

Theories of Reanalysis Computational
Method and Its Applications in
Complex Product Design

重分析计算理论及其在 复杂产品设计中的应用

王 琥 李光耀 黄观新 高国强/著



科学出版社

重分析计算理论及其在 复杂产品设计中的应用

Theories of Reanalysis Computational Method and
Its Applications in Complex Product Design

王 琥 李光耀 黄观新 高国强 著



科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书着眼于提高重分析方法的实用性及对该方法的推广,从理论研究和实际应用两方面同时入手,对重分析方法中的主要理论和方法进行阐述和讨论,并对近年来作者课题组取得的相关学术和应用成果进行总结。本书针对现有重分析方法的缺陷,以突破重分析方法的应用瓶颈为目标,对重分析方法的计算理论进行补充与拓展,并将其应用于复杂产品设计中。主要包括对经典重分析方法(基于 SMW 理论的直接法和组合近似法)、主流重分析方法的拓展(直接法和近似法的拓展),动态重分析方法,几何非线性重分析方法,并行重分析方法及在复杂产品设计中的应用(车身设计、复合材料设计等)。

本书可供从事工程结构分析与设计的工程设计人员,高等院校相关专业的教师、研究生及本科生使用。

图书在版编目(CIP)数据

重分析计算理论及其在复杂产品设计中的应用/王琥等著. —北京:科学出版社, 2018.6

ISBN 978-7-03-057337-7

I. ①重… II. ①王… III. ①计算机算法—研究 IV. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018) 第 092461 号

责任编辑:周 涵/责任校对:杨 然
责任印制:张 伟/封面设计:无极书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京虎彩文化传播有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

2018 年 6 月第 一 版 开本:720×1000 B5

2018 年 6 月第一次印刷 印张:18 1/2 彩插:12

字数:373 000

定价:148.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

《埃森哲 2015 年技术展望》指出：企业和行业最具潜力的五大新兴技术趋势中，高度定制化是最为重要的一环。显然，定制化将对产品设计周期的要求提升到一个新的高度。因此，快速计算理论在产品设计中的重要作用也凸显出来。在产品结构设计中，通常每次只对部分结构进行修改，在局部设计变更的前提下，重新对整体结构进行完全分析的模式显然大幅度降低了设计效率。目前主流的设计流程中，对于大规模复杂产品的结构优化设计，需要进行大量迭代，而每次修正不论大小，都需要重新分析计算。尤其对于需要占用大量计算资源的大规模复杂工程问题，单纯从优化算法的角度提升性能已经难以满足实际产品设计的需求和未来发展趋势。同常规的计算模式不同，重分析方法利用初始计算模型的分析结果对后续设计进行精确估计（重分析方法），可以大幅度提高正问题的计算效率。因此，如果将其集成到复杂产品的结构优化设计（尺寸、形状、拓扑优化等），计算成本必然大幅度降低。因此，重分析模式的快速计算方法对于提高产品设计的效率，缩短开发周期，具有重要的现实意义。

重分析方法可以分为近似重分析法和直接重分析法。近似法可以应用于结构的高秩修改或者全局修改，但是一般情况下只能得到修改后结构的近似解；直接法则适用于低秩修改或者局部修改，但是很多直接重分析方法能够得到修改后结构的精确解。同完全分析相比，重分析的计算效率有显著提高。理论上，重分析算法能够解决力学分析中的线弹性分析、动态分析和非线性分析等各类问题，也可应用于电磁学、热学等其他领域，在结构优化设计中具备相当大的应用潜力。然而，在实际优化设计中，主流重分析理论存在诸多缺陷和限制，前处理的复杂度高，严重制约了重分析方法在实际产品设计中的应用。因此，出版本书的目的在于针对现有重分析方法的缺陷，以突破重分析方法的应用瓶颈为目标，对重分析方法的计算理论进行补充与拓展，并将其应用于复杂产品设计中。

在产品设计中，优化问题的目标函数和约束函数常常是黑箱函数。传统的数学规划方法一般需要使用目标函数或约束函数的一阶导数（梯度）甚至二阶导数（Hessian 矩阵），难以实施。因此，目前主要采用启发式算法对复杂的工程问题进行求解，而随着设计目标复杂度和规模的提升，一次函数评估往往就意味着一次大规模的仿真计算，优化效率往往难以保证。因此，目前设计领域主要采用基于代理模型（近似模型）的优化方法完成实际设计工作。虽然这类方法可以很大程度地提高优化的效率，但代理模型的误差无法预测且难以控制，尤其对于多参数问题，模型

