

被忽视的

李晓奇 肖启锐 著

辉煌

中国古代数学史概览与趣题精选

戏放风筝



张丘建算经



三女归宁

前上次你们
三个一起回家都过
去小半年了，可算
是盼到今天了。



科学普及出版社
POPULAR SCIENCE PRESS

被忽视的 辉煌

中国古代数学史概览与趣题精选

李晓奇 肖启锐 著

科学普及出版社

· 北 京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

被忽视的辉煌：中国古代数学史概览与趣题精选 /
李晓奇, 肖启锐著. —北京：科学普及出版社, 2018.10
ISBN 978-7-110-09814-1

I. ①被… II. ①李… ②肖… III. ①数学史—中国—古代
IV. ① O112

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 092326 号

策划编辑	孙红霞
责任编辑	孙红霞
装帧设计	中文天地
责任校对	焦 宁
责任印制	李晓霖

出 版	科学普及出版社
发 行	中国科学技术出版社发行部
地 址	北京市海淀区中关村南大街16号
邮 编	100081
发行电话	010-62173865
传 真	010-62179148
网 址	http://www.cspbooks.com.cn

开 本	787mm × 1092mm 1/16
字 数	157千字
印 张	11.25
版 次	2018年10月第1版
印 次	2018年10月第1次印刷
印 刷	北京盛通印刷股份有限公司
书 号	ISBN 978-7-110-09814-1 / O · 189
定 价	48.00元



(凡购买本社图书, 如有缺页、倒页、脱页者, 本社发行部负责调换)



前言

各种因素导致在很长一段时间内，中国古代文明的发展独立于世界其他文明。中国的地理特征也为这种独立提供了天然的条件。虽然说中华文明在历史上数次被外来势力侵袭，但无一例外地它们最终都被中国文化所同化。中华文明源远流长，中国古代数学的发展绵延不断，期间经历了数学的萌芽时期、数学体系的形成时期、数学的发展繁荣和衰落时期以及中西方数学的融合时期。11—14 世纪，出现了一批著名的数学家和数学著作，如贾宪的《黄帝九章算经细草》，秦九韶的《数书九章》，李冶的《测圆海镜》和《益古演段》，杨辉的《详解九章算法》，朱世杰的《算学启蒙》和《四元玉鉴》等，很多都达到了那个时代的数学高峰。

然而，现在这些辉煌的成就大多被国人所忽视。这是因为我国的数学教育模式来自西方，学生从小接触到的数学知识及其框架基本属于西方的，而中小学课本中对于我国传统数学的介绍又十分有限，这使得许多学生甚至年轻教师对我国传统数学知之甚少。若问高中学生，他们大多知道牛顿对微积分理论建立的贡献，而对秦九韶及其编撰的《数书九章》一般则只知其名。

当今世界，一个民族若想屹立于世界民族之林，不是单纯地效仿别的民族就可达到，而是要依靠自己的优秀文化形成的核心竞争力。中华民族伟大复兴的“中国梦”和“两个一百年”奋斗目标的最终实现要求炎黄子孙重新审视中华民族的过去，发掘古人给我们留下的辉煌遗产，由此寻找到中国崛起之路。正是在祖国崛起的关键时刻，数学作为“科学之王”在国家发展中发挥着极其重要的作用。中国的数学研究者更应该回望祖先在数学领域的伟大成就，重拾那被忽视的辉煌。怀着这样的心情，并期许能让更多的人了解到祖国辉煌的传统数学成就，我们编撰





了本书，这也是书名中“被忽视的辉煌”的含义由来。

我国传统数学的历史从结绳记数开始，发展到“书契”。待到 2000 多年前的春秋时代，人们不但能写 3000 以上的数字，还有了加法和乘法的概念；到了战国时期，确立四则运算，乘法口诀已经在《管子》《荀子》等著作中零散出现，分数计算也开始被应用于土地种植、粮食分配等方面。几何领域出现了勾股定理。代数领域出现了负数概念和“对策论”的萌芽。

