



“十三五”江苏省高等学校重点教材

FEIXINGQI JIEGOU LIXUE

飞行器结构力学（第二版）

史治宇 丁锡洪 主编

 科学出版社



“十三五”江苏省高等学校重点教材(编号:2016-1-100)

飞行器结构力学

(第二版)

史治宇 丁锡洪 主编

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统阐述了飞行器结构分析涉及的弹性力学、结构力学和有限元的基础理论和方法。全书分三篇,共 13 章。第一篇弹性力学基础,分 4 章,分别阐述弹性力学的基本方程、平面问题、薄板弯曲问题以及能量原理;第二篇结构力学,分 5 章,分别阐述结构简化及组成分析、静定结构的内力及弹性位移、静不定结构的内力及弹性位移、薄壁梁的弯曲和扭转以及结构的稳定;第三篇有限元基础,分 4 章,分别阐述有限单元法概述、杆系结构有限元、平面问题有限元和薄板弯曲问题有限元。

本书可供飞行器设计与工程专业、工程力学专业本科教学使用,亦可供从事飞行器结构设计和强度工作的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

飞行器结构力学 / 史治宇, 丁锡洪主编. —2 版. —北京: 科学出版社, 2018.10

“十三五”江苏省高等学校重点教材

ISBN 978-7-03-058991-0

I. ①飞… II. ①史… ②丁… III. ①飞行器-结构力学-高等学校-教材 IV. ①V414

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 222604 号

责任编辑: 惠 雪 王宝玲 曾佳佳 / 责任校对: 杨聪敏

责任印制: 张 伟 / 封面设计: 许 瑞

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京中石油彩色印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

2018 年 10 月第 一 版 开本: 787 × 1092 1/16

2018 年 10 月第一次印刷 印张: 22 1/2

字数: 525 000

定价: 99.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)



第二版前言

飞行器包括飞机、飞艇、运载火箭、导弹、各种航天器等多种类别。飞行器结构分析是研究结构的强度、变形、稳定性、振动和疲劳断裂等问题的学科，涉及空气动力学、飞行器总体设计、飞行器结构设计、航空航天材料学以及许多力学门类的专门知识，具有很强的理论基础和工程应用背景。

飞行器的研制过程一般可分为项目论证、方案设计、工程研制和定型四个阶段，这四个阶段的工作是一个多重迭代循环、螺旋式上升的过程，直到满足设计要求为止。飞行器结构是用来承受和传递载荷的，必须有足够的强度和刚度。强度是指结构承受载荷的能力；刚度是指在外载荷作用下，结构抵抗变形的能力。一个理想的飞行器结构应该是满足强度、刚度和其他设计要求下质量最轻的结构，因此，结构分析在飞行器研制过程中发挥着关键的作用。飞行器结构力学不可能涵盖飞行器结构分析的所有内容。本教材将从弹性力学、结构力学和有限元三个方面来阐述结构应力与变形的计算理论和方法，以便为飞行器设计各阶段提供适用和可靠的结构内力与变形计算方法。

全书分三篇，共 13 章。第一篇(第 1~4 章)为弹性力学基础；第二篇(第 5~9 章)为结构力学；第三篇(第 10~13 章)为有限元基础。弹性力学是结构力学和有限单元法的理论基础，结构力学是飞行器结构设计的工程基础算法，有限单元法是复杂飞行器结构计算的主要工具。本教材以弹性力学的基本方程和能量原理为理论主线贯穿全书，三篇内容相互独立又相互补充，形成了一个完整的知识体系。

本教材为“十三五”江苏省高等学校重点教材(修订)。教材由史治宇教授在《飞行器结构力学》(史治宇、丁锡洪主编，2013 年国防工业出版社出版)的基础上修订编写而成。南京航空航天大学的郭树祥副教授、周丽教授、张斌教授和古兴瑾讲师为本教材的编写提出了很好的建议和意见。本教材的出版还得到了科学出版社的大力支持。在此，编者向所有对本教材修订出版做出贡献的朋友们表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，书中错误和不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

编者

2018 年 8 月于南京航空航天大学明故宫校区

第一版前言

全书分三个部分。第一部分为弹性力学基础，着重阐述弹性力学的基本方程，平面问题、薄板弯曲问题和薄板失稳问题的理论和解法，以及能量原理；第二部分为结构力学，着重讨论静定和静不定杆系结构，特别是杆板式薄壁结构分析的基本理论和方法；第三部分为有限单元法基础，着重介绍结构分析的直接刚度法，以及基于最小势能原理的有限单元法的理论和方法。弹性力学是结构力学和有限单元法的理论基础，结构力学是结构工程计算的主要方法，有限单元法是复杂结构计算的主要工具。

