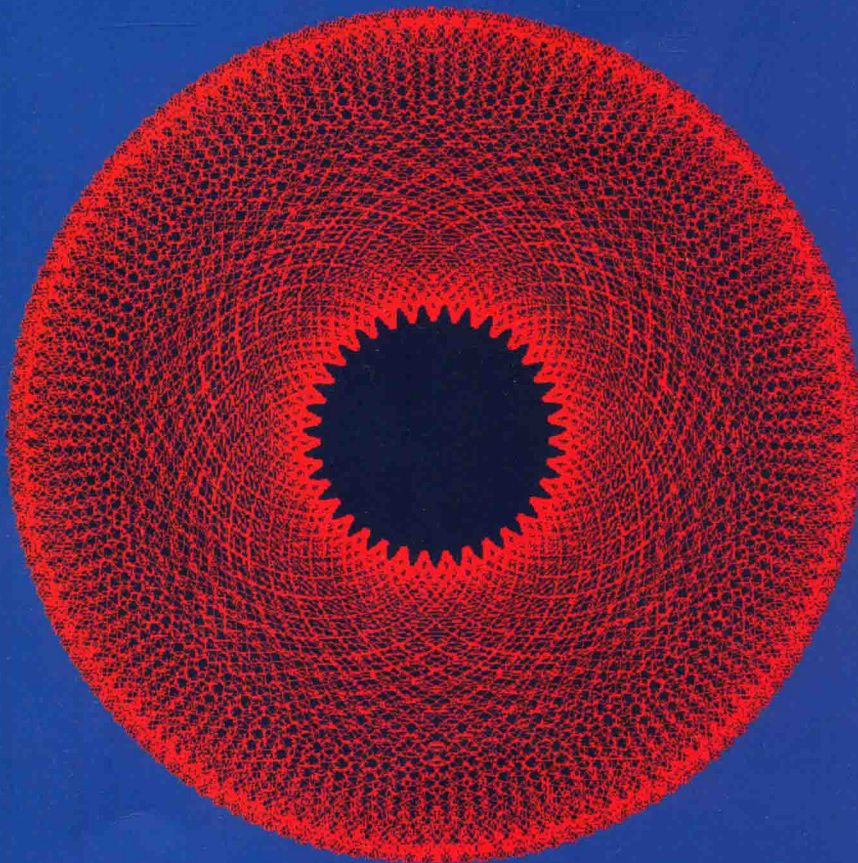
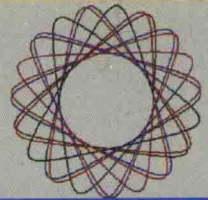
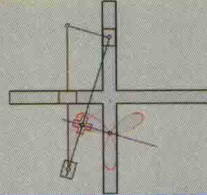
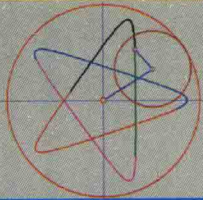


中国矿业大学卓越采矿工程师教材  
Jigouxue Shuzhi Jisuan Yu Fangzhen

# 机构学数值计算与仿真

王洪欣 徐新明 著



中国矿业大学出版社

China University of Mining and Technology Press

中国矿业大学卓越采矿工程师教材

# 机构学数值计算与仿真

王洪欣 徐新明 著



中国矿业大学出版社

## 内 容 提 要

本书是为满足机械原理课程上机与课程设计的需要而编写的,一方面,为利用计算机开展机构的分析、机构的设计与机构的仿真提供了范围广泛的素材与引导,另一方面,为机械原理课程设计提供了不同类型的机构与设计的要求,同时,联系工程机械与矿山机械,为现实机械的分析与设计提供了解决问题的理论与方法,为进一步深入认识机械在生产中的应用奠定了理论基础,为机器的创新设计提供了基础理论与计算方法。

本书与中国矿业大学王洪欣、冯雪君主编的《机械原理》教材(东南大学出版社出版),王洪欣、冯雪君、戴宁研制的《机械原理计算机多媒体课件》(东南大学出版社出版),王洪欣著的《高阶停歇机构设计原理》(科学出版社出版)构成一套完整的机械原理教学、研究、学习与数值仿真的实验教材。

