



全国高等农林院校“十二五”规划教材

# 概率论 与数理统计

张丽娜 李春兰◎主编

 中国农业出版社

普通高等教育农业部“十二五”规划教材  
全国高等农林院校“十二五”规划教材

# 概率论与数理统计

张丽娜 李春兰 主编

中国农业出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

概率论与数理统计/张丽娜, 李春兰主编. —北京:  
中国农业出版社, 2011.7 (2018.8 重印)

普通高等教育农业部“十二五”规划教材 全国高  
等农林院校“十二五”规划教材

ISBN 978 - 7 - 109 - 15729 - 3

I. ①概… II. ①张… ②李… III. ①概率论—高等  
学校—教材②数理统计—高等学校—教材 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 150964 号

中国农业出版社出版  
(北京市朝阳区农展馆北路 2 号)  
(邮政编码 100125)  
策划编辑 朱雷  
文字编辑 朱雷 魏明龙

---

北京通州皇家印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行  
2011 年 7 月第 1 版 2018 年 8 月北京第 5 次印刷

---

开本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 15  
字数: 351 千字  
定价: 25.00 元

(凡本版图书出现印刷、装订错误, 请向出版社发行部调换)

## 内 容 提 要

本教材是高等农林院校非数学专业的概率论与数理统计教材。全书共分八章，内容包括随机事件及其概率，随机变量的分布及其数字特征，统计量的抽样分布，参数估计，假设检验，方差分析与回归分析等。

本教材结构严谨，层次清晰，由浅入深，循序渐进，知识与背景相结合，理论与应用相结合，手算和软件应用相结合，符合当前大众化教育体制下的教学要求，利于学生阅读和自学。

本教材适用于高等农林院校非数学本专科各专业学生使用，也可供相关专业的教师和科技工作者参考。

## 编写人员

主编 张丽娜 李春兰

副主编 陈俊英 杨雨时 乔均俭 李永慈

参编 (按姓名笔画排序)

付君丽 刘峰涛 闫广州 李友明

肖 涛 张彦蕊 邵洪波 商秀印

董连杰 韩光辉

# 前　　言

概率论与数理统计是研究随机现象统计规律性的一门数学分支，是普通高等院校本专科教育中一门重要的数学基础课，它的理论和方法在农林、经济、金融、工程技术等诸多领域有着广泛的应用。比如，利用概率统计方法可以进行产品的抽样检验、气象预报、股市行情预报；在新产品或农作物品种的研发试验中，为寻求最佳生产或研发方案可以进行试验设计和统计分析；在工程技术应用中，可以进行系统的可靠性评估等。

本教材是由河北农业大学与北京林业大学合作编写的，其内容分为八章，第一～三章为概率论，第四～八章为数理统计。

从概率论与数理统计的教学经历中，我们深深体会到：教材的编排体系、教材内容以及叙述方式等至关重要，一本合适的教材往往会产生事半功倍的教学效果。于是编写这本教科书时，我们尽可能地融入概率统计的基本思想、重要概念的背景与应用，增加趣味性、思想性和实用性。在每节设有基本知识题，部分章配有一套综合复习题，以满足不同基础不同学习目标的学生需要。选择的例题习题典型，便于初学者对基本概念的理解、对基本方法的掌握。第一至第七章均设置了“课外阅读”板块，供有余力的学生自学，以便学生了解课程的背景和应用，提高学习兴趣。教材最后附有常用的概率统计分布表及各章习题答案，供读者参考。