秦汉时期的算筹和十进制制系统使得人们不再为没有合适的计算手段而发愁了。直到唐朝以前，一直沿用这一套计算系统。十进制制系统的产生，为四则运算的发展奠定了基础。

西汉末期至隋朝中叶是中国数学发展繁荣时期，也是中国数学理论发展的第一个高峰期。其标志就是《九章算术》的诞生。这本书的诞生表明中国古代完整的数学体系已经形成。除了《九章算术》这部巨著外，还出现了《孙子算经》《夏侯阳算经》《张丘建算经》，刘徽的《九章算术注》和他撰写的《海岛算经》以及祖冲之的《缀术》等数学专著。

隋中叶至元后期是中国数学的全盛时期。这一时期最主要的特点是数学教育的正规化和数学人才辈出。隋以前，学校里的教育并不重视数学。因此，没有数学专业一说。而到了隋朝，这一局面被打破，在相当于大学的学校里，开始设置算学专业。到了唐朝，最高学府国子监还添设了算学馆，专门培养数学人才，并使用了《算经十书》这样的专用教科书。在日趋完善的数学教育制度下，涌现出了名垂青史的数学泰斗：王孝通、刘焯、僧一行、李淳风。在宋金元时期，我国古典数学达到了巅峰，硕果累累，出现了沈括、李冶、贾宪、杨辉、秦九韶、郭守敬、朱世杰为代表的一批世界顶级数学家，筹算数学达到极盛，取得一大批具有世界意义的数学成果，“天元术”就是其中最为璀璨的一颗明珠。此时，中国的数学成就很快引起了周边国家的注意，他们开始向中国派遣留学生、书商。在这一阶段，中国已处于世界数学发展的潮头。



元后期至清中期，中国数学发展缓慢。和隋唐盛世相比，这一阶段黯然失色。就在中国数学衰落的时期，西方数学传入中国。16—18世纪，传教士意大利人利玛窦（1552—1610年）与徐光启和李之藻分别合译了《几何原本》和《同文算指》。由此，在中国数学发展史上出现了一个中西数学发展的合流期。

19世纪60年代，以李善兰、徐寿、华蘅芳为代表的一批知识分子，作为数学家、科学家和工程师参加了引进西学、兴办工厂和学校等活动。经过他们的不懈努力，奠定了近代科技和数学在中国的发展基础。

20世纪70年代，著名数学家吴文俊潜心研究了中国数学史。在研究中吴文俊发现，中国古代数学独立于古希腊数学和作为其延续的西方数学，有其自身发展的清晰主线，其发展过程、思考方法和表达风格也与西方数学迥然不同。我国古代几何学既有丰硕的成果，又有系统的理论。他指出，数学发展有两种思考模式：一个是公理化模式，另一个是机械化模式。前者源于古希腊，后者则贯穿整个中国古代数学。这两种思考模式对数学发展都曾产生巨大作用。公理化模式在现代数学，尤其是纯粹数学中占据统治地位。从汉初的《九章算术》中对开平方、开立方的机械化过程的描述，到宋元时代发展起来的求解高次代数方程组的机械化方法，无一不与数学机械化模式有关。数学启蒙中的四则运算由于代数学的出现而实现了机械化；线性方程组求解中的消元法是机械化模式的杰作；对近代数学起决定作用的微积分也是得益于经阿拉伯人传入欧洲的中国数学机械化模式而产生的。即便在现代纯粹数学研究中，机械化模式也一直发挥着重大作用。在吴文俊看来，机械化模式是我国古代数学的精髓。中国科学院数学与系统科学研究院李文林研究员这样评价吴文俊对中国数学史的研究：他的研究起到了正本清源的作用，证实了中国古代数学是世界数学的主流之一，促进了西方数学与中国古代数学两大主流的融合，推动了数学的发展，同时也掀起了对中国数学史再认识的新高潮。更为重要的是，吴