本书共分8章,它们是平面四杆机构的设计与分析,平面六杆机构的分析,近似等速比机构的设计与分析,高阶停歇机构的设计与分析,行星轮系与组合机构,齿轮连杆组合机构,矿山机械的机构设计与分析,工程机械的机构设计与分析。在《机械原理计算机多媒体课件》光盘中,提供了部分机构的VB参考源程序,也提供了《机械原理》教材中习题的解答过程与参考答案。

本书可作为高等院校工科机械类专业机械原理课程的补充教材,也可供其他有关专业的教师与工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

机构学数值计算与仿真 / 王洪欣, 徐新明著. -- 徐

州: 中国矿业大学出版社, 2018.3

ISBN 978 - 7 - 5646 - 3919 - 8

I. ①机… II. ①王… ②徐… III. ①机构学—数值  
计算②机构学—计算机仿真 IV. ①TH112

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第038056号

书 名 机构学数值计算与仿真

著 者 王洪欣 徐新明

责任编辑 章 毅 李 敬

出版发行 中国矿业大学出版社有限责任公司

(江苏省徐州市解放南路 邮编 221008)

营销热线 (0516)83885307 83884995

出版服务 (0516)83885767 83884920

网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail: cumtpvip@cumtp.com

印 刷 徐州市今日彩色印刷有限公司

开 本 889×1194 1/16 印张 17.5 字数 518 千字

版次印次 2018年3月第1版 2018年3月第1次印刷

定 价 35.00 元

(图书出现印装质量问题, 本社负责调换)

## 前 言

机器几乎都是由动力部件、传动部件、执行机构以及测控系统组成的，动力部件为机器的运转提供动力，传动部件承担着运动的变换、力的变换与传递，执行机构完成规定任务的操作，测控系统感知执行动作的偏差并予以校正。机械原理课程为认识常用的机构类型、分析与设计方法、调节其动力学行为提供了基础的理论与方法。由于学时的限制，机械原理课程只涉及机器的基本知识、基础理论与基本方法等共性问题，对机构类型的多样性介绍不够，对机构设计方法的多样性展开不足，对机构本质属性的揭示不深刻，与工程应用的结合不多，对机构在一个周期内的运动学与力学行为的研究与认识相对偏少，对解决同一工程问题的机构创新设计历程缺乏展示与启发，这些内容就成为《机构学数值计算与仿真》研究和进一步学习的对象，其目的就是相对完整地展示传动机构与执行机构的类型、应用、数值计算分析方法、数值计算设计方法、同一工程问题的机构创新设计历程以及通过参数化的仿真实验展示这些传动与执行机构在一个周期内的传动性能与改进方法，以期扩大机械原理课程中基本机构的类型、尺寸设计、运动与力学分析方法，进一步深化对机构的多样性与独特性、设计方法与分析方法的复杂性与选择性、采用数值计算方法的必要性、仿真研究的优越性的认识，从而培养出高质量的机械设计人才。

本书共分 8 章，分别是：平面四杆机构的设计与分析，介绍了基本机构的设计与分析方法；平面六杆机构的分析，介绍了平面六杆机构的运动与力学分析方法；近似等速比机构的设计与分析，介绍了数学上的复合函数在特殊点上的数值与机构设计方法；高阶停歇机构的设计与分析，介绍了数学上的复合函数在特殊点上的数值为零所对应的机构设计方法；行星轮系与组合机构，介绍了行星轮上的特殊点与停歇机构的设计方法；齿轮连杆组合机构，介绍了高副与低副组合的机构设计方法；矿山机械的机构设计与分析，介绍了常用的矿山机械中的机构设计与分析方法；工程机械的机构设计与分析，介绍了典型的工程机械中的机构设计与分析方法。