的精度难以保证。这意味着:当设计人员使用代理模型时,随时都承担着得到错误结果的风险。因此,重分析方法可以作为代理模型的替代方案应用于汽车优化设计中。与代理模型相比,由于平衡方程的引入,重分析方法精度更高,误差可控,优化结果更为可靠。

本书着眼于提高重分析方法的实用性及对该方法的推广。从理论研究和实际应用两方面同时入手,对重分析方法展开研究。主要包括对经典重分析方法(基于SMW理论的直接法和组合近似法)、主流重分析方法的拓展(直接法和近似法的拓展)、动态重分析方法,几何非线性重分析方法,并行重分析方法及在复杂产品设计中的应用(车身设计、复合材料设计等)。同其他主流重分析方法相比,本书所提出的算法主要包括:

(1) 修正组合近似法和多重网格重分析法。这两类方法对目前主流的近似重分析方法进行拓展。修正组合近似法针对结构分析中刚度矩阵奇异的情况,通过奇异值分解法处理刚度矩阵的奇异性,并结合组合近似法对病态方程进行重分析;多重网格重分析法则使用传递算子建立修改后网格与初始网格的联系,将修改后结构的刚度矩阵映射到初始网格上,从而避免了网格一致性的严苛要求。

(2) 建立了分块重分析方法、独立系数法和间接分解更新法三类直接方法,对直接重分析方法进行拓展。分块重分析方法最大的特点是对稀疏结构的刚度矩阵采用矩阵分块求逆公式进行计算,按照这特定的分块形式,使得修改结构的主要计算量集中于影响区域,大幅度提高了求解效率;独立系数法不需要初始刚度矩阵的逆或者矩阵分解等信息,可以节省大量的存储空间,使其能够应用于大规模结构分析,并可以与任意初始求解方法联合使用;间接分解更新法是一种适用于低秩修改,特别是边界修改的精确重分析方法,提供了一种将结构局部修改转化为低秩形式的方法,弥补了当前直接重分析方法的不完备性。

(3) 提出了基于时域的自适应动态重分析算法。该方法对采用纽马克法求解的弹性动力学重分析问题,结合了拉丁方实验设计方法、全局近似法、诺伊曼级数展开和自适应技术。在初始时间域内,构造表征初始结构特征的位移向量。同时,利用诺伊曼级数展开,建立基于当前修改结构的缩减系统,避免对等效刚度矩阵进行矩阵分解,提高初始化和迭代计算过程中的计算效率,并根据当前迭代步内的误差项,自适应生成新的基向量,更新缩减系统和当前迭代步相应的力学响应,减小相对误差。

(4) 提出了基于直接法和组合近似法的结构大改变静态重分析算法(HDCA)。该方法提高了直接法的计算效率和组合近似法的计算精度,根据Sherman-Morrison公式,另辟蹊径对组合近似法的计算原理进行推导,证明了直接法和组合近似法均可以表示成向量线性组合形式,证明了刚度矩阵的改变量可表示为叠加形式。算法最大的特点是结合了完全分析、组合近似法和HDCA三种求解方法,提出了变形

梯度判断准则、效率判定准则和自适应误差修正准则。在计算精度上,采用精度更高的 HDCA;在计算效率上,采用效率更高的组合近似法;在误差控制上,自适应更新初始分析和初始位移向量。

(5) 提出了基于重分析和 CAD/CAE 一体化的结构优化方法。进一步发展了基于细分的 CAD/CAE 一体化技术。以三角形网格构造细分曲面,同时应用于 CAD 建模和 CAE 分析。在细分模型上定义了特征对象,并建立了“关键点-特征线-特征面”的数据结构。基于该数据结构,优化流程可以形成闭环回路。优化策略上,将遗传算法与重分析集成,结合了遗传算法的全局收敛性和重分析的高效率。为提高三角形网格的计算精度,引入边光滑三角形单元对结构进行分析。提出的基于图论的边结构构造方法可以快速地构造边结构,大幅度提高了边光滑三角形单元的计算效率和实用性。

