



数学教学论新编

代钦◎著



科学出版社

数学教学论新编

代 钦 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书共十章,第一章为导论;第二章结合中西方数学教育史阐述了中国传统数学教学智慧和苏格拉底“产婆术”之现代价值;第三章为数学课程的含义和分类;第四章为数学教学目标、备课和教学模式;第五章为数学学习理论;第六章为数学教育评价与测评;第七章为逻辑基础知识与数学教学;第八章为数学教学实践与数学能力的培养;第九章为数学教育研究与教师的继续教育;第十章为信息技术在数学教育中的应用。

本书适合数学教育专业本科生和研究生以及数学教育工作者使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学教学论新编 / 代钦著. —北京: 科学出版社, 2018.6

ISBN 978-7-03-054194-9

I. ①数… II. ①代… III. ①数学教学—教学理论 IV. ①O1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 202200 号

责任编辑: 滕亚帆 李香叶 / 责任校对: 桂伟利
责任印制: 吴兆东 / 封面设计: 华路天然设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京九州迅驰传媒文化有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018 年 6 月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

2018 年 6 月第一次印刷 印张: 16 1/2

字数: 390 000

定价: 58.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前言

《数学教学论新编》是在笔者多年来为本科生和研究生开设的数学教材教法、数学教育学和数学教学论，以及地方教师培训、各地中小学数学教师“国培”（中小学教师国家级培训）讲座的基础上整理而成的教材。

现代数学教学论是一门数学教学的学问，我国的数学教学论可以追溯到1901年国学大师王国维翻译的日本著名数学教育家藤泽利喜太郎（1861—1933）的著作《算术条目及教授法》，该著作深受德国的传统数学教育思想影响，对我国当时的数学教学理论的学习研究和实践产生了积极作用。20世纪30年代日本著名数学史和数学教育家小仓金之助的《算学教育的根本问题》（1930年）、美国学者Arthur Schultze的《中等学校算学教学法》（1934年）相继被翻译出版，40年代美国著名数学家和数学教育家波利亚的《怎样解题》（1948年）被翻译出版。20世纪20年代和30年代著名教育家俞子夷先生编写出版了不同版本的《小学算术科教学法》，40年代刘开达编写出版了《中学数学教学法》。1949年中华人民共和国成立后，我国文化教育深受苏联的影响，翻译了大量的学术著作，有伯拉基斯《中学数学教学法》（1954年）及其通论、算术教学法、代数教学法、几何教学法、三角教学法的单行本五分册，萨·耶·利亚平的《高中数学教学法》（1960年）代数部分、几何部分和三角部分三册，符·伊·孜科娃的《掌握初等几何知识的心理概论》（1959年），敏钦斯卡娅的《算术教学心理学》（1962年）等。1978年改革开放以后，也翻译出版了苏联的奥加涅相的《中小学数学教学法》（1983年）、斯托利亚尔的《数学教育学》（1984年）、克鲁捷茨基的《中小学数学能力心理学》（1983年）、弗利德曼的《中小学数学教学心理学原理》（1987年）等著作。同时也翻译了波利亚的数学教育系列著作、日本数学家和数学教育家米山国藏的《数学的精神、思想和方法》（1986年）、美国数学教育家贝尔的《中学数学的教与学》（1990年）等重要著作。20世纪90年代后，上海教育出版社出版“中小学数学教学论著译丛”。上述著作的翻译出版为我国数学教学论的发展做出了杰出贡献。在这样的历史发展过程中，我国的马忠林、钟善基、丁尔陞、曹才翰、张奠宙等老一代数学教育工作者们以“他山之石，可以攻玉”之理念，在积极学习并吸收国外数学教育思想的基础上进行创造性的转化，建立了具有中国特色的数学教育理论。

特别是从20世纪90年代开始，年轻一代的数学教育工作者逐渐茁壮成长起来，他们的数学教育研究成果如雨后春笋般地展现在世人面前。中国的数学教育研究在国际上也有了一席之地，这些都是中国数学教育学科建设的里程碑式的见证。

高等师范院校数学教育专业从开设“数学教材教法”“数学教育学”到“数学教学论”课程，在表现形式、内容体系、理论水平、学科地位、时空范围等方面均得到了空前的提升。“数学教材教法”课程时期主要以十三院校协编组的《中学数学教材教法》（总论、分论，1981年）、钟善基先生的《中学数学教材教法》（1982年）、马忠林先生和张贵新先生的《数学教育：中学几何教学论》（1988年）、钟善基先生和孙瑞清先生的《初等几何教材教法》（1990年）、丁尔陞先生的《中学数学教材教法总论》（1990年）和赵振