本教材可供飞行器设计与工程专业、工程力学专业本科教学使用，亦可供从事飞行器结构设计和强度工作的工程技术人员参考。

本教材由史治宇教授、丁锡洪教授、顾慧芝副教授、郭树祥副教授在《结构力学》（丁锡洪主编，1991年出版）的基础上编写而成，史治宇教授、丁锡洪教授主编。南京航空航天大学航空宇航学院的周丽教授、张斌副教授为本教材的编写提出了很好的建议和意见。本教材的出版还得到了南京航空航天大学航空宇航学院和国防工业出版社的大力支持。在此，编者向所有对本教材出版做出贡献的朋友们表示衷心的感谢！

由于编者水平所限，书中错误和不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

编者

2012年8月于南京航空航天大学明故宫校区

目 录

第二版前言

第一版前言

第一篇 弹性力学基础

第 1 章 基本方程	3
1.1 引言	3
1.1.1 研究内容	3
1.1.2 基本假设	4
1.1.3 基本概念	4
1.1.4 基本方法	6
1.2 平衡微分方程	6
1.3 几何方程和变形协调方程	8
1.3.1 几何方程	8
1.3.2 变形协调方程	10
1.3.3 刚体位移和位移边界条件	11
1.4 物理方程	12
1.5 应力边界条件和圣维南原理	13
1.5.1 应力边界条件	13
1.5.2 圣维南原理	15
习题	15
第 2 章 平面问题	17
2.1 引言	17
2.1.1 平面应力问题	17
2.1.2 平面应变问题	18
2.2 平面问题的基本方程	18
2.2.1 平衡微分方程和应力边界条件	19
2.2.2 几何方程、变形协调方程和位移边界条件	19
2.2.3 物理方程	20
2.3 平面问题的解法	21
2.3.1 位移法	21
2.3.2 应力法	22

2.3.3	应力函数法	24
2.4	用直角坐标解平面问题	25
2.4.1	多项式的应力函数	26
2.4.2	承受均布载荷简支梁的弯曲	27
2.5	用极坐标解平面问题	34
2.5.1	极坐标中平面问题的基本方程	34
2.5.2	极坐标下的应力函数和变形协调方程	39
2.5.3	应力与极角无关的问题	40
2.5.4	承受均匀压力的厚壁圆筒	41
2.5.5	孔边的应力集中	43
2.5.6	等厚度旋转圆盘中的应力	47
	习题	50
第 3 章	薄板弯曲问题	52
3.1	引言	52
3.2	薄板弯曲的基本方程式	53
3.2.1	几何方程	53
3.2.2	物理方程	54
3.2.3	平衡微分方程	54
3.3	板的边界条件	57
3.4	四边简支矩形板的纳维解法	60
3.5	矩形薄板的莱维解法	63
3.6	圆形薄板的弯曲	66
3.6.1	极坐标下薄板弯曲的基本方程	66
3.6.2	轴对称弯曲问题的求解	67
	习题	69
第 4 章	能量原理	70
4.1	引言	70
4.2	应变能和余应变能	70
4.2.1	应变能	70
4.2.2	余应变能	73
4.3	虚位移原理和最小势能原理	74
4.3.1	虚位移原理	74
4.3.2	最小势能原理	77
4.4	虚力原理和最小余能原理	78
4.4.1	虚力原理	78
4.4.2	最小余能原理	81

4.5 能量原理在结构分析中的应用	82
4.5.1 里茨法	83
4.5.2 伽辽金法	91
习题	93

第二篇 结构力学

第 5 章 结构简化及组成分析	99
5.1 引言	99
5.2 结构的简化计算模型	99
5.2.1 受力系统的简化	100
5.2.2 连接关系的简化	101
5.2.3 外载荷的简化	101
5.2.4 几何形状的简化	102
5.3 受剪板的平衡分析	102
5.4 几何可变系统和几何不变系统	106
5.5 几何不变性的分析	107
5.6 几何组成分析的基本规则	109
5.6.1 几何不变系统组成的几个基本规则	109
5.6.2 瞬变系统	111
5.6.3 几何组成分析的举例	113
5.7 静定结构和静不定结构	114
5.8 平面杆板薄壁结构几何组成规则	114
5.9 空间杆板薄壁结构几何组成规则	116
习题	119
第 6 章 静定结构的内力及弹性位移	123
6.1 引言	123
6.2 静定桁架的内力	123
6.2.1 节点法	123
6.2.2 截面法	125
6.3 静定刚架的内力	126
6.4 杆板薄壁结构的内力	130
6.4.1 各元件的平衡	130
6.4.2 静定薄壁结构的内力	131
6.5 静定结构的主要特征	136
6.6 静定结构的弹性位移	137
6.6.1 广义力和广义位移	138

