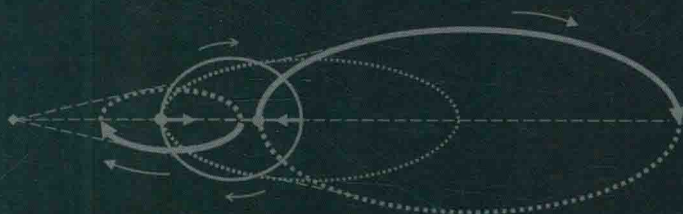


相对运动观测理论

Relativistic Theory for Motion Observation

周 方 / 著



$$\begin{cases} \vec{r} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c} \right) (\vec{r}' + \vec{u}t') \\ t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c} \right) t' \end{cases}$$

中国财经出版传媒集团

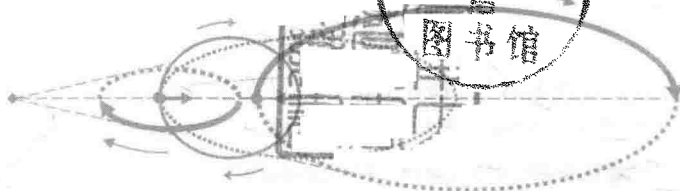


经济科学出版社
Economic Science Press

相对运动观测理论

Relativistic Theory for Motion Observation

周 方



$$\begin{cases} \vec{r} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c} \right) (\vec{r}' + \vec{u}t') \\ t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c} \right) t' \end{cases}$$

中国财经出版传媒集团



经济科学出版社
Economic Science Press

图书在版编目 (CIP) 数据

相对运动观测理论/周方著. —北京: 经济科学出版社, 2018. 7

ISBN 978 - 7 - 5141 - 9547 - 7

I. ①相… II. ①周… III. ①相对论 - 研究
IV. ①O412. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 161378 号

责任编辑: 周秀霞

责任校对: 靳玉环

责任印制: 李 鹏

相对运动观测理论

周 方 著

经济科学出版社出版、发行 新华书店经销

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮编: 100142

总编部电话: 010 - 88191217 发行部电话: 010 - 88191522

网址: [www. esp. com. cn](http://www.esp.com.cn)

电子邮件: [esp@ esp. com. cn](mailto:esp@esp.com.cn)

天猫网店: 经济科学出版社旗舰店

网址: [http: //jjkxcbs. tmall. com](http://jjkxcbs.tmall.com)

北京季蜂印刷有限公司印装

710 × 1000 16 开 10.25 印张 170000 字

2018 年 9 月第 1 版 2018 年 9 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5141 - 9547 - 7 定价: 39.00 元

(图书出现印装问题, 本社负责调换。电话: 010 - 88191510)

(版权所有 侵权必究 打击盗版 举报热线: 010 - 88191661)

QQ: 2242791300 营销中心电话: 010 - 88191537

电子邮箱: [dbts@ esp. com. cn](mailto:dbts@esp.com.cn))

前 言

本书旨在建立光速为有限值（约 300 000 千米/秒）条件下互作相对运动的诸观测者对同一质点运动进行观测的理论——相对运动观测理论（运动观测相对论）。在“两观测者作相对运动且真空中光速为有限值”场合下，两观测者对同一运动质点进行观测时，必然在不同的时刻“见到”该运动质点处在不同的空间位置上。在两观测者各自“见到”该运动质点的时刻以及质点位置之间，必然存在着确定的数学转换关系，这种数学转换关系称之为“时空变换”。“时空变换”完全是运动观测中客观存在的数学转换关系，而并非是可以人为地“设计出”的。因此，我们只能根据客观的物理事实去寻找与“发现”这种唯一地客观存在的“时空变换”，而绝不可人为地“创建、设计”甚至“拼凑、编造”出一个“时空变换”数学式子。可是，遗憾的是，人们至今还深陷在这样的误区里，仍在试图采用各种各样的纯粹的“数学推导”人为地“创建、设计”出“时空变换”数学式子。这样的企图实际上已成为当今阻碍物理学继续向前发展的绊脚石。

