

SIGNALS AND SYSTEMS

# 信号与系统

朱钢 黎宁 等 编著

学  
习  
指  
导  
书

高等教育出版社

SIGNALS AND SYSTEMS

# 信号与系统

朱钢 黎宁  
王旭东 吴迪 编著

高等教育出版社·北京

## 内容简介

本书全面、系统地介绍了电子信息系统中的两个重要对象：信号和系统。本书主要研究确定信号和线性时不变系统及其分析方法。全书共分八章，分别是绪论、连续时间系统的时域分析、连续时间系统的频域分析、连续时间系统的复频域分析、离散时间系统的时域分析、离散时间系统的频域分析、离散时间系统的复频域分析和线性系统的状态变量分析。本书内容丰富、系统完整、论述严谨。各章配有一定数量的习题供读者复习巩固。

本书可作为本科电子信息类专业“信号与系统”课程的教材，也可供相关领域工程技术人员参考。

## 图书在版编目( C I P )数据

信号与系统 / 朱钢等编著. -- 北京 : 高等教育出版社, 2018.10

ISBN 978-7-04-050463-7

I. ①信… II. ①朱… III. ①信号系统 - 高等学校 - 教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 203221 号

策划编辑 王楠  
插图绘制 于博

责任编辑 王楠  
责任校对 刘丽娟

封面设计 赵阳  
责任印制 尤静

版式设计 于婕

出版发行 高等教育出版社  
社址 北京市西城区德外大街 4 号  
邮政编码 100120  
印刷 廊坊十环印刷有限公司  
开本 787mm × 1092mm 1/16  
印张 19.5  
字数 420 千字  
购书热线 010-58581118  
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>  
<http://www.hepmall.com>  
<http://www.hepmall.cn>

版 次 2018 年 10 月第 1 版  
印 次 2018 年 10 月第 1 次印刷  
定 价 36.40 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究  
物料号 50463-00

# 前　　言

信号与系统是电子信息类专业的一门非常重要的基础理论课,有较强的理论性,它在基础课和专业课之间起着承上启下的桥梁作用。这些基础理论知识对后续课程的学习,以及今后理论上的进一步提高都是必不可少的基础,甚至在今后的工作实践中也是非常重要的。

本书的主要内容来源于南京航空航天大学电子信息工程学院信号与系统课程的讲稿。该讲稿已讲授多年,内容也几经变迁,随着课程的变化得到不断的充实和提炼。对与数字信号处理和线性控制系统课程重复的部分做了精简和淡化,而在理论上做了进一步的充实和补充,突出理论分析和数学工具在解决电子信息工程领域复杂工程问题时的作用。作者在撰写时,对各章节的编排做了精心的处理,保持全书的整体性和内容的完整性,突出电子信息工程和通信专业的相关知识,也兼顾其他电类专业知识;力求使本书具有一定的理论深度,且注重理论联系实际;内容深入浅出,语言通俗易懂,便于读者自学。

全书共分八章,以信号和系统为主题,分连续和离散两条主线展开。第一章对本书的研究对象信号和系统以及分析方法做了概括性的介绍。第二章到第四章是连续时间系统的时域分析、频域分析和复频域分析。第五章到第七章分别是离散时间系统的时域分析、频域分析和复频域分析。第八章介绍了线性系统的状态变量及状态方程、多输入多输出系统、线性系统的可控性和可观测性。这样的安排主要是考虑在教学中便于取材,能够适应大多数学校教学要求,也遵循了学科的发展规律。每一章附有一定数量的习题,以供学生课后练习。带\*号的章节可用于选讲或自学。

本书得以完成,要感谢南京航空航天大学的领导、教务处的支持以及对我的宽容和耐心,也要感谢电子信息工程学院领导的关心以及经费上的支持。最后还要感谢江南大学燕庆明教授审阅了全文并提出许多宝贵的修改意见。