6.6.2 单位载荷法	142
习题	150
第 7 章 静不定结构的内力及弹性位移	161
7.1 引言	161
7.2 静不定结构的解法——力法	162
7.2.1 力法的基本原理	162
7.2.2 力法典型方程及其系数	164
7.2.3 用力法求解静不定结构内力的步骤	166
7.3 对称系统的简化计算	174
7.4 静不定结构的位移	178
7.5 力法的一般原理和基本系统的选取	182
习题	185
第 8 章 薄壁梁的弯曲和扭转	191
8.1 引言	191
8.2 自由弯曲时的正应力	192
8.3 自由弯曲时开剖面剪流的计算	195
8.4 开剖面的弯心	198
8.5 单闭室剖面剪流的计算	205
8.6 单闭室剖面薄壁梁的扭角	208
8.7 单闭室剖面的弯心	209
8.8 多闭室剖面剪流的计算	213
8.9 限制扭转的概念	220
习题	222
第 9 章 结构的稳定	228
9.1 引言	228
9.2 压杆的稳定性	229
9.3 薄板压曲的基本微分方程	229
9.4 薄板的临界载荷	233
9.5 板在比例极限以外的临界应力	236
9.6 薄壁杆的稳定性	237
9.6.1 薄壁杆的总体失稳	238
9.6.2 薄壁杆的局部失稳	238
9.7 加劲板受压失稳后的工作情况——有效宽度概念	239
9.8 加劲板受剪失稳后的工作情况——张力场梁概念	243
习题	248

第三篇 有限元基础

第 10 章 有限单元法概述	253
10.1 引言	253
10.2 结构离散化	254
10.3 离散系统的最小势能原理	256
10.4 有限元法的一般列式	259
10.4.1 选择单元位移函数	259
10.4.2 应变和节点位移的关系	260
10.4.3 应力和节点位移的关系	261
10.4.4 单元刚度方程和单元刚度矩阵	261
10.4.5 结构刚度矩阵的组集	262
10.5 约束处理	264
10.5.1 对结构的刚度方程分块求解	264
10.5.2 结构刚度矩阵的主元素置大数法	265
10.5.3 结构刚度矩阵的主元素置 1 法	265
10.6 大型线性方程组的求解	266
10.6.1 结构刚度矩阵的特点	266
10.6.2 刚度矩阵的下三角变带宽一维存储	267
10.6.3 线性代数方程组的直接解法(改进平方根法)	267
习题	270
第 11 章 杆系结构有限元	271
11.1 引言	271
11.2 杆单元	271
11.2.1 位移函数	271
11.2.2 应变和节点位移的关系	272
11.2.3 应力和节点位移的关系	272
11.2.4 单元刚度方程和单元刚度矩阵	272
11.3 梁单元	274
11.3.1 轴单元	275
11.3.2 \overline{xOy} 平面内的弯曲梁单元	276
11.3.3 \overline{xOz} 平面内的弯曲梁单元	278
11.3.4 空间梁单元	278
11.4 受剪板单元	279
11.5 结构总刚度矩阵的组集	282
11.6 结构分析实例	286

11.6.1	平面桁架结构分析	286
11.6.2	平面刚架结构分析	290
11.6.3	平面薄壁结构分析	295
习题		300
第 12 章	平面问题有限元	304
12.1	引言	304
12.2	平面问题的有限元理论	304
12.3	三节点三角形单元	305
12.3.1	位移函数	306
12.3.2	几何矩阵	308
12.3.3	弹性模量矩阵	308
12.3.4	单元刚度矩阵	308
12.3.5	算例	309
12.3.6	计算结果的整理	312
12.4	四节点矩形单元	313
12.4.1	位移函数	313
12.4.2	几何矩阵	314
12.4.3	单元刚度矩阵	315
12.4.4	坐标变换	316
12.4.5	应力	317
12.5	等参单元	317
12.5.1	基本概念	318
12.5.2	坐标变换	318
12.5.3	位移函数	318
12.5.4	等参数概念	319
12.5.5	单元刚度矩阵	320
12.5.6	算例	322
习题		325
第 13 章	薄板弯曲问题有限元	326
13.1	引言	326
13.2	薄板弯曲问题有限元理论	326
13.3	四节点矩形单元	328
13.3.1	位移函数	329
13.3.2	几何矩阵	331
13.3.3	单元刚度矩阵	331
13.3.4	单元等效节点载荷	334