成功地发现唯一客观存在于运动观测中的“时空变换”，是建立正确的相对运动观测理论（运动观测相对论）不可逾越的关键环节。本书以独特的视角，依据客观的物理事实建立正确、合适的物理模型，进行严谨的数学推导与论证，首次发现了“两观测者作相对运动且真空中光速为有限值”场合下唯一客观存在的时间及空间坐标之间的数学转换关系（“时空变换”），填补了牛顿力学发展中必须填补的最关键的空白，奠定了相对运动观测理论的基础。本书发现的时空变换是伽利略型时空变换，而（经典的）伽利略变换 $x' = x - ut$ ， $y' = y$ ， $z' = z$ ， $t' = t$ 则是此时空变换在“真空中光速为无穷大”假定条件下或在“两观测者相对速度与光速相比甚小”情况下的特例。

书中证明了一条极其重要的自然定律——“参考系平权”定律。笔者运用所发现的时空变换审视了天文学中具有四百余年历史的极负盛名的开普勒定律 (Kepler's Law), 在理论上阐释了天文学中著名的哈勃定律 (Hubble's Law) 并首次揭示了哈勃定律的理论表达式。此外, 还破解了狭义相对论中的“双生子悖论”, 以及建立了对超高速飞行物的测速原理。运用书中建立的相对运动观测理论 (运动观测相对论), 我们可以将高速太空飞船及“火星车”等超高速运动摄像装置传来的摄制景象进行转换, 还原为真实景象。本书的读者对象为航天技术及天文观测方面的科技工作者、物理学专业的师生和科研工作者以及对物理学、相对论有兴趣的广大科学爱好者。

目 录

引论 / 1

第一章 运动观测的物理法则及时空变换的数学描述 / 13

一、运动观测的物理法则 / 13

二、时空变换的数学模型：时空变换方程组 / 15

第二章 真空中光传播速率为恒定值假设 / 19

一、“火车—地面”相对运动思维实验 / 19

二、“两事件同时（不同时）”是绝对的 / 21

第三章 “相对性原理”的数学描述及实际表现 / 23

一、“相对性原理”的意义及内涵 / 23

二、变换方程组满足“相对性原理”之充分必要条件 / 25

第四章 时空变换的时间变换式 / 29

一、时间变换式推导方法 A / 29

二、时间变换式推导方法 B / 31

第五章 周方变换（Z 变换）的数理推导 / 33

一、伽利略变换 / 33

二、“一般 Z 变换” / 39

三、“特殊 Z 变换” / 50

四、坐标系相离运动与相向运动 / 56

五、Z 变换与伽利略变换的时空轨迹 / 63

六、审视开普勒定律 / 74

第六章 多普勒效应 / 84

一、纵向多普勒效应 / 86

二、侧向多普勒效应 / 88

三、横向多普勒效应 / 88

第七章 周方变换 (Z 变换) 的重要性质 / 90

一、一维空间的 Z 变换 / 90

二、“参考系平权”定律 / 119

三、“不存在质速关系”是普适的自然定律 / 122

四、关于“双生子悖论” / 126

五、拦截来袭小行星时之引爆指令 / 129

六、“哈勃定律”的理论表达式 / 134

第八章 超高速太空飞行物测速原理 / 141

一、主动式脉冲雷达测速 / 141

二、被动式脉冲雷达测速 / 152

参考文献 / 156

致谢 / 157

引 论

创立正确的适合于“两观测者作相对运动且真空中光速为有限值”情况的相对运动观测理论（运动观测相对论），完全依赖于建立正确的合适的物理模型及相应的数学模型，进行严谨的数学论证，以至成功地发现运动观测中唯一地客观存在的两观测者“见到”运动质点的时间及空间坐标之间的数学转换关系——“时空变换”。

两观测者在相对运动中对同一运动质点进行一次观测的物理过程是：两观测者中一个观测者被作为“静止”的，此观测者在其时钟所指示的某时刻，观测到（“见到”）运动质点的位置，依据所测得的这种数据及其他有关数据（参数：如两观测者相对速度及真空中光传播速度），得以合理地推测出对于他作匀速直线相对运动的另一观测者观测到（“见到”）该同一运动质点的时刻及位置。在进行一次观测中，两观测者中只可有一个观测者被作为“静止”的，即两坐标系中只可以假设一个坐标系为“静止系”（简称“静系”），而相对于“静系”作匀速直线平移运动的另一坐标系则为“运动系”（简称“动系”）。