(6) 提出了基于重分析和路径函数的变刚度纤维复合材料优化方法。为考虑复合材料的制造约束,使用路径函数定义了纤维路径的曲率和平行度。为提高优化过程的效率,引入重分析方法对优化过程进行加速。并且,使用基于重分析的复合材料参数反求方法,可以快速地由实验数据得到纤维复合材料的力学性能参数,从而为复合材料的优化提供了前提条件。

2010 年以来,从最经典的重分析程序的验证到目前 CAD/CAE 一体化快速平台设计的初步建立,团队为整个重分析设计系统的开发倾注了巨大的热情和心血。高国强博士、黄观新博士、贺冠强博士、程振兴博士、刘丹硕士和种浩硕士为这个平台编写了大量代码,也提出了很多有价值的想法,刘娟娟硕士和李想成也为后续平台的发展和贡献良多;研发过程得到了湖南大学李光耀教授主持的 973 课题“产品功能和性能高效仿真优化理论与方法研究”以及国家自然科学基金重点项目“面向重大工程需求的 CAD/CAE 一体化高效计算方法”的大力支持,期间李光耀教授也对快速设计平台提出了大量建设性的建议和意见;崔向阳和蔡勇老师分别为平台的主求解器和 GPU 并行化工作提供了很多有建设性的建议;北京大学的汪国平教授和李胜老师为重分析设计体系提供了稳健实用的前处理平台;在系统研发的过程中,广东工业大学的吴柏生教授、吉林大学的李正刚教授和左文杰老师也给出了非常专业的建议和意见,并为此做了专门的讨论,使我们获益良多;我在美国佛罗里达大学访问期间,和著名的结构优化专家 R. F. Haftka 教授也针对重分析进行了深入交流。为此,我们在后续的工作中更为细致地考虑了重分析的边界变化问题,并提出了相应的解决方案;还要感谢美国辛辛那提大学的刘桂荣教授和加拿大西蒙菲莎大学的王高峰教授,我在国外访学期间,与他们在学术上的交流使我获益良多;此外,河北工业大学的韩旭教授对我们的工作和后续的应用提出了宝贵的建议,我们也希望重分析方法能向更为广阔的领域拓展;还要感谢湖南大学土木工程学院的刘光栋教授和厦门大学的黄红武教授,他们在我的研究道路上起

到了非常重要的作用；最后特别感谢我的妻子李恩颖和我的父亲母亲对我的支持和包容，也感谢我的两个孩子楚麓和图穆尔给我带来的一切。

总体上，本书的特点在于重点介绍目前主流重分析方法和我们团队近年来的主要成果。给出的理论公式侧重于工程应用，有相应的数值例题以及专题研究加以说明，并附有相关关键算法的源代码。撰写过程中，力图做到基本概念清晰，重点突出，实用性强。

本书的成果得到了国家 973 计划项目 (2010CB328005) 和国家自然科学基金项目 (11572120, 11172097, 10902037) 的大力支持，特此表示感谢。

王 琥

2018 年 5 月 5 日

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 静态重分析算法	2
1.1.1 直接法	2
1.1.2 近似法	3
1.1.3 组合近似法	5
1.2 动态重分析方法	6
1.2.1 频域动态重分析方法	6
1.2.2 基于时域动态重分析算法	10
1.3 非线性重分析算法	11
1.4 重分析方法在优化设计中的应用	12
1.5 基于其他求解器的重分析方法	14
1.6 重分析方法的主要瓶颈和展望	15
参考文献	16
第 2 章 组合近似法	27
2.1 问题的提出	27
2.2 组合近似法基本理论	28
2.2.1 二项式级数法	28
2.2.2 缩减基的构造	29
2.2.3 组合近似	29
2.2.4 施密特正交化	30
2.2.5 组合近似法计算流程	31
2.3 组合近似法在主要单元中的应用	31
2.3.1 杆单元	31
2.3.2 平面单元	34
2.3.3 实体单元	38
2.3.4 板壳单元	44
2.4 修正组合近似法	48
2.5 小结	51
参考文献	52