限于水平,书中难免存在错误和不妥之处,恳请读者批评指正。作者邮箱:zhg\_em@nuaa.edu.cn。

# 目 录

<b>第一章 绪论</b>	1
<b>1.1 引言</b>	1
<b>1.2 信号</b>	2
1.2.1 信号的分类	2
1.2.2 信号的简单处理	6
<b>1.3 系统</b>	10
1.3.1 系统的分类	11
1.3.2 系统的因果性和稳定性	14
1.3.3 系统的级联、并联及可逆性	15
<b>1.4 线性时不变系统的分析</b>	16
<b>习题</b>	17
<b>第二章 连续时间系统的时域分析</b>	21
<b>2.1 引言</b>	21
<b>2.2 系统的零输入响应</b>	21
2.2.1 特征根为单根	22
2.2.2 特征根为重根	22
2.2.3 特征根是共轭复根	23
2.2.4 零输入响应举例	24
<b>2.3 系统的零状态响应</b>	27
2.3.1 奇异函数	27
2.3.2 信号的时域分解	32
2.3.3 卷积及其性质	33
2.3.4 单位冲激响应	42
<b>2.4 连续时间系统的全响应</b>	46
<b>2.5 指数信号激励下系统的零状态响应</b>	49
<b>习题</b>	50
<b>第三章 连续时间系统的频域分析</b>	57
<b>3.1 引言</b>	57

<b>3.2 信号表示为正交函数集 .....</b>	57
3.2.1 向量的分解与合成 .....	57
3.2.2 正交向量集和正交函数集 .....	59
3.2.3 函数的分解 .....	60
<b>3.3 周期信号表示为傅里叶级数 .....</b>	62
3.3.1 三角傅里叶级数 .....	62
3.3.2 指数傅里叶级数 .....	65
3.3.3 信号的奇偶性与谐波含量 .....	67
3.3.4 周期信号的频谱 .....	69
<b>3.4 非周期信号的傅里叶变换 .....</b>	73
3.4.1 傅里叶变换与反变换 .....	74
3.4.2 傅里叶变换的奇偶性 .....	75
3.4.3 傅里叶变换的物理意义 .....	76
3.4.4 非周期信号的幅度谱和相位谱 .....	77
3.4.5 常用函数的傅里叶变换对 .....	79
3.4.6 傅里叶变换的性质 .....	84
<b>3.5 连续系统的频域分析 .....</b>	97
3.5.1 非周期信号通过线性系统的瞬态分析 .....	98
3.5.2 周期信号通过线性系统的稳态分析 .....	107
<b>*3.6 调幅信号 .....</b>	108
3.6.1 调幅信号的时域表示 .....	109
3.6.2 调幅信号的频谱 .....	111
3.6.3 调幅的应用与演变 .....	115
3.6.4 单边带与希尔伯特变换 .....	116
<b>习题 .....</b>	119
<b>第四章 连续时间系统的复频域分析 .....</b>	127
<b>4.1 引言 .....</b>	127
<b>4.2 拉普拉斯变换 .....</b>	127
4.2.1 双边拉普拉斯变换与单边拉普拉斯变换 .....	127
4.2.2 拉普拉斯变换的收敛域 .....	128
4.2.3 拉普拉斯变换的物理意义 .....	130
4.2.4 复指数信号的含义 .....	132
4.2.5 常用函数的拉普拉斯变换 .....	132
4.2.6 拉普拉斯变换的性质 .....	134