为了对运动观测的物理过程作出数学描述，需要建立相应的数学模型，进行严谨的推导与论证，这样才能找到运动观测中客观存在的时空数据转换关系——“时空变换”，从而建立正确的相对运动观测理论（运动观测相对论）。

在数学上，“时空变换”是一个“函数”。用“函数论”的语言表述，“时空变换”乃是一个“一对一”的“映射”。“时空变换”可以表为一个矢量方程，也可表为一组代数方程，后者称为“时空变换方程组”。时空变换方程组包含一个时间变换方程和一组空间变换方程。应当指出，时空变换方程组必须是一个不定方程组，即变量个数多于方程个数的方

程组。

根据运动观测的物理过程建立时空变换方程组，需包含以下要件：

1. 用以标识运动质点位置的两个迪卡尔坐标系（欧氏空间），记为： K 系和 K' 系。
2. 分别静止在 K 系原点和 K' 系原点的两个“观测者”。
3. 两观测者持有完全相同的时钟及完全相同的测距手段。
4. 坐标系相对运动的起始状态： K 系与 K' 系完全相重合，两观测者的时钟对准到零点。
5. K' 系相对于 K 系作匀速直线平移运动，相对速度矢量为 $\vec{u}$ 。
6. 传递质点位置讯息的媒介物是光波或电磁波。

K 系与 K' 系之间的关系示于图0-1。

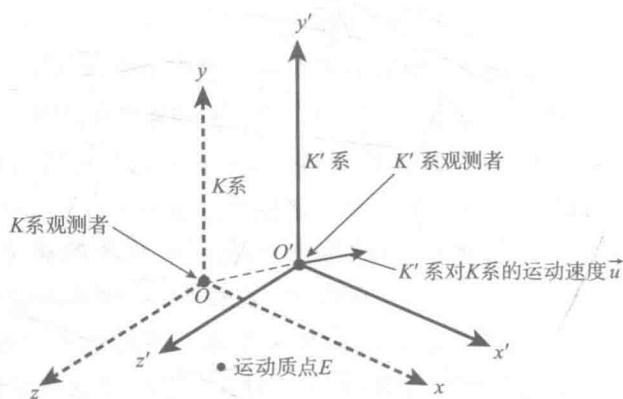


图0-1 K' 系与 K 系之间的关系

为了实现经典力学的伽利略变换的时间转换，需要使用那种（从一地点传至另一地点勿需花费任何时间的）瞬时传播信号。然而，在自然界至今尚未找到这样的信号。尽管目前已知传播最快的是光信号，而光信号的传播速率仍然为有限值。因此，经典力学的伽利略变换所要求的时间在物理上是无法实现的。这也是经典力学的致命硬伤。这样，人们就只能放弃绝对时空的观念，利用传播速率为有限值的光或电磁波信号对“发生某个事件”的时刻与“异地观测到该事件”的时刻作出定义。

直到1922年，爱因斯坦总算是已经认识到了上述问题，他在《相对

论的意义》一书中曾写道：

“为了测定时间，曾经假定在某处有时计 U ，相对于 K 保持静止。然而如果事件到時計的距离不应忽略，就不能用这只時計来确定事件的时刻；因为不存在能用来比较事件时刻和時計时刻的‘即时讯号’。为了完成时间的定义，可以使用真空中光速恒定的原理。假定在 K 系各处放置同样的時計，相对于 K 系保持静止，并按下列安排校准。当某一时计 U_m 指着时刻 t_m 时，从这只時計发出光线，在真空中通过距离 R_{mn} 到時計 U_n ；当光线遇着時計 U_n 的时刻，使時計 U_n 对准到时刻 $t_n = t_m + \frac{R_{mn}}{V}$ ，光速 (V) 恒定原理于是断定这样校准時計不会引起矛盾。用这样校准好的時計就能指出发生在任何時計近旁的事件的时刻。”