13.3.5 内力和应力	335
13.4 算例	335
习题	337
参考文献	338
附录 平面桁架结构静力分析程序	339



第一篇 弹性力学基础

- 第 1 章 基本方程
- 第 2 章 平面问题
- 第 3 章 薄板弯曲问题
- 第 4 章 能量原理

第 1 章

基本方程

1.1 引言

1.1.1 研究内容

弹性力学是固体力学的一个分支，它是研究载荷作用下弹性体中应力和变形规律的一门学科。这里，载荷是指机械力、温度、电磁力等能导致弹性体变形的物理因素。

大家已经学过材料力学。材料力学是研究杆状弹性体在拉伸、压缩、剪切、弯曲和扭转作用下的应力和变形的一门学科。弹性力学与材料力学相比，有两个特点：其一，在研究对象上，材料力学研究的对象仅限于杆状弹性体，而弹性力学研究的对象则没有形状的限制，研究对象更广；其二，在研究方法上，弹性力学只采用一些最基本的假设，而材料力学除了采用一些基本假设外，还引进一些关于变形状态或应力分布的补充假设。例如在研究直梁弯曲时就采用了平截面假设，从而得出梁的横截面上正应力沿高度呈直线分布的规律。弹性力学研究这一问题，并不需要引进这样的假设。计算结果表明，只有当梁的高度远小于它的跨度时，以上结论才是正确的，否则，横截面上的正应力就不是按直线分布，而是按曲线分布的。也就是说，这时平截面假设就不适用了。再如在研究带孔杆件拉伸时，材料力学中假设拉应力在净面积上均匀分布，而弹性力学所得结果表明，在净面积上拉应力并不均匀分布，在孔边附近会出现应力集中。由此可见，弹性力学的研究方法更为严密，所得的结果也比材料力学精确。人们常常用它来检验材料力学对同类问题解答的精度，从而明确材料力学公式的应用范围。

弹性力学是研究弹性体应力和变形问题的一个强有力的工具，已广泛应用于航空、航天、造船、机械、土建等各个工程领域中，为各种工程结构的强度、刚度、稳定性和可靠性分析提供了坚实的理论基础。随着近代科学技术的迅猛发展，弹性力学已成为许多新兴学科的理论基础。因而，掌握一定的弹性力学基础知识，对于从事飞

飞行器设计和进行科学研究都是十分必要的。

1.1.2 基本假设

弹性力学是在不断解决工程问题的过程中逐步发展起来的。人们在长期的科学实践中为形成严密的弹性力学理论体系，引入了如下的基本假设。

(1) **连续性(continuous)**假设——认为构成物体的材料是密实无间隙的连续介质，并在整个变形过程中保持连续性。实际上，任何物质都是由原子或分子微粒组成，都不是连续的。但是微粒的尺寸和它们之间的距离远比物体的尺寸小，从宏观上看，这一假设并不会引起显著的误差。此外，引入了连续性假设，物体中的应力、应变、位移等物理量就可以用空间点的坐标函数来定义，在变形过程中始终是空间点的坐标连续函数。可以应用高等数学中的微积分知识来处理连续函数问题。

(2) **均匀性(homogeneous)和各向同性(isotropic)**假设——均匀性指物体不同点处材料的力学性质都相同，与各点的空间位置无关。各向同性指在物体同一点处材料的力学性质在各个方向上都相同，与考察方向无关。因此，反映材料力学性质的弹性常数不随坐标和方向而改变。实际上，金属材料都可看作是均匀各向同性材料；而有些材料是不符合这一假设的，如木、竹等纤维材料以及现代复合材料，它们是各向异性的。

(3) **完全线弹性(complete linear elasticity)**假设——物体在外力作用下引起变形，在外力除去后，物体能完全恢复初始的形状和尺寸，没有任何残余变形。同时应力与应变关系是线性的，服从广义胡克定律。引入这个假设就等于限定了我们所研究的物体只限于线性弹性体。

(4) **小变形(small deflection)**假设——弹性体在外力作用下产生的变形是微小的，与弹性体的尺寸相比可以忽略不计。这样，在研究弹性体受力后的平衡状态时，可不考虑物体尺寸的变化，而应用变形前的尺寸；在研究弹性体变形时，变形的二次项和乘积项都是高阶小量，可略去不计。这样弹性力学的微分方程就是线性的。