4.2.7 拉普拉斯反变换 .....	141
<b>4.3 线性系统的拉普拉斯变换分析 .....</b>	<b>148</b>
4.3.1 已知系统微分方程的系统分析 .....	148
4.3.2 已知电路的系统分析 .....	148
4.3.3 基于系统函数的系统分析 .....	151
<b>4.4 系统与系统函数 .....</b>	<b>154</b>
4.4.1 系统函数与系统的稳定性 .....	154
4.4.2 系统函数的极点零点表示 .....	160
4.4.3 极点零点与频率响应 .....	161
4.4.4 全通网络与最小相移网络 .....	163
<b>4.5 系统的方框图和信号流图 .....</b>	<b>164</b>
4.5.1 系统方框图 .....	164
4.5.2 信号流图 .....	169
习题 .....	176
<b>第五章 离散时间系统的时域分析 .....</b>	<b>187</b>
5.1 引言 .....	187
5.2 抽样与理想抽样 .....	187
5.2.1 理想抽样定理 .....	188
5.2.2 抽样信号的恢复 .....	189
5.3 离散时间信号与离散时间系统 .....	190
5.3.1 典型序列 .....	190
5.3.2 离散时间系统及其数学模型 .....	192
5.4 离散时间系统的零输入响应 .....	193
5.4.1 特征根是单根 .....	193
5.4.2 特征根是重根 .....	193
5.4.3 特征根是共轭复根 .....	194
5.4.4 特征根与离散系统的响应 .....	195
5.5 离散时间系统的零状态响应 .....	196
5.5.1 离散卷积及其性质 .....	196
5.5.2 离散系统的冲激响应 .....	200
5.6 离散时间系统的全响应 .....	202
习题 .....	204
<b>*第六章 离散时间系统的频域分析 .....</b>	<b>209</b>
6.1 引言 .....	209

<b>6.2 序列的傅里叶变换</b>	209
6.2.1 离散时间傅里叶变换的奇偶性	211
6.2.2 常用序列的傅里叶变换	212
6.2.3 离散时间傅里叶变换的性质	216
6.2.4 周期序列的傅里叶变换及傅里叶级数	224
<b>6.3 离散系统的频域分析</b>	226
<b>6.4 离散系统频率响应</b>	228
6.4.1 数字滤波器	228
6.4.2 离散系统的因果性	229
6.4.3 信号通过离散系统的不失真条件	229
<b>习题</b>	230
<b>第七章 离散时间系统的复频域分析</b>	233
<b>7.1 引言</b>	233
<b>7.2 z 变换</b>	233
7.2.1 双边 z 变换与单边 z 变换	233
7.2.2 z 变换的收敛域	234
7.2.3 常用单边 z 变换	237
7.2.4 单边 z 变换的性质	239
7.2.5 反 z 变换	243
<b>7.3 离散时间系统的复频域分析</b>	248
7.3.1 已知差分方程的系统分析	248
7.3.2 基于系统函数的系统分析	251
<b>7.4 离散时间系统的系统函数</b>	253
<b>7.5 离散时间系统的方框图与信号流图</b>	260
<b>习题</b>	262
<b>第八章 线性系统的状态变量分析</b>	267
<b>8.1 引言</b>	267
<b>8.2 系统的状态变量及状态方程</b>	267
8.2.1 连续时间系统的状态方程和输出方程	270
8.2.2 离散时间系统的状态方程和输出方程	277
<b>8.3 连续系统状态方程的求解</b>	280
8.3.1 复频域解法	280
*8.3.2 时域解法	285

8.4 离散系统状态方程的求解 .....	290
*8.5 线性系统的可控性和可观测性 .....	292
8.5.1 线性系统的可控性 .....	293
8.5.2 线性系统的可观测性 .....	294
习题 .....	295
<b>参考文献 .....</b>	<b>301</b>

# 第一章 绪论

## 1.1 引言——

当今社会是一个信息化的社会,信息技术的应用涉及社会的方方面面,从工农业生产、国防、科学实验到社会、家庭日常生活。与此相关的学科也有许多,如通信、自动控制、电子器件、计算机等。信息技术要解决的根本问题是信息的传输,也就是将带有信息的信号通过某种系统由发送者传送给接收者。

人们在互相转告某个事件时,实际上是在互相传递着相应的信息(information)。信息要用某种物理方式表达出来,如语言、文字、图像等,还可用事先约定的编码来表达。这些语言、文字、图像、编码等是按一定规则组织起来的,是包含了信息的一组一组的约定符号,这种用约定方式组成的符号统称为消息(message)。消息一般是不便于传输和存储的,要利用一些转换设备将各种不同的消息转换成便于传输的信号(signal),在电子技术中信号常指电信号,电信号常常是随时间变化的电流或电压,如语音、活动的图像信号等。图1-1表示信号、消息、信息的关系。