文俊古为今用，以此为基础开创了数学机械化研究并取得丰硕成果^①。

综上所述，无论从继承与复兴我国传统文化的角度，还是从关注中国古代数学发展道路的角度，我们都应该也有必要对中国古代数学有一个系统的了解。正是基于这一想法，我们编纂了本书。

我们遴选了各个时期具有较大影响的数学家和他们的著作——无论对其当时还是其后世，加以较详细的介绍，以便读者对中国古代的数学精华有一个初步了解。此外，我们又希望本书具有工具书的作用，所以我们把其他具有较大影响的古代数学家统一列后，一并介绍。

对于内容的安排，我们考虑到以下几点：第一，首先对数学发展各个时期的社会背景做一交代，以便读者心中有一个基本的历史定位。第二，尽可能兼顾严谨性与活泼性，希望本书不仅可以为大学、中学从事数学教学的教师提供一个参考资料，而且通过精选中国古代数学趣题，增加内容的趣味性和吸引力，使大学生、中学生甚至小学生均可以对我国古代数学成就的现实应用有深刻的了解。

综上所述，全书由表及里、层层深入，力图为读者构建一个立体式的中国古代数学史框架。第一部分介绍整个中国古代数学的发展历程；第二部分介绍在历史中发挥主要推动作用的数学大师；第三部分介绍体现数学家智慧的经典名作；第四部分列出了饶有兴味的数学趣题；附录部分是主要数学家简介。

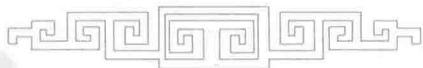
本书主要由李晓奇、肖启锐执笔，根据所列参考文献及作者多年数学史和科普领域工作的经验撰写而成。孟一鸣、王丹、李心愉、李加惠、田原、袁勤菲等在搜集资料及书稿整理方面给予了本书作者很大的帮助，在此一并致谢！由于本书作者水平所限，不足之处在所难免，恳请读者批评指正。

李晓奇 肖启锐

2018年5月

^① 李文林. 古为今用的典范——吴文俊教授的中国数学史研究[J]. 北京教育学院学报, 2001, 15(2): 1—5.

目录



数学史话

数学启蒙时代——秦汉及之前时期·····	002
第一个高峰期——三国两晋南北朝时期·····	005
官办数学教育的兴起——隋唐时期·····	007
第二个高峰期——两宋时期·····	010
古典数学的巅峰——金元时期·····	012
西方数学的引进——明清时期·····	014

数学名家

张苍——学者出身而官至宰相的数学大师·····	020
耿寿昌——用数学运营经济的运筹大师·····	022
张衡——中国的达·芬奇·····	024
刘徽——中国传统数学的奠基人·····	026
祖冲之——世界圆周率计算第一人·····	028
李淳风——官办数学教育的先驱·····	031
僧一行——隐身佛门的数学大师·····	033
沈括——多才多艺的科技之星·····	036

秦九韶——博及百家推陈出新的数学宗师·····	039
杨辉——高产的数学教育大家·····	041
李冶——“天元术”的征服者·····	043
朱世杰——中国传统数学的最高峰·····	046
程大位——善于经商的珠算大师·····	049
梅文鼎——中国“伯努利家族”的开山鼻祖·····	051
李善兰——近代数学教育之父·····	053
华蘅芳——西方数学引进中的领军人物·····	055

经典名作

《算术书》——古代最早的数学书·····	058
《周髀算经》——“盖天说”与“四分历”的数学原理·····	059
《九章算术》——中国传统数学理论的基石·····	062
《孙子算经》——初谈“孙子定理”·····	063
《张丘建算经》——“百鸡问题”的起源·····	066
《麟德历》——满天星斗所承载的数学理论·····	068
《韩延算术》——官员收税的指导书·····	071
《详解九章算法》——“九章”的继承者·····	073
《数书九章》——“九章”的开拓者·····	075
《测圆海镜》——“天元术”成熟的标志·····	077
《算学启蒙》——数学启蒙教育的经典教材·····	079
《四元玉鉴》——古代筹算系统的巅峰·····	081
《算法统宗》——风靡全国的珠算教科书·····	083