第 3 章 近似法及其拓展	53
3.1 独立系数法	53
3.1.1 基本方法	53
3.1.2 独立系数法的计算效率和存储量	56
3.1.3 数值算例	57
3.2 间接分解更新法	68
3.2.1 后置的不平衡自由度	69
3.2.2 任意位置的不平衡自由度	71
3.2.3 数值算例	75
3.3 基于多重网格法的重分析	80
3.3.1 多重网格预条件共轭梯度法 (MGPCG)	81
3.3.2 多重网格支持的重分析	84
3.3.3 数值算例	88
3.4 小结	91
参考文献	92
第 4 章 直接法及其拓展	93
4.1 Sherman-Morrison-Woodbury 公式	93
4.1.1 Sherman-Morrison 公式	93
4.1.2 Woodbury 公式	95
4.1.3 公式证明	95
4.2 分块重分析计算方法	96
4.2.1 问题的提出	96
4.2.2 矩阵分块求逆	97
4.3 局部修改模式下的分块重分析方法	99
4.3.1 离线阶段	99
4.3.2 在线阶段	102
4.3.3 效率分析	106
4.4 数值算例	108
4.4.1 15 杆结构	109
4.4.2 车架	110
4.4.3 车门	113
4.5 小结	116
参考文献	117
第 5 章 动态重分析方法	118
5.1 纽马克 β 法	118

5.2	问题描述	120
5.3	基于时域的自适应全局动态重分析计算方法	122
5.3.1	全局布点	122
5.3.2	基向量的构造	123
5.3.3	建立全局缩减模型	124
5.3.4	自适应策略	126
5.3.5	自适应动态全局近似法的计算流程	128
5.3.6	效率分析	129
5.4	数值算例	131
5.4.1	10 杆结构	131
5.4.2	悬臂梁	133
5.4.3	塔架结构	134
5.5	小结	136
	参考文献	137
第 6 章	几何非线性重分析方法	138
6.1	问题描述	139
6.2	直接和组合近似混合模式下的静态重分析计算算法	141
6.2.1	直接法	141
6.2.2	组合近似法	143
6.2.3	基于直接法和组合近似法静态重分析计算方法	145
6.2.4	施密特正交	147
6.2.5	直接法和组合近似法静态重分析的计算流程	148
6.2.6	效率分析	149
6.3	静态数值算例	150
6.4	几何非线性自适应混合重分析方法	152
6.4.1	变形梯度判断准则	153
6.4.2	效率判定准则	154
6.4.3	自适应误差修正准则	155
6.4.4	几何非线性重分析计算流程	156
6.4.5	效率分析	157
6.5	几何非线性数值算例	158
6.5.1	柱壳结构	159
6.5.2	发动机盖板	160
6.5.3	车顶盖板	161
6.6	小结	165

参考文献	166
第 7 章 GPU 并行重分析计算方法	167
7.1 基于 GPU 平台的并行计算方法	167
7.1.1 GPU 通用计算	167
7.1.2 CUDA 编程模型	172
7.2 GPU 并行重分析计算	175
7.2.1 稀疏矩阵存储	175
7.2.2 壳单元刚度矩阵计算及组装方法	175
7.2.3 GPU 并行预处理共轭梯度法	181
7.2.4 GPU 并行求逆方法	183
7.2.5 GPU 并行重分析计算方法	185
7.3 数值算例及分析	186
7.3.1 车架刚度分析	186
7.3.2 车门刚度分析	190
7.3.3 结果分析和讨论	194
7.4 小结	194
参考文献	195
第 8 章 CAD/CAE 一体化重分析优化设计	198
8.1 基于细分的 CAD/CAE 一体化	198
8.1.1 基于细分曲面的边界表示法	198
8.1.2 设计变量定义	202
8.2 基于重分析的结构优化方法	205
8.2.1 优化模型	205
8.2.2 光滑有限元	206
8.3 数值算例	212
8.3.1 B 柱	212
8.3.2 纵梁	214
8.3.3 车门	217
8.3.4 讨论	219
8.4 小结	219
参考文献	220
第 9 章 基于重分析的复合材料优化	221
9.1 纤维复合材料层合板的有限元法	221
9.1.1 单层复合材料	222
9.1.2 复合材料层合板	223