可是，爱因斯坦并没有将他的上述想法向前推进，而是就此止步了。实际上，沿着他的上述思路，只要再前进一步就可以推导出“光速为有限值”场合下正确的时空变换的时间变换式。如果真是这样的话，那么他将不得不否定其在 1905 年论文《论动体的电动力学》中为推导狭义相对论时空变换而建立的那个基本数学模型（参看论文《论动体的电动力学》“运动学部分”），甚至也将不得不否定《论动体的电动力学》论文，从而回归到重新思考与充实、发展牛顿的理论了。但是，爱因斯坦最终没有走出这一步，其原因何在，至今不得而知，这就只能留待后人去思考了。

为了通过数理推导与逻辑论证，建立正确的适合于“两坐标系有相对运动且真空中光速为有限值”情况的相对运动观测理论（运动观测相对论），我们采用以下前提（premiss）：

1. “真空中光传播速率为恒定值假设”。

爱因斯坦在狭义相对论奠基性论文《论动体的电动力学》中用文字表述的“光速为常值原理”（The principle of the constancy of the velocity of light）为：“Each ray of light moves in the coordinate system ‘at rest’ with the definite velocity c independent of whether this ray of light is emitted by a body at rest or a body in motion.” 译为：“任何光线在‘静止的’坐标系中都是以确定的速度 c 运动着，不管这道光线是由静止的还是运动的物体发射出来的”。

笔者根据对上面这段文字的理解,为了更准确地表述这个“原理”,建议将这个“原理”的表述修改为:“从进行观测的‘观测者’看来(即在‘静止的’坐标系中),从光源发射出来的光线总是以确定的真空中光速 c 向着他(该‘观测者’)传来,不管这道光线是由静止的还是运动的物体发射出来的。”并且建议将这个“原理”改称为“真空中光传播速率为恒定值假设”。

笔者借助于上述爱因斯坦提出的公式 $t_n = t_m + \frac{R_{mn}}{V}$ 所包含的理念,对“发生某个事件”的时刻与“异地观测到该事件”的时刻作出正确定义,从而推导出“光速为有限值”场合下时空变换的时间变换式。

2. “相对性原理”。

爱因斯坦在论文《论动体的电动力学》中用文字表述的“相对性原理”(The principle of relativity)为:“The laws governing the changes of the state of any physical system do not depend on which one of two coordinate systems in uniform translational motion relative to each other these changes of the state are referred to.”译为:“物理体系的状态据以变化的定律,同描述这些状态变化时所参照的坐标系究竟是用两个在互相匀速移动着的坐标系中的哪一个并无关系。”

关于“相对性原理”,爱因斯坦仅仅只做过一些文字表述,从未用数理工具进行严格的论证,也从未通过数学语言准确、完整表述“相对性原理”。

笔者认为,“相对性原理”可以更明确地表述为:

“互作匀速直线运动的两观测者 A 和 B 对同一运动质点进行观测时,观测者 A (B) ‘见到’该质点的时刻及空间坐标与观测者 B (A) 在观测中‘所推测的’观测者 A (B) ‘见到’该质点的时刻及空间坐标完全一致。”

或表述为:

“互作匀速直线运动的两观测者对同一运动质点进行观测时,一个观测者‘观测到’该质点的时刻及空间坐标就是另一个观测者在观测中‘所推测到的’,对两个观测者皆是如此。”