《数理精蕴》——“康熙御制”的初等数学百科全书	085
-------------------------------	-----

趣题精选

苏武牧羊	090
排鱼求数	092
推车问里	094
方田求积	096
三藏取经	099
洛书释数	101
竿索求长	102
圆田求积	105
系羊问索	107
鳧雁相逢	109
五渠灌水	111
三女归宁	112
船缸均载	115
僧分馒头	116
客去忘衣	118
三等赔偿	121
群羊逐草	123
李白沽酒	124
浮屠增级	127
隔墙分银	128



雉兔同笼·····	131
物不知数·····	132
余米推数·····	134
百鸡问题·····	136
戏放风筝·····	139
三斜求积·····	141
望敌远近·····	142
丁谓修皇宫·····	144

附录：主要数学家简介

秦汉及之前时期·····	146
三国两晋南北朝时期·····	149
隋唐时期·····	154
两宋时期·····	157
金元时期·····	159
明清时期·····	163
参考文献·····	170

数学史话



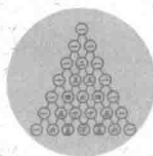
秦汉及之前时期



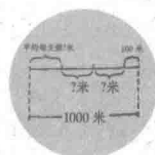
三国两晋南北朝时期



隋唐时期



两宋时期



金元时期



明清时期

我们有时会听到有人问这样一个问题，函数是什么？这是一个简单而又复杂的问题。简单来讲，一个孩子对应他自己的父母这就是一个函数；复杂点来说，函数是指一类特殊对应关系的统称。如果有人问数学是什么？同样地，这也是一个简单而又复杂的问题。然而，这个“简单和复杂”并非一句话所能涵盖。那么，其最终的答案也许只有在追寻中国古代数学几千年的历史发展进程中才能找到吧。

数学启蒙时代——秦汉及之前时期

中国古代数学的萌芽可以追溯到距今 1 万多年前的旧石器时代末期。根据石器的形状与石器上的图形，我们可以断定当时人们就已经掌握了一定的数学知识。进入原始社会，人们的计数方式从打结发展到了刻划，简单的几何图形和数字概念逐渐形成。第一个有直接的同时期文字记载的商朝，在甲骨文中可以找到不少数字符号，与石器时代的刻划稍加比对就会发现，这些数字符号基本是由石器时代的符号演变而来的。值得注意的是，甲骨文中已经形成了较为成熟的十进制系统，“百”“千”“万”这三个计数单位也首次出现。仔细观察甲骨文的记录，便会发现商朝人已经掌握了一些简单的算术知识。但可惜的是，甲骨文只记载了计算结果而没有记载计算过程。而在之后的流行钟鼎文的周朝，据考证，当时人们已经能熟练地运用四则运算，并且对“万”字有着特殊的崇拜。概括来讲，数学知识在殷商、西周时代已经积累并发展起来了。这个时期出现了周公、商高等历史上第一批有明确历史记载的数学家。

春秋战国时期，社会变化骤然加快，数学也随之有了长足的发展。孔子等一批教育家打破了只能在官府学习知识的惯例，私学蔚然成风。由此，一个叫作“士”的阶层应运而生。“士”是有各自的学术观点、理想抱负，服务于不同的社会集团的知识分子，他们之间的交流争辩促进

了学术的发展。“士”或多或少地与西周时期的官学有渊源关系，他们也多受过包括数学在内的六艺的教育，数学在这时得到了继承。由于社会经济状况发展日趋复杂，对数学计算也提出了更高的要求。百家争鸣推动了各类思想和观念的大喷发。在这个过程中，数学获得更大的发展。