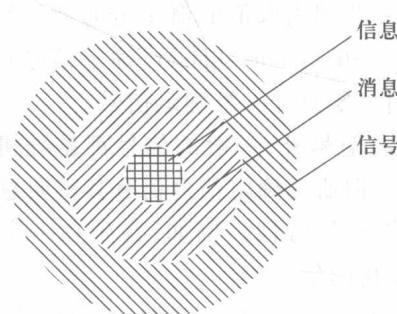


图1-1 信号、消息、信息的关系

信号的传输与处理要通过由许多不同功能单元组织起来的通信系统来完成。图1-2是通信系统的一般模型,这个模型可以从大多数通信教材中找到。



图1-2 通信系统的一般模型

首先通过转换器将含有信息的待发消息转换成电信号,然后发射机把输入信号转化为适合信道传输的信号形式,再经过信道传输至接收端,通常在信道传输过程中还会引入噪声。接收机将接收到的信号转化为与输入信号相对应的输出信号,再由转换器把输出信号转换为便于接收者理解的消息。

从以上的描述中可以看出,在通信系统中主要涉及两个重要的对象:一个是信号,另一个便是用来处理信号的系统。这就是我们这门课程所要研究的主要对象,在以后的章节中将对它们作详细的介绍。另外需要说明的是,本书中的信号是指电信号,系统也是指电子系统,至于其他形式的信号和系统,不在我们的讨论范围之内。

## 1.2 信号

广义地说,信号是变化的某种物理量,电信号通常是随时间变化的电流或电压。例如,声音通过麦克风转化成随时间变化的电流或电压信号。因此,信号可以表示为时间的函数,通常用 $x(t),y(t),f(t)\dots$ 表示。在信号分析中,信号和函数可以通用。

事实上,信号的自变量也可以不是时间,如气象研究中气压随高度变化,其自变量是高度,但习惯上我们还是用时间来表示自变量。自变量的个数可以多于一个,例如静止的黑白图像信号是在水平方向和垂直方向变化的亮度信号。信号中独立自变量的个数称为信号的维数,前面所说的声音和气压是一维信号,图像则是二维信号。另外,在实际中我们遇到的许多信号并不能表示为时间的确定函数,即所谓的随机信号(random signal),这种信号在给定的某一时刻其函数值不确定,只知道在某一范围内取值的概率分布或统计特征。如果信号可表示为确定的时间函数,则称为确定信号(determinate signal),确定信号在给定的某一时刻有一个确定的函数值与之对应。本书中我们主要研究一维确定信号。

严格地说,除了实验室产生的信号外,一般的信号都是随机的。因为确定信号不携带信息,因而也就失去了通信的意义。但研究确定信号仍有其重要意义,主要有以下三个原因:

1. 实际信号与确定信号有相近的特性。例如,音乐在一定时间内近似于周期信号。因此,确定信号是一种近似的、理想化的信号。
2. 可以用各种确定信号调试(测试)系统。例如,当设计出一个系统后,往往要用信号发生器产生一些确定信号加到这个系统中,并看输出信号是不是要求得到的结果。
3. 可以根据确定信号经过特定系统所发生的变化分析系统的特性。例如,如果加到系统的信号幅度比较小而输出信号幅度比较大,那么我们说这个系统具有放大性。