笔者将时空变换方程组满足“相对性原理”的充分必要条件首次用数

学语言完整地表达出来，并运用于数理推导之中。

我们将两观测者的观测情况画成观测矢量图，示于图 0-2。

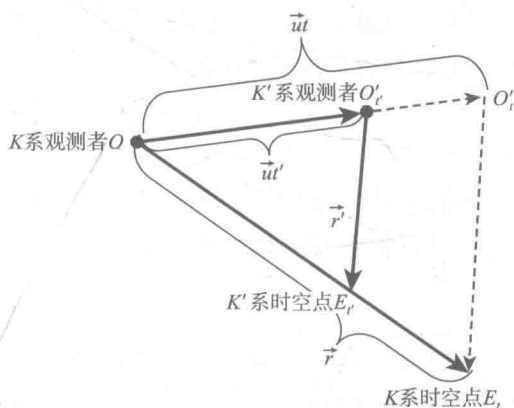


图 0-2 观测矢量图

下面，我们给出图 0-2 中诸矢量的定义。

1. “K'系观测者 O'_t 在时刻 t' 观测到运动质点的位置 E'_t ”，用矢量 $\overline{O'_t E'_t} = \vec{r}'$ 表示，此矢量称为“K'系观测者 O'_t 在时刻 t' 的观测矢量”，或称为“K'系观测者 O'_t 在时刻 t' 的 K'系时空点矢量”。点 $E'_t(t', \vec{r}')$ 称为“K'系观测者 O'_t 在时刻 t' 的 K'系时空点”。

2. “K 系观测者 O 在时刻 t 观测到运动质点的位置 E_t ”，用矢量 $\overline{O E_t} = \vec{r}$ 表示，此矢量称为“K 系观测者 O 在时刻 t 的观测矢量”，或称为“K 系观测者 O 在时刻 t 的 K 系时空点矢量”。点 $E_t(t, \vec{r})$ 称为“K 系观测者 O 在时刻 t 的 K 系时空点”。

3. 矢量 $\overline{O O'_t} = \vec{u} t'$ 称为“K'系观测者 O'_t 在时刻 t' 时离 K 系观测者 O 的距离矢量”。

于是，我们可以给出以下引理 A：

“若互作相对运动的两观测者在同一时刻观测到（‘见到’）同一运动质点，则两观测者在此时刻的观测矢量通过两观测者之间在此时刻的距离矢量构成一个矢量合成三角形，此三角形称为‘观测矢量合成三角形’。”

因此,在实质上,伽利略变换所刻画的是:在真空中光速为无穷大假定条件下,或在坐标系相对速度与光速相比较是非常小的情况下,互动匀速直线相对运动的两观测者在同一时刻观测到同一运动质点,使得两观测者在同一时刻 $t(=t')$ 的观测矢量 $\vec{r}'(t')$ 与 $\vec{r}(t)$ 通过两观测者之间的距离矢量 $\vec{ut}'$ 构成观测矢量合成三角形之关系:

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}' + \vec{ut}' \\ t = t' \end{cases}$$

$$\vec{r} = [\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}]^T, \vec{r}' = [x', y', z']^T, \vec{u} = [u_x, u_y, u_z]^T$$

伽利略变换的观测矢量合成图示于图 0-3。

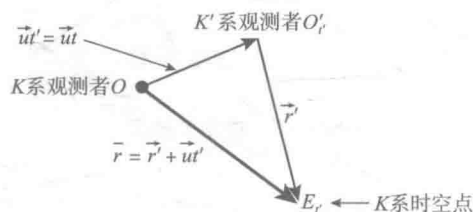


图 0-3 伽利略变换的观测矢量合成图

笔者利用伽利略变换的上述这性质,成功地推导出“两观测者有相对运动且真空中光速为有限值”条件下唯一客观存在的时空变换——Z 变换:

$$\begin{cases} \vec{r} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right) (\vec{r}' + \vec{ut}') \\ t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right) t' \end{cases}$$

式中: $\vec{r} = [x, y, z]^T$, $\vec{r}' = [x', y', z']^T$, $\vec{u} = [u_x, u_y, u_z]^T$, $|\vec{u}| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{\frac{1}{2}}$, c 为真空中光速。

Z 变换的观测矢量合成图示于图 0-4。

图 0-4 的观测矢量合成图是按以下过程形成的:

(1) 在时刻 t' , K' 系观测者 O'_t 离 K 系观测者 O 的距离矢量为 $\overline{OO'_t} = \vec{ut}'$ 。此时, K' 系观测者 O'_t 观测到运动质点 $E'_t(t', \vec{r}')$, 若真空中光速为无穷大, 则 K 系观测者 O 与 K' 系观测者 O'_t 同时 (即在时刻 t') 观测到运