本教材力求结构严谨，层次分明，由浅入深，循序渐进，知识与背景相结合，理论与应用相结合，符合当前大众化教育体制下的教学

要求，利于学生阅读和自学。

教材适合普通高等院校本、专科各专业学生使用。

编写过程中参阅了许多优秀教材，从中摘取了不少好的例题和习题，使本教材增色不少，在此我们向这些著作者表示深深的谢意。

在此感谢河北农业大学和北京林业大学数学系全体教师，正是他们的关心、支持和鼓励，使我们顺利完成本教材的编写。

由于水平所限，不当和疏漏之处在所难免，恳请广大读者提出宝贵意见和建议，我们将作进一步改进。

编 者

2011年5月

# 目 录

## 前言

<b>第一章 随机事件及其概率</b>	1
1.1 随机事件及其相互关系	1
1.1.1 随机试验与随机事件	1
1.1.2 事件间的关系及运算	2
习题 1.1	5
1.2 概率的定义及其性质	5
1.2.1 概率的统计定义	6
1.2.2 概率的古典定义	7
*1.2.3 概率的几何定义	10
1.2.4 概率的公理化定义及其性质	11
习题 1.2	13
1.3 概率的计算	13
1.3.1 条件概率与乘法公式	13
1.3.2 全概率公式	15
1.3.3 贝叶斯公式	16
习题 1.3	18
1.4 事件的独立性与独立试验概型	19
1.4.1 两个事件的独立性	19
1.4.2 多个事件的独立性	20
1.4.3 独立试验概型	20
习题 1.4	21
第一章总复习题	22
课外阅读	23
<b>第二章 随机变量及其分布</b>	26
2.1 随机变量的概念	26
2.2 离散型随机变量及其概率分布	27
2.2.1 两点分布	28
2.2.2 二项分布	28
2.2.3 泊松分布	29
*2.2.4 几何分布	30

* 2.2.5 超几何分布 .....	31
习题 2.2 .....	31
2.3 连续型随机变量及其密度函数 .....	32
2.3.1 均匀分布 .....	33
2.3.2 指数分布 .....	34
2.3.3 正态分布 .....	35
习题 2.3 .....	36
2.4 随机变量的分布函数 .....	36
2.4.1 分布函数的定义及其性质 .....	36
2.4.2 离散型随机变量的分布函数 .....	37
2.4.3 连续型随机变量的分布函数 .....	38
2.4.4 正态变量的分布及其概率计算 .....	40
习题 2.4 .....	42
2.5 二维随机变量及其分布 .....	43
2.5.1 二维离散型随机变量及其联合分布律 .....	43
2.5.2 二维连续型随机变量及其联合密度函数 .....	44
2.5.3 二维随机变量的联合分布函数 .....	46
习题 2.5 .....	47
2.6 边缘分布与独立性 .....	48
2.6.1 边缘分布 .....	48
2.6.2 边缘分布律 .....	48
2.6.3 边缘密度函数 .....	50
2.6.4 随机变量的独立性 .....	52
习题 2.6 .....	55
2.7 随机变量函数的分布 .....	56
2.7.1 离散型随机变量函数的分布 .....	57
2.7.2 一维连续型随机变量函数的分布 .....	59
2.7.3 二维连续型随机变量函数的分布 .....	62
习题 2.7 .....	64
第二章总复习题 .....	65
课外阅读 .....	66
<b>第三章 随机变量的数字特征 .....</b>	<b>68</b>
3.1 数学期望 .....	68
3.1.1 数学期望的定义 .....	68
3.1.2 随机变量函数的数学期望 .....	71
3.1.3 数学期望的性质 .....	73
习题 3.1 .....	75
3.2 方差 .....	76

## 目 录

3.2.1 方差的定义 .....	76
3.2.2 方差的基本性质 .....	77
习题 3.2 .....	80
3.3 协方差与相关系数 .....	80
3.3.1 协方差 .....	81
3.3.2 相关系数 .....	82
3.3.3 矩 .....	84
习题 3.3 .....	84
3.4 大数定律与中心极限定理 .....	85
3.4.1 切比雪夫不等式 .....	85
3.4.2 大数定律 .....	86
3.4.3 中心极限定理 .....	87
习题 3.4 .....	88
第三章总复习题 .....	89
课外阅读 .....	91
<b>第四章 数理统计的基本概念 .....</b>	<b>95</b>
4.1 总体与样本 .....	95
4.1.1 总体 .....	95
4.1.2 样本 .....	96
4.2 统计量与抽样分布 .....	97
4.2.1 统计量 .....	97
4.2.2 抽样分布 .....	98
习题 4.2 .....	103
4.3 抽样分布定理 .....	104
习题 4.3 .....	107
课外阅读 .....	108
<b>第五章 参数估计 .....</b>	<b>110</b>
5.1 点估计 .....	110
5.1.1 矩估计 .....	110
5.1.2 最大似然估计 .....	111
习题 5.1 .....	115
5.2 点估计量的评价标准 .....	115
5.2.1 无偏性 .....	115
5.2.2 有效性 .....	117
5.2.3 一致性（相合性） .....	117
习题 5.2 .....	118
5.3 区间估计 .....	118