### 1.2.1 信号的分类

下面对确定信号做一个分类,根据不同的分类标准,可有不同的分法。

## 一、连续时间信号与离散时间信号

根据时间变量的连续性,可将确定信号分为连续时间信号 (continuous time signal) 和离散时间信号 (discrete time signal),简称为连续信号和离散信号。图 1-3 所示为连续信号,其特点是时间变量  $t$  在  $(-\infty, \infty)$  内连续变化,变量  $t$  通常用圆括号(·)括起来。连续信号的函数值一般为实数,但也可以取复数,并且可以有不连续点存在,如图 1-3(b)所示,函数值取实数时称为实信号 (real signal),取复数时称为复信号 (complex signal)。连续信号通常是对自然界中真实信号的模仿,例如,拉小提琴时琴弦的震动引起空气的震动,当它传到人耳时,我们就听到了声音,我们用变化的电流或电压来模拟这种震动的强弱和快慢,因此连续信号也常常称为模拟信号 (analog signal)。图 1-4 所示为离散信号,离散信号的特点是只在离散的时间点上取值,在其他时间点上函数值没有定义,变量  $n$  取整数,通常用方括号 [ · ] 括起来。离散信号的函数值也可取实数或复数。离散信号是在离散时间点上依次排列的数列,因此也常常称它为序列 (sequence)。读者也许注意到,图 1-4(a) 的离散信号中用虚线画出的曲线形状与图 1-3(a) 中的连续信号的形状是一样的。事实上,很大部分离散信号是由连续信号经过抽样 (sampling) 得到的。所谓抽样就是每隔一段时间抽取一个函数值而舍去其余的部分,有关抽样的内容我们将在以后的章节中予以介绍。关于连续信号和离散信号,我们还作以下几点说明。

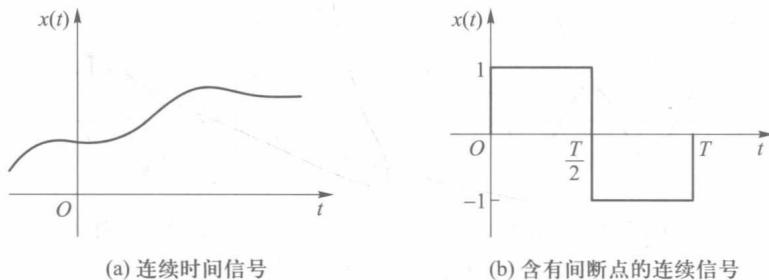


图 1-3 连续信号

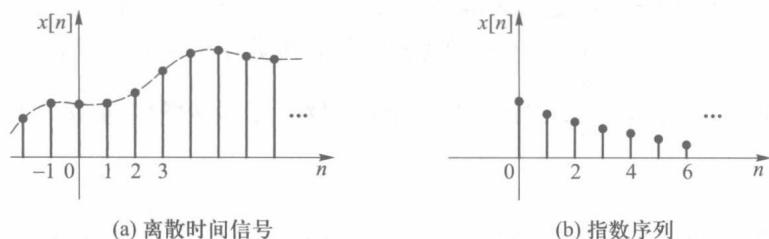


图 1-4 离散信号

**连续信号:**

1. 信号在  $-\infty < t < +\infty$  之间有定义;

2. 若  $t < 0$  时,  $x(t) = 0$ , 则称信号为有始信号或因果信号,  $t = 0$  为一时间参考点;

3. 在连续信号中可存在不连续点, 连续是指时间变量  $t$  的连续, 因而连续信号确切的名称为连续时间信号。

### 离散信号:

1. 只在某些不连续的时间点上给定函数值, 因而离散信号确切的名称为离散时间信号;

2. 若  $n < 0$  时,  $x[n] = 0$ , 则称信号为有始信号或有始序列、因果序列;

3.  $x[n]$  可在均匀时间间隔上给出函数值, 也可在不均匀时间间隔上给出函数值, 但一般取均匀时间间隔。

## 二、周期信号与非周期信号

根据信号的周期性, 可将信号分为周期信号 (periodic signal) 和非周期信号 (aperiodic signal)。周期信号就是周期函数, 周期函数已在初等数学中学习过, 这里不再赘述。需要指出的是, 严格数学上的周期函数是指无始无终周期重复的函数, 而在工程应用中常常指在较长的时间内周期重复的信号, 而并非严格数学意义上的周期函数, 如图 1-5(a) 所示单边正弦信号, 可认为是一个周期信号。自然, 不是周期重复的信号就称非周期信号。图 1-5(b) 所示为离散周期信号。另外还有一种情况, 我们通过一个例子来说明。