9.1.3 路径函数的纤维描述	225
9.2 复合材料参数测定	226
9.2.1 实验设计	226
9.2.2 材料参数反求	228
9.3 变刚度复合材料优化模型	230
9.3.1 设计变量	230
9.3.2 目标函数与约束	234
9.3.3 重分析在复合材料优化中的应用	235
9.4 数值算例	236
9.4.1 孔板	236
9.4.2 L 形板	241
9.5 小结	246
参考文献	246
第 10 章 基于其他求解器的重分析方法	247
10.1 基于无网格理论的重分析方法	247
10.1.1 无网格法	247
10.1.2 无网格重分析法基本理论	249
10.1.3 数值算例	250
10.1.4 计算消耗对比	257
10.2 基于扩展有限单元法的重分析方法	258
10.2.1 扩展有限单元法	258
10.2.2 扩展有限元重分析法基本理论	259
10.2.3 数值算例	262
10.2.4 计算消耗对比	266
参考文献	267
附录 重分析方法部分关键代码	269
彩图	

第1章 绪 论

重分析方法是利用初始结构的计算信息,包括初始结构响应和计算求解过程中的中间变量信息,估算修改后结构响应的快速计算方法。重分析方法可以避免对修改后结构进行完整分析,从而使计算成本显著降低,大幅度缩短产品设计周期。重分析算法从20世纪50年代提出开始,历时近70载,由最初对修改结构后的刚度矩阵求逆,拓展到对不同力学问题、复杂结构的快速求解,近年来得到了飞速的发展。根据结构变化类型、结构改变的大小以及重分析求解作用的不同对象,学者们采用了不同的重分析求解策略,提出了各具特色的重分析计算方法。以重分析算法的求解精度为依据,重分析计算方法分为直接法和近似法。直接法(Direct Method, DM),可以从理论上精确推导出修改后结构的响应,是基于谢尔曼-莫里森(Sherman-Morrison, SM)公式^[1]和谢尔曼-莫里森-伍德伯里(Sherman-Morrison-Woodbury, SMW)引理^[2],快速得到结构修改后刚度矩阵的逆矩阵。但直接法局限于刚度矩阵局部修改(低秩修改),当刚度矩阵的改变量增大时,直接法的计算效率大幅度下降,难以在工程计算中得到真正应用。同直接法相比,近似法通过对刚度矩阵的降维,缩减问题的计算规模,估算修改后结构的响应,主要包括局部近似(Local Approximation, LA)法、全局近似(Global Approximation, GA)法、迭代近似(Iterative Approximation, IA)法和组合近似(Combined Approximation, CA)法。局部近似法是基于单一样本点的计算信息,快速估算修改响应,因此又称为单点近似法,如一阶泰勒级数展开和二项式级数展开等。对于结构的局部修改,局部近似法计算效率高,求解精度有效;但当结构改变量较大时,求解精度难以保证。全局近似法采用多个样本点,构造基于结构参数变化的近似函数,根据结构变化后的参数,快速估算修改后的结构响应,又称多点近似法,如缩减基法(Reduced Basis Method, RBM)^[3]、响应面法(Response Surface Method, RSM)^[4]和多项式拟合法(Polynomial Fitting Method, PFM)^[5]等。全局近似法适应结构不同程度修改的情况,计算精度高。但是,全局近似法的精度对样本的数目和空间位置较为敏感。对复杂的工程问题,通常需要选取更多的样本点,进而导致计算量的提升,计算效率难以保证,对于某些复杂的问题,同完全分析相比,并不占优势。迭代近似法源于求解线性方程组的迭代法,如PCG(Preconditioning Conjugate Gradient)预处理算法^[6]、超松弛预处理算法(Symmetric Successive Over-Relaxation, SSOR)^[7]等,迭代近似法通常采用合适的预处理算子,不需要存储初始刚度矩阵,同时避免了计

算刚度矩阵的改变量,节省了存储空间,通过迭代求解修改后的结构响应。迭代近似法的关键在于选取合适的预处理子,在结构改变量不大的情况下,通常用初始刚度矩阵的分解矩阵或者近似逆矩阵作为预处理矩阵,通过少量迭代,收敛得到准确的结构响应。组合近似法^[8]是近年来较为流行的重分析方法,通过初始点精确分析得到的计算结果,将二项式级数展开的低阶项作为缩减基法的基向量。组合近似法结合了局部近似法高效性与全局近似法高精度的计算优点,求解精度高,计算速度快,适应于结构几何形状改变、材料参数变更、结构拓扑改变、结构局部失效等情况,已经在结构静态、模态、动态、灵敏度、非线性和优化等领域得到了广泛的应用,是一种通用、容易实施的快速计算方法。近几十年来,随着 CAE 技术在不同领域的飞速发展,重分析方法相应地在静态、动态、非线性等领域得到了快速发展^[9,10]。为此,本章从重分析方法的应用角度出发,分别讨论重分析方法在线性静态、动态问题和非线性等领域的主要成果和研究现状。