5.3.1 置信区间和置信度 .....	118
5.3.2 正态总体参数的区间估计 .....	119
习题 5.3 .....	126
第五章总复习题 .....	126
课外阅读 .....	128
<b>第六章 假设检验 .....</b>	<b>131</b>
6.1 假设检验的基本概念 .....	131
6.1.1 假设检验的基本思想 .....	131
6.1.2 假设检验的一般步骤 .....	132
习题 6.1 .....	133
6.2 单个正态总体参数的假设检验 .....	134
6.2.1 单个正态总体均值的假设检验 .....	134
6.2.2 单个正态总体方差的假设检验 .....	137
习题 6.2 .....	138
6.3 两个正态总体参数的假设检验 .....	139
6.3.1 两个正态总体均值的差异性检验 .....	139
6.3.2 两个正态总体方差的齐性检验—— $F$ 检验 .....	141
习题 6.3 .....	143
6.4 分布函数的拟合检验 .....	144
6.4.1 问题的提出 .....	144
6.4.2 $\chi^2$ 拟合检验法 .....	144
习题 6.4 .....	150
* 6.5 假设检验问题的 $p$ 值法 .....	150
<b>第六章总复习题 .....</b>	<b>152</b>
课外阅读 .....	153
<b>第七章 方差分析 .....</b>	<b>157</b>
7.1 方差分析的基本概念 .....	157
7.2 单因素方差分析 .....	158
7.2.1 单因素方差分析统计模型 .....	158
7.2.2 平方和的分解 .....	159
7.2.3 假设检验 .....	160
* 7.2.4 多重对比 .....	162
习题 7.2 .....	165
* 7.3 双因素方差分析 .....	166
7.3.1 双因素无重复试验的方差分析 .....	167
7.3.2 双因素有重复试验的方差分析 .....	170
习题 7.3 .....	174

## 目 录

---

课外阅读 .....	176
<b>第八章 回归分析 .....</b>	<b>181</b>
8.1 一元线性回归 .....	181
8.1.1 基本概念 .....	182
8.1.2 最小二乘法估计 .....	183
8.1.3 回归方程的显著性检验 .....	184
8.1.4 预测与控制 .....	186
习题 8.1 .....	189
* 8.2 多元线性回归 .....	191
8.2.1 最小二乘估计 .....	191
8.2.2 显著性检验 .....	194
8.2.3 预测 .....	198
习题 8.2 .....	199
<b>附录 .....</b>	<b>202</b>
附表 1 二项分布表 .....	202
附表 2 泊松分布表 .....	204
附表 3 标准正态分布表 .....	206
附表 4 $\chi^2$ 分布临界值表 .....	207
附表 5 $t$ 分布临界值表 .....	209
附表 6 $F$ 分布临界值表 .....	210
附表 7 多重比较中的 Duncan 表 .....	216
<b>习题参考答案 .....</b>	<b>218</b>
<b>主要参考文献 .....</b>	<b>225</b>

# 第一章 随机事件及其概率

在自然界与人类社会中普遍存在着两类现象。一类是确定性现象，是指在一定条件下必然发生的现象。例如，手拿一枚硬币，松开手，硬币往下落；种瓜得瓜，种豆得豆；每天早上太阳从东方升起，这些都是确定性现象。但是，落下去的硬币哪一面向上；瓜长多大，豆结多少；日出时是否有云遮挡等，是我们事前无法准确预知的，像这样在一定条件下事先难以确定其结果的现象称为随机现象。