春秋战国时期的数学呈现了多元化的发展趋势。人们的抽象思维能力大幅度提升，进而对数学的发展产生了有益的影响。有些思想流派提炼概括出了许多最原始的数学基本概念。例如，在以提出“圆，一中同长也”和“平同高也”为代表的《墨经》中，不仅出现了“有穷”和“无穷”的相关定义，而且还定义了一系列的几何术语。这些以几何的定义、极限思想为代表的数学命题对我国古代数学思想发展有十分重要的作用，但这些数学命题大多是为了解决实际问题而产生，与现在偏抽象且逻辑严密的理论数学还有一定的差别。在介绍五行八卦和阴阳学说的《易经》中，组合数学的思想已经萌芽，并在一定程度上反映出了二进制的思想。此外，变法的实施使得数学在精确性和应用范围上有了巨大进步。《九章算术》的主要方法和基础框架也在这一阶段形成了。

秦始皇统一中国后，统一度量衡、文字、货币，大力修建国道，兴建以都江堰为代表的水利工程，整修长城。在这一阶段，社会生活对数学提出了更高的要求。在计算田亩面积、粮食产量、土木工程、商业贸易、军旅等方面以及严格的考核和商法制度本身就要求准确的数学计算。

众所周知，汉承秦制。西汉政府一方面继续实行秦朝的政治经济制度和巩固统一的措施；另一方面，废除秦朝的严刑苛法，采取轻徭薄赋、休养生息、鼓励农桑的政策。汉初的政治思想统治较为宽松，很多知识分子信奉荀派儒学。数学著作要达到解决实际问题的目的。在荀派儒学思想的指导下，张苍、耿寿昌等人删补了《九章算术》。汉武帝时期，为了进一步巩固政治统治，采纳了董仲舒提出的“罢黜百家，独尊儒术”的主张，儒学正式成为官方的统治思想。此时的儒学已不完全同于战国时的儒家，它是以战国儒家为主，融合先秦的天道观和阴阳、五

行学说，吸收法家、道家的思想而建立的思想体系。这一变化深刻地影响了中国传统数学和此后中国整体科学技术的发展。

东汉时期，政府一方面减轻租税徭役，释放奴婢，采取有利于生产力恢复与发展的措施；另一方面，大力提倡谶纬迷信，并经由汉章帝主持的白虎观会议（79年），使谶纬更加符合经学体系，进一步神化了儒学体系。王充强调元气自然，《论衡·谈天》以天文、物理、生物、医学、冶金等自然科学和技术知识为基础，批评了谶纬神学的荒诞不经之说。然而，王充的思想得到重视，是东汉末年以后的事情。这使得新莽至东汉末年以前，数学的建树不大。

总的来说，秦汉时期中国数学飞速发展。《周髀算经》和《九章算术》两部数学著作表明数学已经达到较高的水平。在《周髀算经》中记载了西周数学家商高和周公的对话，从中我们知道了商高在公元前11世纪就提出了“勾股定理”的一个特例：“勾三股四弦五”，比古希腊数学家毕达哥拉斯（Pythagoras，约公元前580年—公元前500年）提出的时间整整早了500年。而《九章算术》的成书经过了许多人的努力，多次删减，到了东汉时才终于成书，它是我国古代早期影响最大的数学专著。《九章算术》流传到国外，在朝鲜和日本，《九章算术》都被当做数学教育的教科书。

试想一下，假设我们生活在秦汉及之前的年代，我们能为数学的发展做些什么呢？那时候人们的数学知识来自对自然与现实生活中形形色色事物的总结。因为要计数才会产生数，因为要交易才会产生四则运算，因为要建造房屋才会出现面积单位。虽然现在这些数学概念早已不是原初那种亲切的易于理解的模样，但是，只要用心追本溯源，我们就会发现抽象如测度也无非是用来衡量长度，拓扑的产生也仅仅是想来描绘距离，这些数学概念依旧如同原初时一般简单。其实数学的本质特征和人们所说的不忘初心有相似之处，未来世界会出现各种各样的新问题，只要怀着数学本身为解决问题而生这样的初心，我们一定可以解决一个又一个难题。