1.1 静态重分析方法

1.1.1 直接法

对于直接法, Huang 和 Verchery 等针对结构边界、载荷和单元变化,扩展了 SMW 公式的应用范围^[11];杨任等提出了一种新的结构修改算法,避免了传统方法中用 SMW 对修改后的结构平衡方程组进行求解^[12]。赵锡钱和丁成辉提出了基于结构局部刚度改变的通用精确静态重分析方法^[13];Deng 和 Ghosn 假设修改响应为初始响应与初始刚度在增加伪力计算得到的响应之和,提出了伪力静态重分析方法^[14];Cheikh 和 Loredó 预先对未施加边界条件的离散结构进行广义逆矩阵的求解运算,针对结构边界条件和载荷的不断改变,快速准确地得到了修改结构的响应,并推广到结构单元减少和增加的情况^[15];Qi 等利用图论中“填充元”计算的数学理论,依据二叉树的特点,找出结构修改部分的影响区域,与 SMW 公式相比,计算效率有明显的提升,并且具备处理较大规模结构变化的能力^[16]。Huang 等提出了独立系数 (Independent Coefficient, IC) 法^[17],只需以初始分析的位移结果作输入,从而避免使用初始刚度矩阵分解的计算过程,可以与包括迭代法在内的各种初始分析方法联合使用。由于该算法仅需要初始计算的结果作为输入,节省了大量的存储空间,因此,可以方便应用于大规模结构的重分析计算。Gao 等利用矩阵分块求逆定理,将修改后结构的求解空间分为固定区域、影响区域和连接边界区域,使重分析计算量主要集中于影响区域,对结构的局部改变,计算效率高,计算结果与完全分析相同^[18](如图 1.1 所示),但由于需要确定结构的几何位置,需要辅以相应的定位机制,还有待进一步提升其适应性。

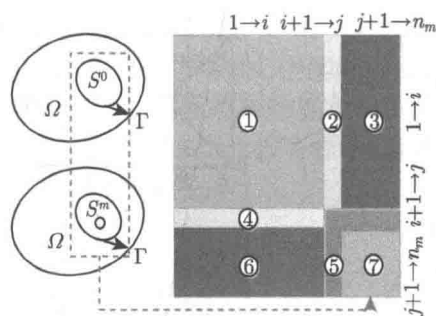


图 1.1 分块重分析方法基本思路

1.1.2 近似法

对于近似法重分析法, Jenkins 采用迭代神经网络法, 对结构几何、拓扑、载荷和材料参数的改变, 自动根据结构变化增加影响项, 建立了各个参数之间的具体函数关系式^[19]; Jorge 通过迭代 Shanks 变换 (Iterated Shanks Transformation, IST), 扩大了诺伊曼级数展开的应用范围^[20]; Wu 等提出了向量-值有理逼近法 (Vector-valued Rational Approximate Method, VRAM), 将有理逼近与幂级数展开相结合, 当结构固定参数有较大改变时, 与局部近似法相比, 计算精度有很大程度提高^[21]; 基于 Kronocker 代数和摄动理论, 张义民等给出了随机有限元不确定结构的静力响应^[22]; 基于摄动法和帕德逼近法 (Padé Approximation Method), 陈塑寰等针对结构自由度增加的情况, 提出拓扑修改静态重分析方法^[23,24], 同时在结构大修改的情况下, 对桁架问题进行了求解 (如图 1.2 所示), 提高了原有近似法的计算精度^[25]; 基于摄动法和 Epsilon 算法, 吴晓明等提出了结构修改静态重分析方法, 并应用于车架结构参数大修改的工程问题中^[26]; Ha-Rok 等基于矩阵逐次求逆法 (Successive Matrix Inversion Method, SMIM), 结合二项式级数迭代法 (Binomial Series Iterative Method, BSIM), 提出了静态组合迭代法 (Combined Iterative Method, CIM), 计算线性对称和非对称系数矩阵问题^[27]; 杨志军等结合 Guyan 缩减法和 Epsilon 算法, 提出结构拓扑修改静态重分析自适应迭代方法^[28]; Yang 等利用诺伊曼级数展开式构造缩减基法的基向量, 同时利用误差估计控制基向量个数, 在加快缩减基法的收敛速度的同时, 保证了高精度的近似结果^[29]; 针对大型结构参数的修改, 黄冀卓和王湛提出了三种改进的结构静力重分析算法, 通过位移迭代修正、刚度逐步逼近等措施不断提高求解精度^[30]; Li 等提出了 PCG 预处理重分析算法, 针对结构拓扑修改自由度不变、减少和增加三种情况, 使用初始刚度矩阵的楚列斯基分解 (Cholesky Factorization, CF) 矩阵, 构造修改矩阵或扩展矩阵的预条件算子, 减小了修改刚度矩阵的条件数, 加快了迭代法的收敛速度^[6,31-34], 并成功对桁架问题进行了求解 (如图 1.3 所示); 徐涛等应用预条