基于上述基本假设建立的弹性力学称为线性弹性力学。

1.1.3 基本概念

弹性力学中经常用到的基本概念有外力、应力、应变和位移。现将它们的含义分别说明如下。

(1) **外力(external force)**——作用在弹性体上的外力按其作用的方式不同，可分为体力和面力两种。

所谓体力是分布在弹性体整个体积内的力，如重力、惯性力、电磁力等。体力是矢量，其量纲为 $[\text{力}][\text{长度}]^{-3}$ 。弹性体内任一点处的体力，可用沿 x 、 y 、 z 轴的投影 X 、 Y 、 Z 来表示。这三个量称为该点的体力分量，并规定沿坐标轴的正向为正，反之为负。

所谓面力是作用于弹性体表面上的力，如流体压力、接触力等。面力也是矢量，其量纲为[力][长度]⁻²。作用在弹性体表面上任一点的面力，可用沿 x 、 y 、 z 轴的投影 \bar{X} 、 \bar{Y} 、 \bar{Z} 来表示，称为该点的面力分量，并规定沿坐标轴的正向为正，反之为负。

(2) 应力(stress)——弹性体受到载荷作用后，必将在其内部引起应力场。弹性体内任意一点 P 的应力是一个二阶张量，具有九个分量。该点的应力状态可用如图 1-1 所示的正六面体来表示。每一个面上的应力可分解为一个正应力和两个剪应力。

正应力用 σ 表示。为了表明正应力的作用面和方向，加上一个脚标。例如 σ_x 表示正应力的作用面与 x 轴垂直，其方向沿着 x 轴。

剪应力用 τ 表示，并加上两个脚标，前一个脚标表明作用面垂直哪个坐标轴，后一个脚标表明剪应力的方向沿哪个坐标轴。例如 τ_{xy} 表示剪应力的作用面垂直于 x 轴，其方向与 y 轴平行。其余类推。

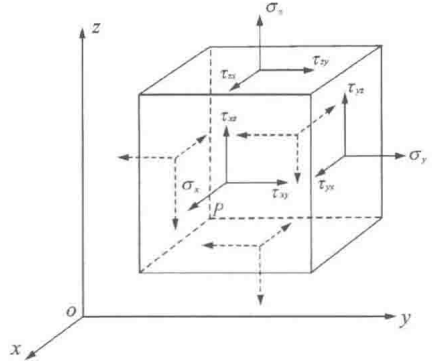


图 1-1

对应力的正负也做出规定。如果某一截面的外法线与坐标轴的正方向相同，则该面称为正面。正面上的应力沿坐标轴正方向为正，反之为负。如果某一截面的外法线指向坐标轴的负方向，则该面称为负面。负面上的应力沿坐标轴负方向为正，反之为负。图 1-1 中所示的应力全都是正的。

下一节将会证明，六个剪应力之间存在两两互等的关系，即 $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ 、 $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ 和 $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ 。由此可见，九个应力只有六个是独立的，通常把 σ_x 、 σ_y 、 σ_z 、 τ_{yz} 、 τ_{zx} 、 τ_{xy} 六个应力称为该点的应力分量。

(3) 应变(strain)——弹性体受力后，将在其内部引起应变场，从而使弹性体的形状和尺寸都发生改变。

为了描述弹性体内任意一点的应变状态，在该点沿坐标轴 x 、 y 、 z 的正方向分别取三个微小的线段 PA 、 PB 、 PC 。物体变形以后，这三个线段的长度和它们之间的直角都将有改变，各线段每单位长度的伸缩量称为正应变，用 ε 表示， ε_x 表示 x 方向线段 PA 的正应变，其余类推。正应变以伸长为正，缩短为负。每两线段之间直角的改变称为剪应变，用 γ 表示，单位是弧度。 γ_{xy} 表示 x 和 y 方向的线段 PA 和 PB 之间的直角改变，其余类推。剪应变以直角变小为正，变大为负。

应变也是一个二阶张量，具有九个应变分量。与应力相似，六个剪应变之间存在两两剪应变互等关系，所以，只有六个独立的应变分量，通常称 ε_x 、 ε_y 、 ε_z 、 γ_{yz} 、 γ_{zx} 、 γ_{xy} 为一点的应变分量。

(4) 位移(displacement)——弹性体受力后，其内部各点将发生位置的移动。弹性体内任一点的位移用它在 x 、 y 、 z 三坐标轴上的投影 u 、 v 、 w 来表示，沿坐标轴正方