第一个高峰期——三国两晋南北朝时期

东汉末年到隋文帝杨坚统一中国这段时间，中国数学思想活跃、朝气蓬勃，在许多数学家的努力下，迎来了第一个高峰期。

谈起三国时代的数学成就，不得不提及的是吴国人赵爽和魏国人刘徽。赵爽的主要贡献是为《周髀算经》做注，并向其中添加了“日高图”和“七衡图”。他比较有代表性的工作是在“勾股圆方图”注中，做出了勾股原理的证明，而且还进一步证明了20多条与勾、股、弦相关的命题；在“日高图”注中，用几何方法证明了“日高术”（也就是人们常说的重差术）；在“七衡图”注中，对盖天说的理论进行了深刻的阐述。他所做的工作对后世研究《周髀算经》给予很大的启发。例如，他在“勾股圆方图”注中说：“勾、股各自乘，并之为弦实。开方除之，即弦”。其中的第一句简单阐明了勾股定理，后一句给出了勾股定理的证明方法。

刘徽活动的年代稍稍晚于赵爽，他是魏晋时期著名的平民数学家。无独有偶，他的主要成就也是做注，其做注的对象是古代另一部重量级数学著作《九章算术》。刘徽的《九章算术注》最大的特点是不仅提出了数学原理，而且附有十分详细的证明，这一点在我国大多缺少证明、晦涩难懂的数学著作里面显得十分难能可贵。另外，此书所阐述的数学理论所用的数学方法和技巧，较以前都有很大的创新，奠定了我国传统数学的理论基础，为我国传统数学独特理论体系的形成做出了不可磨灭的贡献。

两晋时期，我国的经济中心逐渐由北方向南方转移，现在江浙一带富裕的景象也是源自于此。与此同时，许多塞外的少数民族入主中原，与中原汉人逐渐融为一体，这是我国自春秋时期以来的又一次民族大融合。这一系列的变换，带来了社会思潮的重大变革，促进了数学的进

一步发展。南北朝时期，庄园农奴制经济逐步发展成熟，门阀士族依然是政治权力的中心。各个政权的首领有的出身寒门，有的是少数民族贵族，但无一不是依靠门阀士族维持其统治的。这期间尽管战乱频繁，但各个政权内部都有或长或短的相对安定时期。南朝政权更迭数次，都是以和平方式进行的，没有引起大的社会动荡。北朝的北魏百余年间也相当安定。许多政权统治者以统一中原为己任，开明的少数民族贵族积极主张汉化，氐族首领苻坚建立的前秦、羌族首领姚兴建立的后秦（首都皆在长安）、卢水胡族建立的北凉，都开办学堂，倡导儒学，为科学文化的发展奠定了基础。魏孝文帝迁都洛阳，他和周武帝主张文治国家，推行了促进民族大融合与推动经济、文化和科学发展的改革措施。这些措施都为数学发展提供了良好的条件。

由于南北对峙，两朝之间数学交流较少，使得它们各自呈现不同的发展态势。南北朝文学家、教育家颜之推（531—约591年）认为：“算术亦是六艺要事。自古儒士论天道、定律历者，皆学通之。然可以兼明，不可以专业。江南此学殊少，唯范阳祖暅精之，位至南康太守。河北多晓此术。”这段话既反映了封建社会士大夫阶层对数学的基本态度，也概括了南朝与北朝数学的发展状况。南方通晓数学的有何承天、祖冲之父子。活跃宋、齐时期的祖冲之父子在计算圆周率近似值、解决球体积问题等方面取得的成绩，至今令中国人民都为此而骄傲和自豪。然而，这些著作对于贵族而言，犹如天书。他们只能知晓其名，却不知其具体内容。

相反，在北方，许多数学著作不仅在民间，而且在社会上流阶层广泛流传，比如《孙子算经》《张丘建算经》《夏侯阳算经》《五曹算经》和有儒家经典数学内容注释的《五经算术》等。在《孙子算经》和《夏侯阳算经》等里面记载了其他现存古籍中所没有的算筹记数制度。在《孙子算经》中记载了一次同余方程组的解法和著名的“孙子定理”；在《张丘建算经》中，出现了以“百鸡术”为代表的不定方程问题，开辟了新的数学分支，在中国以及世界数学史上占据非常重要的地位。这些