再如保险公司一年中的索赔人数，走到十字路口交通灯的颜色，在发生之前都难以确切知道其结果，这些随机现象呈现出很大的随机性和偶然性。那么随机现象是否有规律可循呢？经过长期的实践和观察，人们逐渐发现所谓不可预言的随机性、偶然性，只是对一次或少数几次试验或观察而言的。在相同条件下进行大量重复试验或观察时，其结果会呈现出某种规律性，称为随机现象的统计规律性。概率论与数理统计正是研究随机现象统计规律性的一门数学学科，它在自然科学和社会科学的诸多领域都有着广泛的应用。

## 1.1 随机事件及其相互关系

### 1.1.1 随机试验与随机事件

为了获得随机现象的统计规律性，必须对随机现象在相同的条件下大量重复地做试验。在概率统计中，我们把这类试验称为随机试验，简称试验，用字母  $E$  来表示。一般地，一个随机试验要满足以下条件：

- (1) 试验可以在相同的条件下重复进行；
- (2) 每次试验的可能结果不止一个，而究竟会出现哪一个结果，在试验以前不能确定；
- (3) 事先能明确试验的所有可能结果。

尽管一个随机试验将要出现的结果是不确定的，但其所有可能结果是明确的，我们把随机试验的每一种可能的基本结果称为一个样本点，一般用  $\omega$  表示。全部可能的基本结果，即全体样本点组成的集合称为样本空间，一般用  $\Omega$  表示。

例如：

- (1)  $E_1$ ：向上抛掷一枚硬币，观察其落地时出现正面朝上或反面朝上的情况。样本空间为  $\Omega = \{\text{正面}, \text{反面}\}$ 。若记  $\omega_1 = \{\text{正面}\}$ ,  $\omega_2 = \{\text{反面}\}$ ，则样本空间可记为  $\Omega_1 = \{\omega_1, \omega_2\}$ 。
- (2)  $E_2$ ：掷一枚均匀对称的骰子，观察向上一面出现的点数。样本空间可简记为  $\Omega_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 。
- (3)  $E_3$ ：记录 110 报警台一天接到的报警次数。其样本点有可数无穷多个，样本空间简记为  $\Omega_3 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ 。
- (4)  $E_4$ ：考察某一批电子元件的使用寿命 (h)。其样本点有无穷多个 (且不可数)，样本空间记为  $\Omega_4 = [0, +\infty)$ 。

(5)  $E_5$ ：将一枚均匀的硬币抛掷两次，观察两次出现正面、反面的情况。样本空间记为

$$\Omega_5 = \{(\text{正, 正}), (\text{正, 反}), (\text{反, 正}), (\text{反, 反})\}.$$

(6)  $E_6$ ：将一枚均匀的硬币抛掷两次，观察正面出现的次数。所有可能的结果是“出现0次”，“出现1次”或“出现2次”，因此样本空间记为  $\Omega_6 = \{0, 1, 2\}$ 。

从上面的例子可知，样本空间可以是数集，也可以不是数集；样本空间可以是有限集，也可以是无限集。另外， $E_5$  和  $E_6$  都是将一枚均匀的硬币抛掷两次，但其观察内容不同，样本空间也不同，所以样本空间中的元素即样本点是根据要观察的内容来确定的。

在研究随机现象时，我们通常关心的不仅是某个样本点在试验后是否出现，更关心的是具有某些特征的样本点在试验后是否出现。例如，在投掷一枚骰子  $E_2$  的试验中，我们会关心掷出的点数是否大于3、是否为奇数等问题。“掷出的点数大于3”是由3个样本点4, 5, 6所组成的集合，记  $A = \{4, 5, 6\}$ ，显然  $A$  是样本空间  $\Omega_2$  的一个子集。

在概率论中，将随机试验的每一种可能出现的结果称为随机事件，简称事件，它通常是某些样本点组成的集合，常用英文字母  $A, B, C$  等表示。比如在随机试验  $E_2$  中， $A = \{\text{掷出的点数大于3}\}$ ,  $B = \{\text{掷出的点数是奇数}\}$  统称为随机事件。

我们把随机事件的发生规定为：随机事件  $A$  发生  $\Leftrightarrow$  随机事件  $A$  中的某一个样本点出现。例如在  $E_2$  中事件  $A = \{\text{掷出的点数大于3}\}$ ，当掷出的点数是4, 5, 6中任何一个时，事件  $A$  发生。