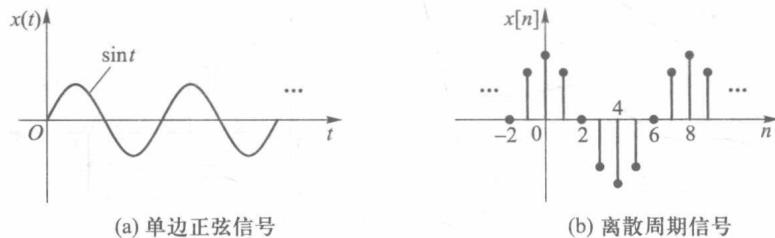


图 1-5 周期信号

**例 1.1** 设  $x(t) = \sin t + \cos(\pi t)$ , 判断  $x(t)$  是否为周期信号? 若是, 请确定它的周期  $T$ 。

解: 显然  $\sin t$  和  $\cos(\pi t)$  都是周期信号, 它们的周期分别是  $2\pi$  和 2。如果  $x(t)$  是周期信号的话, 则其周期应该是  $\sin t$  和  $\cos(\pi t)$  的公共周期, 用数学语言表达就是存在互素的正整数  $m$  和  $n$ , 使得  $2\pi m = 2n$ , 即  $\pi = \frac{n}{m}$ , 由于  $\pi$  是一个无理数, 显然这样的  $m$  和  $n$  是不存在的, 因此  $x(t)$  不是周期信号。

但是, 如果取  $\pi$  的一个近似值, 如 3.14, 那么  $\frac{n}{m} = \pi \approx 3.14 = \frac{157}{50}$ , 这样就可以把  $x(t)$  近似看成是  $T = 314$  的周期信号。显然, 所选的近似值不同, 信号的周期也将随之改变。在工程应用中, 我们认为这种信号为近似的周期信号, 并称为概周期信号。

### 三、能量信号和功率信号

根据信号的能量和功率特性,可将信号分为能量信号(energy signal)和功率信号(power signal)。如果一个变化的电压  $v(t)$  加于电阻  $R$  上,产生的电流为  $i(t)$ ,那么在电阻上消耗的瞬时功率  $p(t)$  可表示为  $p(t) = \frac{v^2(t)}{R} = i^2(t)R$ 。瞬时功率  $p(t)$  与电流或电压瞬时值的平方成正比,且与电阻  $R$  有关。在实际中,通常定义在  $1\Omega$  电阻上消耗的功率为信号功率,这样无论信号  $x(t)$  是电流还是电压,其瞬时功率可表示为统一的形式:

$$p(t) = x^2(t) \quad (1.1)$$

更一般地,如果  $x(t)$  是一个复信号,则

$$p(t) = |x(t)|^2 \quad (1.2)$$

因而,连续信号的总能量  $E$  定义为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (1.3)$$

连续信号的平均功率  $P$  定义为

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \quad (1.4)$$

根据这个定义容易推出,对于周期为  $T$  的周期信号  $x(t)$ ,平均功率为

$$P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \quad (1.5)$$

类似地,对于离散信号  $x[n]$ ,其总能量、平均功率定义为

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 \quad (1.6)$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2 \quad (1.7)$$

对于周期为  $N$  的周期序列  $x[n]$ ,平均功率为

$$P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 \quad (1.8)$$

知道了信号能量和功率的意义,就可以定义能量信号和功率信号了。如果信号(连续或者离散)的总能量有限,即  $0 < E < \infty$ ,则称该信号为能量信号。如果信号的平均功率有限,即  $0 < P < \infty$ ,则称该信号为功率信号。

能量信号与功率信号是互不相容的。能量信号的能量有限而平均功率为零;功率信号的

平均功率有限,能量则为无穷大。对于功率信号,由于其能量无穷大,因此研究它的能量没有意义,我们只研究它的功率特性。在实际中周期信号和随机信号通常都是功率信号,在随机信号处理中的一个重要任务就是研究它的功率特性。相反,能量信号的功率为零,研究它的功率变得没有意义,因此我们研究它的能量特性。在实际中既是确定的又是非周期的信号往往是能量信号。下面我们看一个例子。

**例 1.2** 图 1-5(a) 的信号是功率信号还是能量信号? 若是功率信号,计算其平均功率;若是能量信号,计算其总能量。

**解:**图 1-5(a) 的信号是一个单边的周期信号,显然它的能量是无限的。因此我们计算它的平均功率:

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 t dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos(2t)}{2} dt = \frac{1}{2} \text{ W}$$