威先生的《中学数学教材教法》(三分册, 1990 年)等教材授课;“数学教育学”课程时期, 主要以斯托利亚尔的《数学教育学》(1984 年)、张奠宙、唐瑞芬、刘鸿坤先生的《数学教育学》(1991 年)、田万海先生的《数学教育学》(1992 年)、周学海先生的《数学教育学概论》(1996 年)等为教材;“数学教学论”课程时期, 可谓是“百花齐放, 百家争鸣”的时代, 各具特色的“数学教学论”的教材相继问世, 形成了令人振奋的繁荣景象。这也反映了数学教育研究队伍的壮大和学科建设的健康发展。

现在, 一些师范院校大学生和专业硕士的数学教学论课程被教学技能训练、教学设计等课程代替, 目的在于提高师范生的教学技能。但是师范生毕业后所掌握的教学技能并不理想。一方面, 因为学校里的教学时间、指导教师人数的不足等客观条件的限制, 很难实现目标。另一方面, 师范生和专业硕士的教学实习时间不到两个月, 能够上讲台授课的机会也并不多, 实习的效果并不理想。另外, 整个国家在这一方面的管理机制尚不健全, 时间分配也不够合理, 有急于求成之嫌。相比之下, 日本、俄罗斯等国家的师范生教学实习时间至少一年, 而且师范生到学校实习后其工作学习和正式教师相比没有区别, 这样就保证了实习训练的有效性。现在我们数学教师职前教育存在的问题是在数学教育教学课程下的工夫多, 而对实习训练的重视程度很不够, 还没有形成师范院校和中小学之间协调合作的职前教育的管理机制。因此我们不能赶时髦地对原先的数学教育学或数学教学论课程进行解构, 使其成为支离破碎的课程, 而应该在稳中求进, 使师范生扎实掌握数学教学论系统的理论知识, 为其后续的学习和工作奠定坚实基础, 这才是根本。

本书有以下特点: 首先, 保留传统的数学教学法或教育学或教学论的基本理论知识的同时, 增加了笔者的一些研究成果, 如备课的六元一体结构、日本中小学数学教学模式等。其次, 增加了皮亚杰、桑代克、韦特海默等著名心理学家的数学教育研究成果。再次, 基于历史发展的观点, 挖掘中外数学教育史上经典的教学思想方法并呈现其现代价值。例如, 中国的传统数学教学智慧、苏格拉底的数学教学法等都是从历史文献中挖掘整理出来的具有重要价值的内容。最后, 每章前面设置了“阅读要义”, 根据不同章节的内容适当地安排了“阅读材料”, 附录中列出“近现代数学教育史年表”, 以便凸显本书的工具性特点。

本书重视内容的科学性、系统性、可读性和实用性等方面, 然尚有不少需要进一步完善的地方, 这也是今后我们努力的方向。

代欽

2017 年 4 月

目 录

第一章 导论	1
第一节 数学教学论的内容及其意义	2
第二节 数学教学论的特征、研究领域及其研究方法	3
第二章 数学教育的发展	8
第一节 中国数学教育史简介	9
第二节 外国数学教育史简介	37
第三章 数学课程	60
第一节 数学课程的概念	60
第二节 数学课程内容	62
第三节 数学课程编制原则	64
第四节 数学课程的类型	67
第四章 数学教学	69
第一节 中学数学教学目标	69
第二节 数学教学方法	75
第三节 备课与学案	78
第四节 数学教学模式	82
第五节 数学教学是一项研究工作——以日本中小学数学教学研究形态为例	84
第六节 数学教学原则	90
第五章 数学学习	100
第一节 数学学习的概念及其特点	101
第二节 皮亚杰的智力发展理论与数学学习	103
第三节 吉尔福特的智力结构模型	108
第四节 桑代克的“联结说”学习理论和数学学习	111
第五节 加涅的“信息加工”学习理论和数学学习	114
第六节 第尼斯的数学学习理论	117
第七节 奥苏伯尔的有意义学习理论与数学学习	120
第八节 布鲁纳论学习	123
第九节 斯金纳论教与学	125
第十节 韦特海默的思想在数学教学中的应用	126
第六章 数学教育评价与测评	133
第一节 数学教育评价	133
第二节 学习质量的检查与分析	139