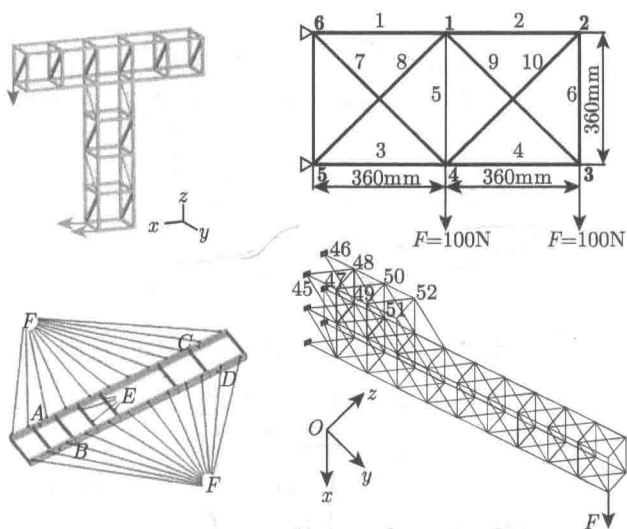


图 1.2 摄动法和帕德逼近法对桁架结构的求解

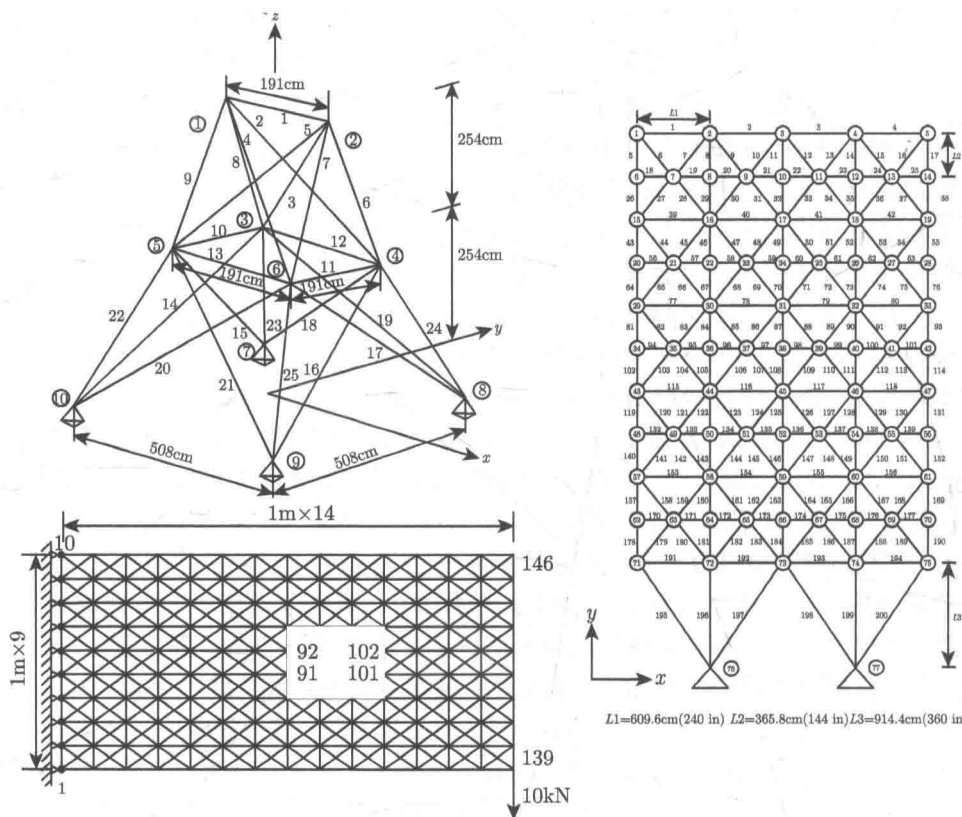


图 1.3 预处理重分析方法在桁架结构中的应用

件 Lanczos 算法, 选取恰当的预条件算子, 提出了基于结构拓扑修改的静态重分析算法^[35-37]; Wu 等提出了理查森迭代 (Richardson Iteration, RI) 预处理算法, 该算法的预处理松弛因子可以简单地根据能量函数计算得到^[38]; 徐涛等利用 BFGS(Broyden Fletcher Goldfarb Shanno) 拟牛顿法的局部超线性收敛特征, 计算修改结构静态响应^[39]。

1.1.3 组合近似法

组合近似法是近年来最为流行的重分析计算算法, 于 1981 年由 Kirsch 针对结构刚度矩阵沿着固定方向 ($K + \alpha \Delta K$) 改变时提出。其核心思想是将局部近似法 (泰勒级数展开) 和全局近似法 (多项式拟合法) 相结合, 利用局部近似效率上的优势和全局近似精度上的优势估计静态响应^[8]; 1993 年, Kirsch 采用二项式级数展开作为缩减基法的基向量, 即经典的组合近似法^[40], 并相继应用于悬臂梁模型拓扑修改^[41]、杆件结构横截面面积变更等结构优化设计领域^[42]; 2001 年, Kirsch 和 Papalambros 总结了组合近似法适应结构拓扑修改的各种变化, 包括自由度不变、减少和增加的情形^[43]; Levy 等针对结构改变比较大的情况, 构造修正初始结构 (Modified Initial Design, MID), 计算相应修改部分的灵敏度系数, 提高了组合近似法的计算精度^[44]; Kirsch 和 Papalambros 指出: 当两个基向量接近线性相关时, 组合近似法能获得足够精度的响应^[45]。