下面介绍几种特殊的随机事件。

**基本事件：**由一个样本点构成的随机事件。

**必然事件：**在每次试验中都必然发生的事件，即样本空间  $\Omega$ 。这是因为样本空间  $\Omega$  包含所有的样本点，每次试验后必有  $\Omega$  中的一个样本点出现，即  $\Omega$  必然发生，所以又称样本空间为必然事件。

**不可能事件：**在任意一次试验中都不可能发生的事件，用符号  $\emptyset$  表示。

比如在随机试验  $E_2$  中， $C = \{\text{恰好掷出6点}\}$  是一个基本事件， $D = \{\text{掷出的点数小于7}\}$  是必然事件， $C = \{\text{掷出的点数大于6}\}$  是不可能事件。

本质上，必然事件和不可能事件已无随机性可言，但为了讨论方便，我们仍把  $\Omega$  和  $\emptyset$  当做两个特殊的随机事件。

### 1.1.2 事件间的关系及运算

在一个样本空间中可以有许多随机事件。我们希望通过对较简单事件的分析去了解较复杂的事件，所以需要研究同一随机试验中各种事件之间的关系和运算。由于随机事件实际上是样本空间的某一个子集，因此，事件之间的关系和运算同集合论中集合之间的关系和运算是一致的。下面给出这些关系和运算在概率论中的提法，并根据“事件发生”的含义，给出它们的概率意义。

#### 1. 事件的包含与相等

若“事件  $A$  发生必然导致事件  $B$  发生”，则称事件  $B$  包含事件  $A$ ，记作  $A \subset B$  或  $B \supset A$ 。如图 1-1 所示。

例如，记录某灯泡的使用寿命，设事件  $A = \{\text{至少使用 } 50\text{h}\}$ ，

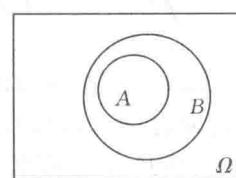


图 1-1

$B = \{\text{至少使用 } 60\text{h}\}$ , 显然有  $B \subset A$ . 又如, 掷一枚骰子, 事件  $A = \{\text{出现 } 4 \text{ 点}\}$  必然导致  $B = \{\text{出现偶数点}\}$  的发生, 所以  $A \subset B$ .

规定对任何事件  $A$ , 恒有  $\emptyset \subset A \subset \Omega$ .

事件间的包含关系具有传递性: 若  $A \subset B$  且  $B \subset C$ , 则  $A \subset C$ .

若“事件  $B$  包含事件  $A$ , 同时事件  $A$  也包含事件  $B$ ”, 即“ $A \subset B$  且  $B \subset A$ ”, 则称事件  $A$  与事件  $B$  相等, 记作  $A = B$ .

例如, 掷两枚骰子, 记事件  $A = \{\text{两枚骰子出现的点数之和为偶数}\}$ ,  $B = \{\text{两枚骰子出现的点数之和是 } 2 \text{ 的倍数}\}$ , 易知  $A = B$ .

### 2. 事件的和(或并)

事件  $A$  和事件  $B$  至少发生其一的事件称为  $A$  与  $B$  的和事件(或并事件), 记作  $A \cup B$ . 如图 1-2 所示.

例如: 在检查圆柱形产品时, 规定产品的长度和直径都合格时, 产品才算合格. 若用  $A$  表示“直径不合格”, 用  $B$  表示“长度不合格”, 用  $C$  表示“产品不合格”, 则  $C = A \cup B$ .

由事件和的定义可得: 对任一事件  $A$ , 有  $A \cup \emptyset = A$ ,  $A \cup \Omega = \Omega$ .

类似地, 可以定义  $A_1, A_2, \dots, A_n$  至少发生其一的事件  $A$  为  $A_1, A_2, \dots, A_n$  的和(或并), 记做

$$A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^n A_i.$$

推广到可列多个事件的情形, 即  $A = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$  表示事件  $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$  至少发生其一的事件.