它的平均功率是一个有限值,因此它是功率信号。

需要说明的是,在计算周期信号的功率时,其积分限不一定取  $[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$ ,也可取  $[0, T]$ ,  $[T, 2T] \dots$ ,总之要保证积分区间包含一个完整的周期,取什么样的积分区间视计算方便而定。在本例中不能取  $[-\pi, \pi]$ ,否则会得到一个荒谬的结论。

另外,对于正弦信号可用有效值的概念来计算功率,并且正弦信号满足功率叠加原理。如例 1.1 中的信号是两个周期信号的叠加,所以它的功率可以这样来计算:

因为  $\sin t$  和  $\cos(\pi t)$  的有效值都是  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,因此  $P = \left[ \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \right] \text{ W} = 1 \text{ W}$ 。

## 1.2.2 信号的简单处理

所谓对信号的处理,从本质上说,就是将信号经过一定的数学运算转变为另一个信号。这种处理的过程可以通过算法来实现,也可让信号通过一个实体电路来实现。本节标题中的简单处理有两层意思:一是指对信号幅度的处理,如信号的放大、两个信号的叠加、相乘等;另一层意思是对时间变量的变换处理,如信号在时间轴上的平移、反折、压扩等。

### 一、叠加

信号的叠加现象是很普遍的,例如卡拉OK中演唱者的歌声与背景音乐就是一个信号的叠加现象;在影视制作中常常要将一个前景叠加到某个背景中,这也是信号的叠加;图 1-2 的通信系统中,发射机输出的信号经信道传输后往往会影响到加性噪声的影响,所以接收机接收到的信号通常是有用信号与噪声的叠加。信号的叠加表现为信号在同一时刻的函数值相加。图 1-6 是两个离散信号相加的例子。

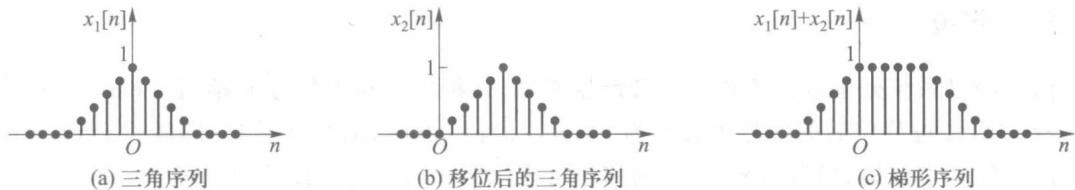


图 1-6 两个离散信号的相加

## 二、相乘

信号的相乘也很常见,例如放大器就可以看成是信号与一个常数的相乘。信号的相乘还常用于调制解调、混频、频率变换等系统中。下面我们来看一个连续信号相乘的例子。

**例 1.3** 图 1-7(a) 为双曲函数  $x_1(t) = \frac{1}{t}$ , 图 1-7(b) 为正弦函数  $x_2(t) = \sin t$ , 试画出  $x_1(t) \cdot x_2(t)$  的图形。

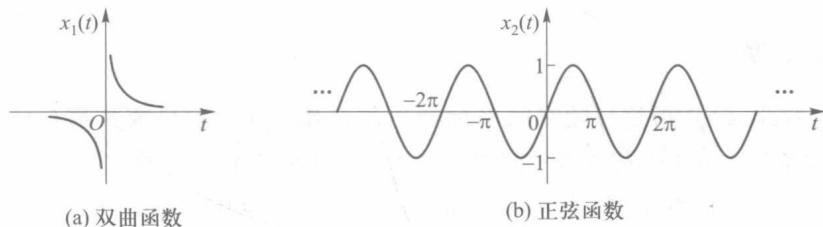


图 1-7 双曲函数和正弦函数

解:  $x_1(t) \cdot x_2(t) = \frac{\sin t}{t}$ , 我们通常将这个函数记作  $\text{Sa}(t)$ , 即  $\text{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t}$ , 称其为抽样函数。这是一个很重要的函数,我们今后会经常遇到。