第七章 逻辑基础与数学教学	145
第一节 数学概念及其教学	146
第二节 数学命题及其教学	152
第三节 数学中的推理及其教学	162
第八章 数学教学实践与数学能力的培养	177
第一节 数学解题教学	177
第二节 数学建模教学	183
第三节 数学审美能力的培养	189
第四节 数学基本能力的培养	192
第五节 数学课外活动及其设计	197
第九章 数学教育研究与教师的继续教育	204
第一节 数学教育研究	204
第二节 数学教师的继续教育	214
第十章 信息技术与数学教育	220
第一节 信息技术的发展与数学教育	221
第二节 计算机在数学教育中的作用	223
第三节 数学教学软件及其应用	233
参考文献	242
附录	245

第一章 导 论



阅读要义 >>

1. 数学教学论是研究数学教学规律及其应用的一门学科，是研究数学教学的一门学问。它是一门理论性、实践性和综合性很强的独立学科，与数学、教育学、心理学和逻辑学等学科有着密切联系。

2. 数学教学过程是在学生和教师的双边活动中以数学课程内容和教学设备为媒介进行的。同时，数学教学也是学校实现数学教学目标、完成数学教育任务的基本途径。

3. 数学教学论的意义是由数学教育教学在中学教育中的地位决定的。数学教育对学生知识的掌握、思维和思想观念的发展、能力的提高、人格的形成等诸多方面具有重要作用。数学教学论的健康发展及其合理应用直接影响数学教学的质量。

4. 数学教学论有以下特征：

- (1) 数学教学论是以数学教学为研究对象的学问；
- (2) 数学教学论是通过数学教学形成人格的学问；
- (3) 数学教学论是具有实证性和规范性的学问；
- (4) 数学教学论是理论联系实践的学问；
- (5) 数学教学论是结合数学教育的思想和方法的学问。

5. 数学教学论的研究领域包括：

- (1) 数学教学的本质、意义、目的与目标；
- (2) 教学内容；
- (3) 教学方法；
- (4) 测验与评价；
- (5) 课程；
- (6) 教学与学习过程；
- (7) 学习进度、学习效果和能力；
- (8) 教学理论和学说；
- (9) 学习者；
- (10) 教师与教师教育。

6. 数学教学论的研究方法有：

- (1) 理论与规范性研究：①哲学方法；②解释方法；③历史方法；④比较教育学方法；⑤符号论方法。
- (2) 实践与实证研究：①教学实验研究；②教学研究；③问卷研究；④思维过程研究。

第一节 数学教学论的内容及其意义

一、数学教学论的含义

数学教学是一个实践过程,数学教学论是从数学教学实践中总结、概括并上升为理论的科学体系。数学教学理论来自数学教学实践,反过来又指导数学教学实践,并在指导实践的过程中不断地发展和完善。数学教学论与一般教学论既有联系又有区别,具有特殊与一般的关系。数学教学论的研究虽然有了长足的发展,但是目前还处于发展中阶段。

数学教学论是研究数学教学规律及其应用的一门学科,是高等师范院校数学教育专业学生的必修课程之一。学校教育是根据一定的社会要求和受教育者的发展需要,有目的、有计划、有组织地对受教育者施加影响的教育。教师作为学校教育的重要组成部分,承担着培养和塑造人的重任。因此教师不仅是一种职业也是一种专业,其性质与医生、律师、工程师等类似,必须经过专门的培训。数学教学论正是这样一门对有一定数学专业知识的学生进行数学教师基础知识和基本技能培训的课程。简而言之,开设本课程的主要目的是改进和完善数学教育专业师范生的知识结构,使其初步形成正确的数学教学思想和数学教学观念,具备基本的教学、教育科研能力,为他们成为合格的数学教师做好准备。

数学教学过程是在学生和教师的双边活动中以课程内容和教学设备为媒介进行的。同时,数学教学也是学校实现数学教学目标、完成数学教育任务的基本途径。人类经过千百万年的反复实践和理性选择,从前人摸索出来的丰富经验中,筛选出几种最有利于学生身心发展的教学方法,并将其保留下来,如数学课堂教学、数学课外活动、各种形式的数学竞赛活动等,已经发展成为现代学校数学教育中广泛运用的途径。各种途径相互作用,并影响学生发展。在这些途径中,数学课堂教学是学校数学教育的基本途径,学校数学教育目的的贯彻落实和数学教育任务的完成主要是通过课堂教学途径实现的。在各种途径中,数学课堂教学的知识容量最大,计划性、系统性最强,活动的效果最明显,因而对学生的全面发展和个性特长的发挥有着更强的作用和意义。

教学论(或教学理论)这个术语,最早在17世纪的德国教育家拉特克(1571—1635)和捷克教育家扬·阿姆斯·夸美纽斯(Johann Amos Comenius, 1592—1670)的著作中出现,他们把它理解为“教学的艺术”。

