)=g(x)+x^2$, 曲线 $y=g(x)$ 在点 $(1, g(1))$ 处的切线方程为 $y=2x+1$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处切线的斜率为 $(\quad)$ 。

A. 2

B. $-\frac{1}{2}$

C. 4

D. $-\frac{1}{4}$

14. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的可导函数 $f(x)$, 且 $f(x)$ 图像连续, 当 $x \neq 0$ 时, $f'(x)+x^{-1}f(x)>0$, 则函数 $g(x)=f(x)+x^{-1}$ 的零点的个数为 $(\quad)$ 。

A. 1

B. 2

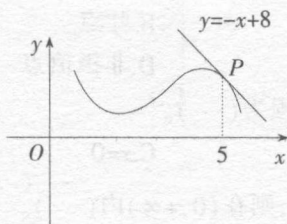
C. 0

D. 0 或 2

15. 若曲线 $f(x)=ax^2+\ln x$ 存在垂直于 y 轴的切线, 则实数 a 的取值范围是 $(\quad)$ 。

A. $a < 0$ B. $a \leq 0$ C. $a > 0$ D. $a \geq 0$

16. 如图, 函数 $y=f(x)$ 的图像在点 P 处的切线方程是 $y=-x+8$, 则 $f(5)+f'(5)$ 的值为 $(\quad)$ 。



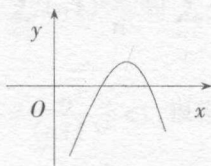
A. 1

B. 2

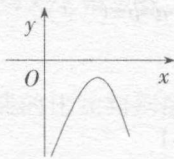
C. 3

D. 4

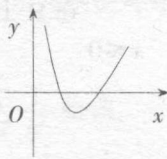
17. 函数 $f(x)=4\ln x-x^2$ 的大致图像是()。



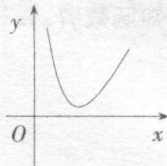
A



B



C



D

18. 若 $\int_1^a (2x+\frac{1}{x})dx=3+\ln 2$, 则 a 的值是()。

A.6

B.4

C.3

D.2

19. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)dx$ 的值为()。

A.0

B. $\frac{\pi}{4}$

C.2

D.4

20. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x \in [0, 1] \\ 2-x, & x \in [1, 2] \end{cases}$ 则 $\int_0^2 f(x)dx$ 等于()。

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{5}{6}$

D.不存在

21. $\int_0^1 \sqrt{1-(x-1)^2} dx=()$ 。

A.1

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. π

22. 根据定积分的定义, $\int_0^2 x^2 dx=()$ 。

A. $\sum_{i=1}^n \left(\frac{i-1}{n}\right)^2 \cdot \frac{1}{n}$

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{i-1}{n}\right)^2 \cdot \frac{1}{n}$

C. $\sum_{i=1}^n \left(\frac{2i}{n}\right)^2 \cdot \frac{n}{2}$

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i}{n}\right)^2 \cdot \frac{2}{n}$

23. 设 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 且只有有限个间断点, 则函数 $F(x)=\frac{1}{x} \int_0^x f(t)dt$ 在 $[0, +\infty)$ 上()。

A.连续单调

B.连续但不单调

C.单调但不连续

D.既不连续又不单调

24. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sin x \right) = ()$ 。

A.1

B.0

C.-1

D.不存在

25. $x=0$ 是函数 $f(x)=e^{x^2+x}$ 的()。

A.零点

B.驻点

C.极值点

D.非极值点

26. 曲线 $y=x^2+4$ 在 $(0, 4)$ 处的法线方程为()。

A. $y=0$

B. $y=4$

C. $x=0$

D. $x=4$

27. 设当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x)=x \sin \frac{1}{x}$; 则在 $(0, +\infty)$ 内()。

A. $f(x)$ 与 $f'(x)$ 都无界

B. $f(x)$ 有界, $f'(x)$ 无界