$\text{Sa}(t)$  可以看成是幅度按照  $\frac{1}{t}$  规律变化的正弦信号,并且是一个偶函数。 $t=0$  时的函数值可以用它的极限来定义,即  $\text{Sa}(0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$ , 因此  $\text{Sa}(t)$  的图形如图 1-8 所示。

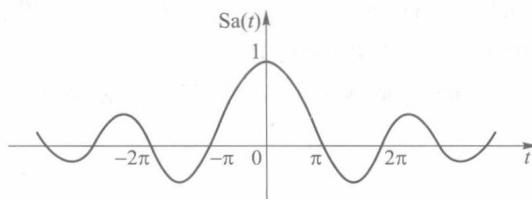


图 1-8 抽样函数

### 三、移位

信号经过系统处理或信道传输后会产生滞后,这种现象称为信号的延迟(delay)。一个连续信号  $x(t)$  经过移位后的信号可表示为  $x(t-t_0)$ ,当  $t_0 > 0$  时,信号向后移,即延迟;当  $t_0 < 0$  时,信号向前移。类似地,离散信号  $x[n]$  的移位可表示为  $x[n-n_0]$ 。图 1-9 所示为连续信号在时间上移位的情况。图 1-6 中  $x_1[n]$  和  $x_2[n]$  是离散信号移位的例子,用数学式子可表达为  $x_1[n] = x_2[n+5]$  或  $x_2[n] = x_1[n-5]$ 。

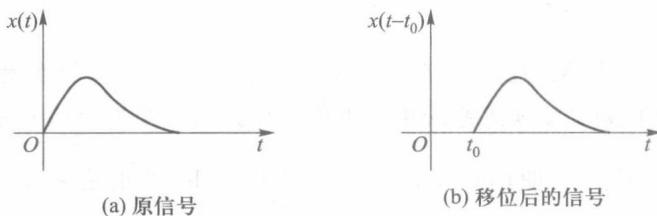


图 1-9 连续信号在时间上的移位

### 四、尺度变换

尺度变换(scaling)是指信号的时间坐标产生了压缩(compress)或扩展(stretch),用  $x(t)$  表示原始信号,那么  $x(at)$  就表示信号的尺度变换,其中  $a$  是不等于零的实常数。当  $|a| < 1$  时信号扩展,当  $|a| > 1$  时信号压缩,当  $a < 0$  时信号反折。图 1-10 表示了信号的反折和压扩的情况。

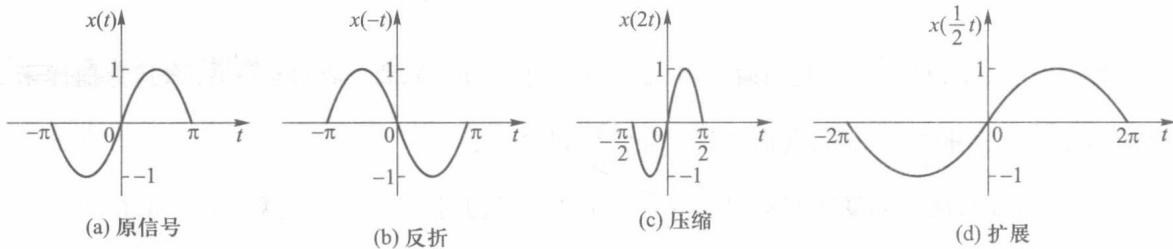


图 1-10 信号的反折和压扩

更复杂的情形是,给定的信号  $x(t)$  经变换后变成  $x(at+b)$ ,其中  $a, b$  都是实常数,那么这个信号既产生了压扩又产生了移位,如果  $a < 0$ ,信号还产生了反折。

**例 1.4** 已知信号  $x(t)$  的图形如图 1-11 所示,试画出  $x\left(1-\frac{3}{2}t\right)$  的图形。

解:信号  $x(t)$  到  $x\left(1-\frac{3}{2}t\right)$  的变换步骤可以有多种,我们采用如

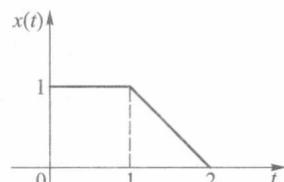


图 1-11 例 1.4 信号