本书中的机构运动学与动力学特征曲线由 VB 编程，生成 Excel 数据文件，由 Excel 中的图表向导、折线图或散点图予以实现。

本书第一作者王洪欣教授在机构学的教学与科研活动中，潜心于“机构的设计方法与工程应用”课题的研究，取得了高阶停歇机构的设计原理、近似等速比传动机构的非

迭代设计等理论研究成果，形成了本书关于机构的基本理论与工程应用相结合的体系。

本书的第二作者徐新明，工作于徐州飞虹网架建设科技有限公司，长期从事建筑结构的设计工作，主持了上海世博会主题馆钢屋盖的施工项目、银川建设银行七层钢结构装饰的设计、日照三木集团三层钢结构厂房的设计、武晓集团青岛铁塔公司多连跨 50 t 吊车重钢厂房的设计、安徽财经大学半封闭弧形体育场网壳罩篷的设计与徐州体育馆热身馆网壳的设计等，为机构的工程应用提供了典型的素材。

本书所进行的研究得到了江苏高校品牌专业建设工程资助项目 (PPZY2015B120)、江苏高校优势学科建设工程资助项目、江苏省矿山机电装备重点实验室 (中国矿业大学)、江苏省矿山智能采掘装备协同创新中心、江苏省综采综掘智能化装备工程技术研究中心、中国矿业大学卓越计划教材建设项目的大力支持，作者在此表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

著者

2018年2月

## 目 录

1 平面四杆机构的设计与分析	1
1.1 行程速比系数达到最大的偏置曲柄滑块机构	1
1.2 曲柄滑块函数生成机构	6
1.3 第一类曲柄摇杆机构的设计与分析	9
1.4 第二类曲柄摇杆机构的设计与分析	11
1.5 复摆颚式破碎机工作机构	13
1.6 曲柄摇杆机构连杆上点的轨迹	14
1.7 曲柄摇杆机构的惯性力与平衡	15
1.8 曲柄滑块机构的惯性力与平衡	17
1.9 曲柄摇块机构导杆上点的轨迹	19
1.10 曲柄摇块机构的动平衡	20
1.11 反平行四边形机构连杆上点的轨迹	22
1.12 双曲柄机构的运动分析	23
1.13 槽轮机构	25
1.14 椭圆轨迹机构	26
1.15 曲柄摇杆机构连杆上特殊点的轨迹	27
1.16 双摇杆机构的运动分析	28
1.17 移动导杆机构	28
1.18 曲柄摇杆机构的动力学	29
1.19 曲柄滑块机构的动力学	31
1.20 曲柄摇块双叶线机构	33
1.21 钉形曲柄平面四杆桃形线生成机构	34
1.22 十字导杆形平面四杆桃形曲线生成机构	35
1.23 汽车转向中的等腰梯形机构	35
1.24 摇头电扇中的双摇杆机构	39
1.25 自卸汽车的后门自动开闭双摇杆机构	40
2 平面六杆机构的分析	44
2.1 曲柄导杆一型移动从动件平面六杆机构	44
2.2 曲柄摇杆一型移动从动件平面六杆机构	48
2.3 曲柄摇杆二型移动从动件平面六杆机构	54
2.4 连杆轨迹型移动从动件平面六连杆机构	60