在我国,早在两千多年前的《礼记·学记》中,就提出了“教学相长”“故君子之教,喻也,道而弗牵,强而弗抑,开而弗达”等思想,这是世界教育史上关于教学论的最早论述。

近代以来,对于“教学论”这个术语,汉语使用过的同义词有“教授学”“教学法”“教学原理”“普通教学法”等。例如,20世纪20年代前出现了多种“教授学”的论著。

“教学论”这个术语常常与“教学法”发生混淆。一方面,“教学法”这个术语有时就是指“教学论”,讲的是教学的一般原理;另一方面,“教学法”就是指某一学科的教学法,如数学教学法,这与教学论不同。数学教育中出现过“数学教授法”“数学教学法”“数学教育学”“数学教学论”等说法,但是从迄今为止出版的相关论著中发现,明确区分这四个说法是非常困难的。本书不去推敲这四个说法的区别,仅从可操作性的角度去处理。本书中“数学教学论”的内容和“数学教学法”的有些内容也不尽相同,甚至在某些方面超越了“数学教学法”。

数学教学论侧重从教学指导的视角研究数学教学规律及其运用,涉及指导数学教学的基本理论、数学教学的一般原则、数学教学方法,以及设置依据等较为理论化的问题的研究;也涉及包括数学教学设计的基本要求、原则、方法和程序,数学教学各环节设计与教案编写、数学课堂教学的优化、数学课外活动的设计和实施,数学教学基本技能,以及多媒体技术的使用等以数学教学过程为研究对象的较为具体的问题的探讨;还包括中学数学教学内容概述、数学基本概念和基本理论教学、数学应用教学、数学习题与数学复习教学等以中学数学具体教学内容为研究对象的更为细致的问题的研究和探讨。本书通过对数学教学理论不同层面的展开,展示数学教学理论的主要研究成果、介绍国内外先进的教学思想和教学理念、揭示数学教学过程中的主要矛盾和基本规律、示范数学教学的基本模式和常规方法。

二、数学教学论的意义

从数学教育目的看,自数学教学论出现以来渐次形成的特殊意义有以下四个方面。

(1) 数学教学以有目的、有计划、有组织的数学活动形式进行人类经验的传授,使数学教学活动有着良好的秩序和节奏,从而大大提高了数学教学的效率。各种数学教学规章制度的形成更规范了师生的教学行为,使数学教学活动去除了随意性和零散性,从而使之变成一种专业性很强的特殊活动。

(2) 数学教学将传授的内容,经科学的选择,依据知识构成的逻辑顺序和学生获得知识的认知规律编成教材,作为学生认识世界的媒介。这比起学生自己选择学习内容,无论从其目标、内容、时间还是效果上来说都要优越得多。

(3) 数学教学又是在教师的引导和精心安排的过程中进行的。它不仅可以避免学生自学上的困难和反复尝试错误,而且,教师又总是试图选择最优的方法去完成教育的任务,这就保证了学习者学习上的每一步都能够顺利地进行。

(4) 数学教学所要实现的不仅仅是知识的传授,它要完成的任务始终是全面的,既有知识的获得、智力的发展、能力的培养和提高,又有思想品德的完善、基本技能的形成、个性特长的发展等。

数学教学论的上述作用客观地决定了学校数学教学工作的途径,即有效地进行数学教学活动。要高质量高效率地完成任务,数学教学的一个重要方面是必须遵循数学的教学规律,处理好间接经验和直接经验的关系、传授知识和提高思想觉悟的关系、传授知识和发展智力的关系,以及发挥教师的主导作用与调动学生积极性、自觉性的关系。因此,从教师可持续发展的角度看,将数学教学理论纳入本科师范生的知识结构中已成为社会发展的迫切需要。师范生应该在数学教学论的学习中努力掌握本课程的基础知识和基本原理,注重培养数学教育教学的基本技能,深刻领会典型范例,使基本理论的学习与具体授课方式的学习相得益彰。学校的数学教育工作也应该遵循以数学教学为主的规律,从而保证数学教育质量,培养出合格的人才。

第二节 数学教学论的特征、研究领域及其研究方法

现在,人们把研究数学教学论,即数学教育的学问改称为“数学教育学”。虽然数学教育的研究很早就开始了,但是数学教学论作为学问或学科,其历史并不长。关于建立一

个新学问应该追求什么, 以及根据什么, 人们对此提出了各种不同的见解。

数学教学论的课题和本质, 随着其自身的发展也在不断地变化和发展。但是现在考察、整理数学教学论应该以数学教育的研究进展为根据。

一、数学教学论的特征

数学教学论, 顾名思义, 就是由数学和教学论合并而形成的学科, 但实际上它并不是数学和教学论的简单组合, 而它的本质应该是“数学教学”和“论”结合而成的。“论”就是“学问”, 因此可以说数学教学论就是数学教学的学问。从这个意义上很容易看到数学教学论这个学科的独立性。