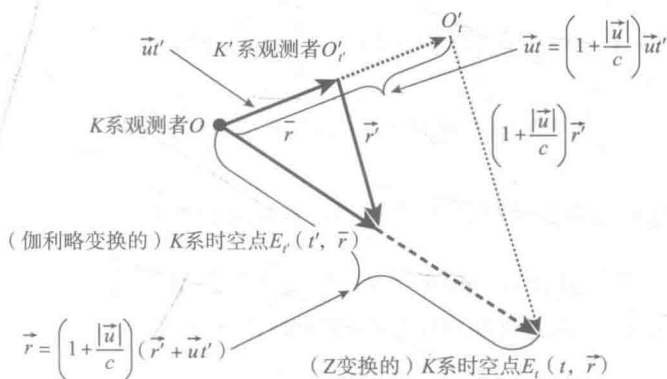


图 0-4 Z 变换的观测矢量合成图

动质点 $E'_t(t', \vec{r})$, 形成观测矢量合成三角形 $\Delta OO'_t E'_t$: $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t'$ 。但是, 真空中光速实际上为有限值 (c), 而并非无穷大, 故在时刻 t' , K 系观测者 O 尚不能与 K' 系观测者 O'_t 同时观测到运动质点 $E'_t(t', \vec{r})$ 。

(2) 直至时间延迟到时刻 $t = t' + \frac{|\vec{u}|t'}{c} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)t' > t'$ [式中 $|\vec{u}| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{\frac{1}{2}}$], K' 系观测者 O'_t 离 K 系观测者 O 的距离矢量为 $\overline{OO'_t} = \vec{u}t'$: $\vec{u}t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)\vec{u}t'$, 即距离矢量 $\overline{OO'_t} = \vec{u}t'$ 延长至距离矢量 $\overline{OO_t} = \vec{u}t$ 。在此时刻 $t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)t'$, K 系观测者 O 才观测到点 $E_t(t, \vec{r})$ 。图 0-4

中的点 $E_t(t, \vec{r})$ 为 K 系观测者 O 在时刻 $t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)t'$ 观测到的运动质点 $E'_t(t', \vec{r})$ 之“视像点”, 它就是“ K 系观测者 O 在时刻 $t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)t'$ 的 K 系时空点”。在 K 系观测者 O 看来, K' 系观测者 O'_t 在时刻 $t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)t'$ 也将观测到点 $E'_t(t', \vec{r})$ 之“视像点”——点 $E_t(t, \vec{r})$ 。这就是说, 在 K 系观测者 O 看来, 在时刻 $t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)t'$, K 系观测者 O 与 K' 系观测者 O'_t 同时观测到点 $E'_t(t', \vec{r})$ 之“视像点”——点 $E_t(t, \vec{r})$ 。

从图 0-4 可得, 在时刻 $t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)t'$, K' 系观测者 O'_i 的观测矢量 $\overline{O'_i E_i} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)\vec{r}'$ 与 K 系观测者 O 的观测矢量 $\overline{OE_i} = \vec{r} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)(\vec{r}' + \vec{u}t')$, 通过 K' 系观测者 O'_i 离 K 系观测者 O 的距离矢量 $\overline{OO'_i} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)\vec{u}t' = \vec{u}t$, 构成观测矢量合成三角形 $\Delta OO'_i E_i$ 。这个三角形 $\Delta OO'_i E_i$ 与伽利略变换的观测矢量合成三角形 $\Delta OO'_i E_i$ 成为两个“相似三角形”: $\Delta OO'_i E_i \cong \Delta OO'_i E_i$ 。

于是, 可以得出构成观测矢量合成三角形 $\Delta OO'_i E_i$ 的三个矢量:

- (1) K' 系观测者 O'_i 离 K 系观测者 O 的距离矢量 $\overline{OO'_i}$: $\overline{OO'_i} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)\vec{u}t' = \vec{u}t$;
- (2) K' 系观测者 O'_i 的 K' 系时空点矢量 $\overline{O'_i E_i}$: $\overline{O'_i E_i} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)\vec{r}'$;
- (3) K 系观测者 O 的 K 系时空点矢量 $\overline{OE_i}$: $\overline{OE_i} = \vec{r} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)(\vec{r}' + \vec{u}t')$ 。

这样, 我们取 (1) 和 (3), 便可得到变换方程组:

$$\begin{cases} \vec{r} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)(\vec{r}' + \vec{u}t') \\ \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)\vec{u}t' = \vec{u}t \end{cases}$$