组合近似法具有高效、准确、通用以及实施简单等特点, 近十几年来已经广泛应用于静态、非线性、动态、几何非线性、材料非线性、灵敏度分析和优化等领域, 取得了一系列研究成果, 并逐步完善了组合近似法的理论体系^[46-48]。此外, Wu 和 Li 针对自由度增加的情况, 采用组合近似法, 通过 Guyan 缩减法凝聚到原有自由度, 保证了结构大改变的近似质量^[49]; Kirsch 等从理论上证明了组合近似法与 PCG 预处理算法可以得到等同的计算结果, 并指出组合近似法的误差判断和收敛准则均可采用 PCG 的误差判断和收敛准则^[50]; Kirsch 和 Bogomolni 通过简单的静态算例, 证明误差估计评判方法能够反映真实误差, 并指出高阶组合近似法近似解更精确^[51]; 杨志军等考虑新增自由度的情况, 结合 Guyan 缩减法, 将新增自由度凝聚至原有自由度, 利用迭代组合近似法求解结构大改变位移响应^[52], 并指出迭代组合近似法的迭代次数与刚度矩阵改变量的 Frobenius 范数的相关性^[53]; Kirsch 等针对大型结构参数大量重复修改, 结合响应面法, 提出了响应面组合近似法, 提高了响应面法的计算效率^[54]; Zuo 等针对结构大修改的情况, 提出了混合 Fox 法和组合近似法的静态重分析方法, 提高了组合近似法的计算精度^[55]; 针对刚度矩阵的低秩变化, Akgün 等从数学理论上证明了虚拟位移法 (Virtual Distortion Method, VDM)、组合近似法和结构变化第二定理均可以根据 SMW 公式推导得到^[56]; 针对结构自由度增加的情况, Li 等比较了三种常用重分析计算算法, Guyan 缩减法和 Epsilon 静态重分析