数学教学论并不是从“数学”和“教学论”角度去理解, 而是从“数学教学”和“学问”的角度去理解的。换言之, “数学教学论”是以“数学教学”为研究对象的“学问”。这就明确了数学教学论的研究对象和研究方向。

数学教学论是研究数学教学过程的一门科学。“数学”这个术语可以表示一种思维活动(数学活动), 或者表示这种活动的结果——理论。这在数学教学中有截然不同的表现形式, 从而形成不同的数学教学论。一种是研究某种数学理论的数学教学论, 另一种是研究数学思维活动的数学教学论。我们这里研究的数学教学论是后者, 主张数学教学是数学思维活动的教学。

根据数学教学论的含义和研究对象、方法等, 我们可以概括出它的以下特征。

首先, 数学教学论作为一门科学, 它应该具有实证性的特征。

其次, 从根本上看, 数学教学论是以形成职业技能为目标的, 因此数学教学论具有规范性的特征。

再次, 数学教学论也具有较强的实践性。

最后, 数学教学论具有自己的理论体系。

由此可见, 数学教学论是综合实证性、规范性、实践性和理论性的一门独立的学科。

数学教学论的研究是思想与方法, 或者说哲学与技术的整合性研究。在数学教育中, 教育方法是实现教育思想的重要因素。再高深的思想也必须借助方法来实现, 否则就是空洞的。同样地, 缺乏思想的方法也是很危险的。所以在数学教学论的研究中必须有机地结合思想和方法。

由以上的简要分析, 总结出数学教学论具有以下特征:

- (1) 数学教学论是以数学教学为研究对象的学问;
- (2) 数学教学论是通过数学教学形成人格的学问;
- (3) 数学教学论是具有实证性和规范性的学问;
- (4) 数学教学论是理论联系实践的学问;
- (5) 数学教学论是结合数学教育的思想和方法的学问。

二、数学教学论的研究领域

过去从教学目的、教学内容、教学方法和评价等视角研究数学教育的问题, 但现在随着数学教育的发展和现代科学技术、教育学和心理学等学科的研究进展, 数学教学论的研

究领域发生了很大变化。例如,从教育领域来划分,可以作如下分类:

- (1) 数学教学的本质、意义、目的与目标;
- (2) 教学内容;
- (3) 教学方法;
- (4) 测验与评价;
- (5) 课程;
- (6) 教学与学习过程;
- (7) 学习进度、学习效果和能力;
- (8) 教学理论和学说;
- (9) 学习者;
- (10) 教师与教师教育。

从最近发表在《数学教育学报》《数学通报》及《数学教学》等期刊上的论文内容中也可以将数学教学论研究的对象总结为以下研究领域:

- (1) 教材论;
- (2) 学习指导方法;
- (3) 评价;
- (4) 课程;
- (5) 教学与学习过程;
- (6) 问题解决;
- (7) 理解、认知和思维;
- (8) 多媒体技术的应用;
- (9) 其他。

以上领域的分类具有共同点,那就是这些领域的内容不再局限于教学目的、教学内容、教学方法和评价,而是独立出现的新的研究领域,例如,课程,教学与学习过程,理解、认知和思维及问题解决的研究等。这些领域并不是相互独立的,而是一个密不可分的整体的不同方面。

一般地,所谓数学教学主要是指中小学数学教学。从这个意义上说,数学教学论就是以数学教学为研究对象的学科。一方面,教学目的、教学内容和教学方法等是把构成教学的要素进行分解的假设性的成分;另一方面,教学结构的研究和课程的研究是非常重要的领域。根据以上两种不同的分类方法,我们可以概括出数学教学论的研究对象及其研究领域的结构^①,如图 1-1 所示。

三、数学教学论的研究方法

(一) 理论与规范性研究

1. 哲学方法

按照哲学研究的方法是以文献和思辨为研究主体进行的研究方法。一般在阐明教

① 数学教育研究会. 新数学教育の理論と實際[M]. 東京: 聖文社, 1999.