即:

$$\begin{cases} \vec{r} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)(\vec{r}' + \vec{u}t') \\ t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)t' \end{cases}$$

式中: $\vec{r} = [x, y, z]^T$, $\vec{r}' = [x', y', z']^T$, $\vec{u} = [u_x, u_y, u_z]^T$, $|\vec{u}| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{\frac{1}{2}}$, c 为真空中光速。

这个变换方程组也可以写成如下形式:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right) \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right) t' \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \\ t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right) t' \end{cases}$$

变换方程组:

$$\begin{cases} \vec{r} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right) (\vec{r}' + \vec{u} t') \\ t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right) t' \end{cases}$$

与变换方程组:

$$\begin{cases} \vec{r}' = \frac{1}{1 + \frac{|\vec{u}|}{c}} (\vec{r} - \vec{u} t) \\ t' = \frac{1}{1 + \frac{|\vec{u}|}{c}} t \end{cases}$$

是一对互为正变换与逆变换的时空变换方程组。

这就是“两观测者作相对运动且真空中光速为有限值”场合下唯一客观存在的两观测者观测到(“见到”)同一运动质点的时间及空间坐标之间的数学转换关系——“时空变换”。可以看到,此时空变换是伽利略型时空变换。这个时空变换为笔者首次发现及揭示,故命名为“周方变换”,简称为“Z变换”,下同。

无论是正变换或逆变换方程组,等号右边的变量为自变量。等号右边的变量值及参数值都是“静系”观测者在观测中观测到的或已知晓的。等号左边的变量为因变量,它们是“静系”观测者合理推测(评估)出的“动系”观测者所观测到该同一运动质点的动系时刻及质点在此时刻的动系空间坐标。

在时空变换方程组中有三个参数: K' 系对 K 系的匀速直线平移相对运动的速度矢量 $\vec{u} = [u_x, u_y, u_z]^T$, 坐标系相对速度矢量的模 $|\vec{u}| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{\frac{1}{2}}$ 及真空中光速 c 。

设： K' 系沿 K 系的 x 轴正方向作匀速直线平移运动，相对速度为 u ，且保持 x' 轴与 x 轴重合； y' 轴与 y 轴平行及 z' 轴与 z 轴平行。在这种场合下，有： $u_x = u$ ， $u_y = 0$ ， $u_z = 0$ 。

K' 系与 K 系之间的关系示于图 0-5。

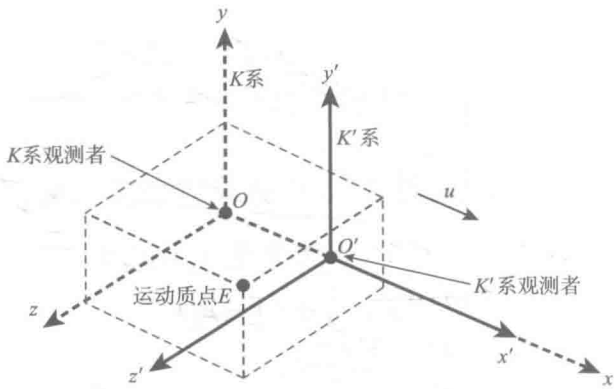


图 0-5 K' 系与 K 系之间的关系

一般 Z 变换的变换方程组为：

$$\begin{cases} \vec{r} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right) (\vec{r}' + \vec{u}t') \\ t = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right) t' \end{cases}$$

或：

$$\begin{cases} \vec{r}' = \frac{1}{1 + \frac{|\vec{u}|}{c}} (\vec{r} - \vec{u}t) \\ t' = \frac{1}{1 + \frac{|\vec{u}|}{c}} t \end{cases}$$

式中： $\vec{r} = [x, y, z]^T$ ， $\vec{r}' = [x', y', z']^T$ ， $\vec{u} = [u_x, u_y, u_z]^T$ ， $|\vec{u}| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{\frac{1}{2}}$ ， c 为真空中光速。

在方程组中令 $\vec{u} = [u_x, u_y, u_z]^T = [u, 0, 0]^T$ ，即得到时空变换方程组：