2.5	曲柄摇杆三型移动从动件平面六杆机构	66
2.6	曲柄摇杆摆动从动件平面六杆机构	72
2.7	平面六杆双叶线生成机构	77
2.8	平面六杆四叶线生成机构	77
2.9	后推式自卸汽车的工作机构	78
2.10	前推式自卸汽车的工作机构	80
2.11	杠杆平衡式自卸汽车的工作机构	81
2.12	液压缸浮动式自卸汽车的工作机构	83
2.13	简摆颚式破碎机的工作机构	84
2.14	汽车双轴转向平面六杆机构	86
<b>3</b>	<b>近似等速比机构的设计与分析</b>	<b>94</b>
3.1	曲柄与移动从动件型近似等速比平面六杆机构	94
3.2	曲柄与摆动导杆型近似等速比平面六杆机构	98
3.3	转动导杆与摆动导杆型近似等速比平面六杆机构	100
3.4	导杆机构与正弦机构组合的近似等速比机构	104
3.5	正交错轴近似等速比空间六杆曲柄导杆机构	106
3.6	斜交错轴近似等速比空间六杆曲柄导杆机构	110
<b>4</b>	<b>高阶停歇机构的设计与分析</b>	<b>113</b>
4.1	曲柄导杆移动从动件单极位直到三阶停歇的平面六杆机构	113
4.2	从动件双极位直到三阶停歇的串联导杆机构	117
4.3	曲柄导杆摆动从动件单极位直到三阶停歇的平面六杆机构	123
4.4	曲柄摇块摆动从动件双极位直到三阶停歇的平面六杆机构	129
4.5	曲柄摇块摆动从动件单极位直到三阶停歇的平面六杆机构	131
4.6	曲柄滑块式移动件单极位直到三阶停歇的平面六杆机构	132
4.7	导杆组合正弦机构的推杆单极位直到三阶停歇的平面六杆机构	134
4.8	曲柄齿条组合的移动件单极位直到三阶停歇的平面六杆机构	135
4.9	摆杆双极位直到三阶停歇的空间六杆正交错轴机构	138
4.10	摆杆双极位直到三阶停歇的空间六杆斜交错轴机构	141
<b>5</b>	<b>行星轮系与组合机构</b>	<b>144</b>
5.1	行星轮上特殊点的轨迹特征	144
5.2	基于行星轮上动点多边形轨迹的移动件平面五杆机构	146
5.3	基于行星轮上动点五边形轨迹的摆动件平面五杆机构	147

5.4	基于行星轮上动点轨迹的移动件平面七杆机构	149
5.5	基于行星轮上动点轨迹的摆动件平面七杆机构	151
5.6	行星轮上动点的摆线与长幅外摆线的内等距曲线	154
5.7	基于外行星轮动点轨迹的移动件平面五杆机构	155
5.8	基于行星轮动点轨迹的摆杆极位五阶停歇的平面七杆机构	157
5.9	基于行星轮动点轨迹的移动件单极位停歇的平面七杆机构	160
5.10	内齿行星轮上特殊点的轨迹	161
<b>6</b>	<b>齿轮连杆组合机构</b>	<b>163</b>
6.1	基于曲柄齿条的滑块极位三阶停歇的平面七杆机构	163
6.2	基于曲柄齿条的摆杆双极位三阶停歇的平面七杆机构	167
6.3	曲柄齿条偏置滑块极位三阶停歇的平面七杆机构	170
6.4	曲柄摇块与正弦机构组合的平面七杆机构	174
6.5	余弦齿条机构齿轮上点轨迹驱动的平面七杆机构	176
6.6	曲柄齿条五杆机构	179
6.7	辊式破碎机的传动机构	181
<b>7</b>	<b>矿山机械的机构设计与分析</b>	<b>187</b>
7.1	巷道掘进凿岩台车支撑机构	187
7.2	四个油缸并联式炮孔装药促动与传动机构	190
7.3	表层连续采矿机中的采高调节六杆机构	193
7.4	蟹爪式装载的曲柄摇杆机构	196
7.5	液压支架的双摇杆机构	198
7.6	两根互绕扁螺旋钢丝的剪切装置	199
7.7	装载机六连杆工作机构	204
7.8	挖掘机的转斗双摇杆机构	210
<b>8</b>	<b>工程机械的机构设计与分析</b>	<b>212</b>
8.1	第一型单节叉杆式垂直升降平台机构	212
8.2	第二型单节叉杆式垂直升降平台机构	215
8.3	底部驱动的两列两节双排叉杆式垂直升降平台机构	218
8.4	顶部驱动的两列两节双排叉杆式垂直升降平台机构	222
8.5	底部驱动对摆式垂直升降平台机构	228
8.6	导杆与钢丝绳组合的高空作业车工作箱平举机构	234
8.7	起重机水平变幅的平面六杆机构	237