育、人格（人）、数学等的本质与它们之间关系的研究领域，以及数学教育目的等研究领域中使用，如图 1-1 所示。

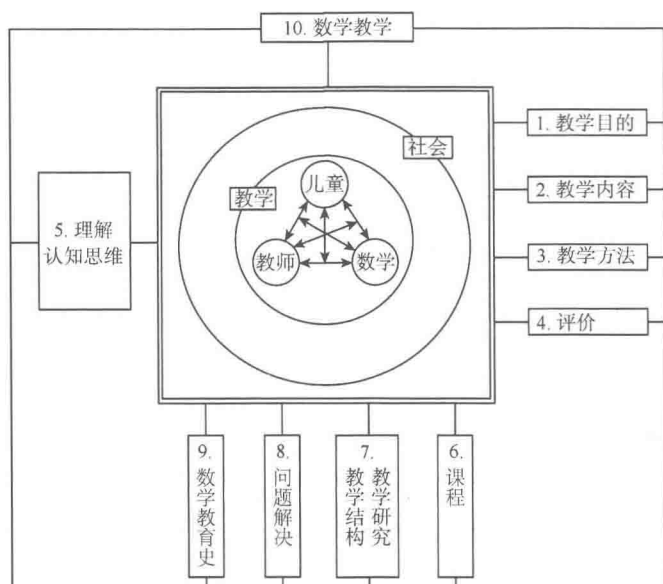


图 1-1 数学教学论的研究对象和研究领域

2. 解释方法

解释方法是指以前人所研究的理论、原理等为研究对象，对它们的解释、相互关系、价值等方面进行的研究。例如，关于皮亚杰理论在数学教育中的应用、数学教育中关于“理解”的各种模式的研究等方面经常使用解释方法。

3. 历史方法

历史方法是指应用历史学的研究方法，进行数学教育的通史性研究、断代史研究、各国数学教育史的研究、不同问题的研究、人物研究等。

4. 比较教育学方法

比较教育学方法是指应用比较研究方法，对若干个国家的数学教育进行比较研究，阐明它们的特征、问题与课题等。

5. 符号论方法

符号论方法是指灵活应用符号论、表记论、语言论等学科的成果，进行数学教育研究的方法。在数学教育中，表记的研究和表证体系的研究等经常使用。

(二) 实践与实证研究

1. 教学实验研究

教学实验研究是指提出研究假设，并通过教学实验来实证假说的研究。其最典型的方法是确定实验群的班级和一般群的班级来进行教学，进行统计性检验。

2. 教学研究

教学研究是指以改进教学为目的,将教学过程用摄像机等设备记录下来,并进行分析的研究。它是从教学论的研究、教育技术学的研究、学科内容的研究等各种视角进行的研究。

3. 问卷研究

问卷研究是进行问卷调查,根据分析结果来明确某一事实、论证研究假设等的研究方法。在这种情况下,统计方法和多变量分析方法被广泛使用。学力^①的调查分析和学生错误解答的分析也包含在其中。

4. 思维过程研究

思维过程研究是把学生在问题解决过程中的思维过程用摄像机等设备记录下来并进行分析,最后阐明学生思维的数学过程和心理过程等。

① 学力:广义指借助学校教育所形成的能力,亦即通过学科教学及生活指导而形成的能力的总体。狭义指借助学科教学而形成的能力。学力的概念是日本学者胜田守一和广冈亮藏等于20世纪60年代提出的。

第二章 数学教育的发展



阅读要义

没有历史的观念也就没有发展的眼光。数学教育经历了几千年的历史，积累了丰富的经验，各国也在各个时代不同程度地发展了数学教育。

1. 中国数学教育具有三千多年的历史，在西周时期的“六艺”中就有了数学教育内容。西汉末年出现了影响中国传统数学发展的数学教科书《九章算术》。隋朝于公元 589 年统一全国后，在国子学中首次增设了算学，这标志着中国古代的国家数学教育制度的初步形成。公元 656 年，唐朝在国子学中设“明算科”，规定了课程、考试方法和教科书，即“算经十书”，创建了世界上第一所数学专科学校。宋、金、元时期的数学教育相当发达，出现了李冶、秦九韶、杨辉、朱世杰等著名数学家。在明末，欧几里得的《几何原本》等西方数学著作的传入，使中国数学教育逐渐开始学习西方数学教育，清末民国时期出现了模仿学习日本、欧美数学教育的高潮。

2. 中国数学教育在自己悠久的历史发展过程中积累和总结出了丰富而深刻的教学思想方法，在《周髀算经》《九章算术》《数书九章》《杨辉算法》等数学名著中展现了数学教学过程、数学教学计划、数学问题解决方法的教学案例，也充分展示了中国古代的启发式教学、精讲多练、熟能生巧、一题多解等数学教学智慧。