例如, 某人有  $n$  位朋友, 他给每位朋友写了一封信, 将其放入信封中, 并在每一个信封上分别任意地写上  $n$  位朋友的地址(不重复). 若记  $A_i = \{\text{在第 } i \text{ 个信封上所写的地址正确}\}$ ,  $A = \{\text{至少有一个信封上所写的地址正确}\}$ , 则  $A = \bigcup_{i=1}^n A_i$ .

### 3. 事件的积(或交)

事件  $A$  与事件  $B$  同时发生的事件称做  $A$  与  $B$  的积事件(或交事件), 记做  $AB$  或  $A \cap B$ . 如图 1-3 所示.

例如: 在检查圆柱形产品时, 规定产品的长度和直径都合格时, 产品才算合格. 若用  $D_1$  表示“直径合格”, 用  $D_2$  表示“长度合格”, 用  $D$  表示“产品合格”, 则  $D = D_1 \cap D_2$ .

类似地, 积事件的概念也可以推广到有限多个或无穷可列多个事件的情形, 即事件

$$A = \bigcap_{i=1}^n A_i \text{ 表示 } n \text{ 个事件 } A_1, A_2, \dots, A_n \text{ 同时发生的事件;}$$

$$A = \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \text{ 表示一列事件 } A_1, A_2, \dots, A_n, \dots \text{ 同时发生的事件.}$$

例如, 某人有  $n$  位朋友, 他给每位朋友写了一封信, 将其放入信封中, 并在每一个信封上分别任意地写上  $n$  位朋友的地址(不重复). 若记  $B_i = \{\text{在第 } i \text{ 个信封上所写的地址不正确}\}$ ,  $B = \{\text{没有一个信封上所写的地址正确}\}$ , 则  $B = \bigcap_{i=1}^n B_i$ .

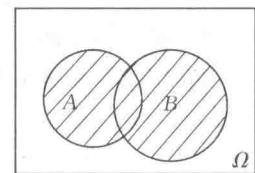


图 1-2

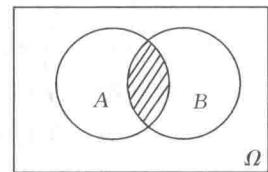


图 1-3

#### 4. 事件的互斥

若“事件  $A$  与事件  $B$  不可能同时发生”，即“ $AB = \emptyset$ ”，则称事件  $A$  与  $B$  为互斥事件，或称做互不相容事件，如图 1-4 所示。对于互斥事件的和事件  $A \cup B$ ，也可以记作  $A+B$ 。

例如，在掷一枚骰子的试验中，记  $A = \{\text{出现的点数为奇数}\}$ ， $B = \{\text{出现的点数为4}\}$ ，则  $A$  与  $B$  为互斥事件。

若“事件组中任意两个事件均互斥”，则称该事件组两两互斥。例如，在同一随机试验中基本事件是两两互斥的。

#### 5. 事件的互逆

若“事件  $A$  与事件  $B$  的和事件为必然事件，且积事件为不可能事件”，即

$$A \cup B = \Omega, A \cap B = \emptyset,$$

则称事件  $A$  与事件  $B$  为互逆事件，或叫做对立事件，如图 1-5 所示。通常把  $A$  的对立事件记做  $\bar{A}$ 。

例如，在抛掷骰子的试验中，设事件  $A = \{\text{掷出的点数大于3}\}$ ，则其互逆事件  $\bar{A} = \{\text{掷出的点数小于等于3}\}$ 。

#### 6. 事件的差

事件  $A$  发生而事件  $B$  不发生的事件称为  $A$  与  $B$  的差事件，记作  $A - B$ ，如图 1-6 所示。显然有  $A - B = A\bar{B}$ ,  $\bar{A} = \Omega - A$ 。

例如，从  $1, 2, \dots, 9$  九个数字中任意选取一个，记  $A = \{\text{取到的为偶数}\}$ ,  $B = \{\text{取到的数小于5}\}$ . 则  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ ;  $A \cap B = \{2, 4\}$ ;  $A - B = \{6, 8\}$ .