3. 中华人民共和国成立后，进行了多次数学教育改革。大致分六个阶段：第一阶段（1950—1958 年），学习苏联时期；第二阶段（1958—1961 年），教育大革命时期；第三阶段（1961—1966 年），“调整、巩固、充实、提高”时期；第四阶段（1966—1976 年），“文化大革命”时期；第五阶段（1976—2001 年），稳固发展时期；第六阶段（2001 年至今），全面改革时期。

4. 古埃及、古巴比伦、古希腊数学教育在几千年前就开始了，早期教育的目的在于实用。古希腊的泰勒斯在数学中引进证明思想后，古希腊数学教育的目的逐渐倾向于发展学生理性思维能力。毕达哥拉斯、柏拉图等先哲的思想对数学教育的发展产生了深远影响。苏格拉底的“产婆术”彻底打破了之前的模仿与记忆的教学方法——目的不是传授知识而是探求什么是可以接受的正确知识，他把教学看作是充满着疑问的过程。

欧几里得的《几何原本》的问世，使几何从过去以实验和观察为依据的经验科学过渡到演绎的科学。作为教科书，《几何原本》影响了数学教育两千多年。

5. 中世纪，数学教育的发展受到极大的阻碍。文艺复兴时期，数学教育进入了一个新的发展阶段。在 17、18 世纪，夸美纽斯、约翰·洛克（John Locke，1632—1704）各自提出了自己的数学教育观点。19 世纪，J. H. 裴斯泰洛齐（Johann Heinrich Pestalozzi，1746—1827）、赫尔巴特（Johann Friedrich Herbart，1776—1841）等教育家的教育思想对数学教育产生了极大影响。

6. 20 世纪初，由约翰·培利、F. 克莱因和 E. H. 莫尔（E. H. Moore，1862—1932）等倡导的数学教育改革运动，结束了西方传统数学教育。培利提倡引起学生学习兴趣和结合

实际进行“实用数学”的教学,主张让学生自己去思考、发现和解决数学问题。克莱因主张以函数概念统一数学教育内容。以 E. H. 莫尔为代表的美国数学教育界提出了各科融合的统一数学。

7. 20 世纪中叶,随着科学技术的迅速发展和国际政治的变化,在数学教育发展进程中出现了从美国开始的“新数运动”,波及其他发达国家。“新数运动”最终以失败而告终。

第一节 中国数学教育史简介

中国的数学教育源远流长,最早可以追溯到商朝(公元前 1600—前 1046 年),至今已经有 3600 多年的历史。本节在简要介绍中国古代数学教育发展史的基础上,以杨辉的“习算纲目”的教学思想为中心,阐述中国古代数学教学研究的概况;同时,以学制发展和数学教育思想的进步为线索介绍近现代数学教育和教学法的发展概况。

一、古代数学教育

中国古代的数学教育在世界上也曾产生过一定的影响,如《算经十书》成为日本、朝鲜等国家的教科书;唐代的数学专科学校是世界上第一所数学专科学校;南宋末期数学家、数学教育家杨辉的《乘除通变本末》中的“习算纲目”是中国第一个数学“教学计划”,也是世界上至今为止被发现的最早“教学计划”。本部分将分别阐述中国古代数学教育的形成与发展,以及古代教学教育的目的、教育内容、教育制度。

(一) 古代数学教育的形成与发展

中国在夏商时期就有了数学教育。《说文解字》中有“数,计也”表明数学教育是计算之意。在周朝(公元前 1046—前 256 年)国学内容“六艺”^①中开始把数学教育作为其中之一。艺者,技艺,把数学作为一种技艺来传授是中国古代非常独特的数学教育观念。

“六艺”教育为我们明确指出了在中国古代就已经把数学教育作为培养官吏的必要内容之一。“六艺”教育使西周的数学教育逐渐形成,并为后世数学教育的发展确定了方向。并且,大约在秦朝(公元前 221—前 206 年)时期我国就有了数学教育制度。

虽然隋朝在历史上仅存在了 37 年,但它对我国的数学教育却产生了深远影响。隋朝于公元 589 年统一全国后,制定了各种制度,除了依照前代设立国子学,恢复国家教育外,首次增设了算学,聘请数学教师,招收学生,从而使我国古代的国家数学教育初步形成。唐朝建立后,经过几十年的整顿,于公元 656 年在国子学中设“明算科”,规定了课程、考试方法和教科书,创建了世界上第一所数学专科学校,由唐高宗钦定数学教科书——《算经十书》^②。通过考试选拔算学人才,充当官吏。其中,《算经十书》作为教科书,曾广泛传

① “六艺”:礼、乐、射、御、书、数六种科目的合称。其中“礼”是政治理论课,包括奴隶社会的宗法等级世袭制度、道德规范和仪节;“乐”为艺术课,音乐、诗歌、舞蹈结合为一体;“射”与“御”为军事训练课;“书”与“数”为基础文化课。“六艺”以“礼”为中心,文武兼备,代表我国奴隶社会全盛时期的教育水平。其中,“书”和“数”为小艺,主要在小学阶段学习;“礼”“乐”“射”“御”为大艺,主要在大学阶段学习。

② 汉至唐千余年广泛流传的十部数学名著之合称。唐代科举“明算科”必读书。唐高宗御定为国子监算学馆教科书。李淳风详加校注。包括《周髀算经》《九章算术》《海岛算经》《五曹算经》《孙子算经》《夏侯阳算经》《张邱建算经》《五经算术》《缉古算经》《缀术》十部算书。历代数学家给予注释的颇多,亦有增补删改的。现今流传的为北宋元丰七年(1084 年)秘书省刻本的各种传刻本。在北宋以《数术记遗》代替了《缀术》。

播,被日本、朝鲜定为教科书。

宋朝在历史上存在了319年,在北宋后期才开始断断续续地筹办数学教育。比较突出的影响主要体现在两个方面:首先,首次雕版印刷唐朝流传下来的数学教科书;其次,元丰时制定算学条例,大观元年(1107年)“重加删润,修成勒令”,流传至今,有三个部分,即“崇宁国子监算学令”、“崇宁国子监算学格”和“崇宁国子监算学对修中书省格”。南宋存在了一个半世纪,虽然一直没有恢复数学教育,但搜集了北宋元丰时所刊算经,并进行重刊,使今人可以通过这些书间接地窥见元丰版算经的情况。更重要的是,在南宋末期,杨辉于1274年在著作中编写了“习算纲目”,这是中国数学教育史上的珍贵文献。

金朝没有建立国家数学教育,但民间数学传授很盛。我国北方的山西、河北等地民间数学研究和传习相当普遍,他们的一些研究促进了天元术的诞生。数学家李冶在河北元氏县建封龙书院,收徒授课,传播数学知识^①。

蒙古和元朝的大汗蒙哥、忽必烈等都比较重视数学,蒙哥学习过《几何原本》,而忽必烈则请数学家王恂给太子讲课。忽必烈时期,一再要求官员子弟也要像普通汉人的子弟那样学习数学。元朝还明确规定下级官吏必须掌握算学知识,目的是满足实际需要。

1368年明朝建立后,于1369年把数学列为教育内容。1392年(洪武二十五年)再次申明数学教学与考试内容:“数习九章之法,务在精通,俟其科贡,兼考之。”^②所有学生都要学习算法,精通九章。1393年,由于发生一个案件牵连到算学生,于是撤销了算学。^③但是民间的数学传授并没有中断。例如,吴敬在杭州一带是很有名气的数学家和数学知识传授者;程大位于1592年出版了《算法统宗》一书,该书对于数学知识的传播起到了很大的作用,在国内外产生了一定的影响。

中国在两千多年的发展历程中,一直都非常重视数学教育。随着时代的进步,数学教育的内容、方式、方法等都有了一定的发展,并逐渐形成了具有自己特色的数学思想方法。这对我国古代的数学教育思想的形成起到了导向作用。例如,根据社会日常生活需要的“经世致用”的应用思想,算法化、模型化、离散化,突出培养计算能力的运筹思想;数形结合、出入相补、有限与无限相统一的朴素的辩证思想,重视创造和推广简便易行的算筹和算盘的普及思想^④。

总之,由于中国古代非常重视数学教育,中国14世纪以前的数学教育长期居于世界领先地位。我国当时先进的数学教育,不但对国内产生了重要影响,而且对中国的邻国日本、朝鲜也产生了极大的影响。

(二) 古代数学教育目的、教育内容、教育制度

1. 古代数学教育的目的

中国古代数学教育的基本目的,就是“经世致用”,即社会生活离不开数学知识,所以人们要学习它,并且学会了可以“世用”。在这样的教育目的的指导下,人们只需掌握现有的数学知识便能够满足社会生活的需要,所以不必对数学进行更进一步的研究。故中

① 李迪,代钦. 中国数学教育史纲/中日近现代数学教育史[M]. 大阪:ハンカイ出版印刷株式会社,2000,4: 92-103.

② 李迪,代钦. 中国数学教育史纲/中日近现代数学教育史[M]. 大阪:ハンカイ出版印刷株式会社,2000,4: 95.

③ 罗小伟. 中学数学教学论[M]. 南宁:广西民族出版社,2000: 1.