#### 7. 事件间的运算规律

由集合的运算律易给出事件间的运算律。设  $A, B, C$  为同一随机试验  $E$  中的事件，则有

- (1) 交换律:  $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A.$
- (2) 结合律:  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C; A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C.$
- (3) 分配律:  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$   
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$
- (4) 对偶律:  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}; \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}.$

对偶律推广到  $n$  个事件:  $\overline{\bigcup_{i=1}^n A_i} = \bigcap_{i=1}^n \bar{A}_i; \overline{\bigcap_{i=1}^n A_i} = \bigcup_{i=1}^n \bar{A}_i.$

**例 1.1** 设  $A, B, C$  表示 3 个事件，试以  $A, B, C$  的运算来表示以下事件：

- (1) 只有  $A$  发生；
- (2)  $A, B, C$  都发生；
- (3)  $A, B, C$  都不发生；
- (4)  $A, B, C$  至少有一个发生；
- (5)  $A, B, C$  恰有一个发生；
- (6)  $A, B, C$  不全发生。

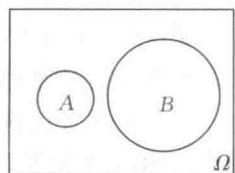


图 1-4

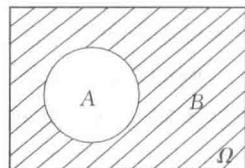


图 1-5

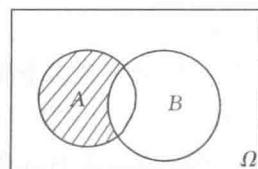


图 1-6

解 (1)  $A\bar{B}\bar{C}$ ;

(2)  $ABC$ ;

(3)  $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ ;

(4)  $A \cup B \cup C$ ;

(5)  $A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$ ;

(6)  $\overline{ABC}$ .

**例 1.2** 加工某一零件共需三道工序, 令  $A_i = \{\text{第 } i \text{ 道工序出现次品}\}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), 试用  $A_1, A_2, A_3$  表示下列事件:

(1) 恰有一道工序出现次品;

(2) 至少有两道工序出现次品;

(3) 至少有一道工序出现次品;

(4) 加工的零件为次品;

(5) 加工的零件为合格品.

解 (1)  $A_1\bar{A}_2\bar{A}_3 + \bar{A}_1A_2\bar{A}_3 + \bar{A}_1\bar{A}_2A_3$ ;

(2)  $\bar{A}_1A_2A_3 + A_1\bar{A}_2A_3 + A_1A_2\bar{A}_3 + A_1A_2A_3$ ;

(3)  $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ ;

(4) 同 (3);

(5)  $\overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3} = \bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3$ .

### 习题 1.1

1. 写出随机试验所具备的三个特点.

2. 写出下列随机试验的样本空间:

(1) 同时投掷 3 颗骰子, 记录 3 颗骰子的点数之和;

(2) 同时投掷 3 颗骰子, 记录 3 颗骰子出现的最大点数;

(3) 生产产品直到得到 10 件正品为止, 记录生产产品的总件数;

(4) 在某十字路口, 1h 内通过的机动车数.

3. 某人去狩猎, 向一只正在跑动的兔子连打三枪, 设  $A_i$  表示“第  $i$  枪击中目标” ( $i = 1, 2, 3$ ), 试用  $A_1, A_2, A_3$  表示下列各事件:

(1) 只击中第一枪; (2) 只击中一枪; (3) 恰好击中两枪;

(4) 至多击中两枪; (5) 至多击中一枪; (6) 至少有一枪没有击中.

4. 说明事件“ $A, B$  至少发生一个”与事件“ $A, B$  至多发生一个”是否为对立事件.

5. 指出下列关系式中哪些成立, 哪些不成立, 并说明为什么.

(1) 若  $A \subset B$ , 则  $\bar{B} \subset \bar{A}$ ; (2)  $A\bar{B} = A - AB = A - B$ ;

(3)  $\overline{A \cup B} \cap C = \overline{ABC}$ ; (4)  $A(B - C) = AB - AC$ .

### 1.2 概率的定义及其性质

在一次随机试验中, 事先并不能确定随机事件  $A$  是否会发生 (必然事件和不可能事件