---

8.8 起重机水平变幅的平面四杆机构·····	240
8.9 起重机水平变幅的连杆与补偿滑轮组机构·····	242
8.10 起重机水平变幅的补偿滑轮组机构·····	247
8.11 起重机水平变幅的补偿滚筒机构·····	252
8.12 一种汽车减振机构·····	256
8.13 垃圾箱转运车拉臂式工作机构·····	260
8.14 高位自卸汽车机构的运动分析与设计·····	264
参考文献·····	271

# 1 平面四杆机构的设计与分析

平面连杆机构因为具有承载能力强、可准确实现或近似实现多样化的作业，所以在函数生成、轨迹再现与刚体导引等领域得到了广泛应用。平面四杆机构是平面连杆机构中最简单的，掌握了平面四杆机构的尺寸设计与运动分析方法，掌握了这些机构的运动仿真方法与传动特性，将为最恰当地选用这些机构提供定性与定量的信息支持。

在机构设计与分析中，角度求解会使用数学上的  $\arctan(Y/X)$  反正切函数，在使用 VB 作机构的位置分析时，VB 中的标准函数为  $\text{Atn}(Y/X)$ ，其中  $Y$  为一个关于机构尺寸的相当于  $Y$  方向分量的表达式， $X$  为另一个关于机构尺寸的相当于  $X$  方向分量的表达式，数学上的  $\arctan(Y/X)$  与 VB 中的  $\text{Atn}(Y/X)$  函数的值域都为  $[-\pi/2, \pi/2]$ 。当构件的角位移在该值域内时，可以直接使用  $\text{Atn}(Y/X)$  函数；当构件的角位移超出该值域时，不能直接使用  $\text{Atn}(Y/X)$  函数。譬如，当  $X=Y \neq 0$  与  $-X=-Y \neq 0$  时，反正切函数  $\text{Atn}(Y/X)$  的解是一样的；当  $X_1 > 0, Y_1 < 0, X_2 < 0, Y_2 > 0, X_1 = |X_2|, |Y_1| = |Y_2|$  时，反正切函数  $\text{Atn}(Y/X)$  的解也是一样的，但是，以上条件所对应的机构处于不同的位置，所以，使用  $\text{Atn}(Y/X)$  函数是得不到真实解的。为了使用  $\text{Atn}(Y/X)$  函数而又能得到真实的解，本书定义双变量函数  $\arctan 2(Y/X)$ ，VB 中为  $\text{atn2}(Y, X)$ ， $\text{atn2}(Y, X)$  在 VB 中的 Function 函数过程为

```
Function atn2(Y As Double, X As Double) As Double
```

```
    If X > 0 And Y > 0 Then atn2 = Atn(Y / X)
```

```
    If X > 0 And Y < 0 Then atn2 = Atn(Y / X) + 2 * 3.14159265
```

```
    If X < 0 Then atn2 = Atn(Y / X) + 3.14159265
```

```
End Function
```

为了绘制曲线的方便，本书定义类速度、类加速度、类角速度与类角加速度等概念，设位移  $S=S(\varphi)$ ，角位移  $\varphi$  关于时间  $t$  的导数等于常数  $\omega$ ，则类速度  $V_L=dS/d\varphi$ ，类加速度  $a_L=d^2S/d\varphi^2$ ；设角位移  $\psi=\psi(\varphi)$ ，则类角速度  $\omega_L=d\psi/d\varphi$ ，类角加速度  $\alpha_L=d^2\psi/d\varphi^2$ 。

## 1.1 行程速比系数达到最大的偏置曲柄滑块机构

### 1.1.1 行程速比系数达到最大的偏置曲柄滑块机构设计

偏置曲柄滑块机构如图 1-1 所示，曲柄 1 的杆长为  $a$ ，连杆 2 的杆长为  $b$ ，滑块 3 的行程为  $H$ ，偏置量为  $e$ ，极位夹角为  $\theta$ ，行程速比系数  $K$  与  $\theta$  的关系为

$$K = (180^\circ + \theta) / (180^\circ - \theta) \quad (1-1)$$

当机构到达最小传动角  $\gamma_{\min}$  位置时，如图 1-2 所示，最小传动角  $\gamma_{\min}$  为

$$\gamma_{\min} = \arccos[(e+a)/b] \quad (1-2)$$

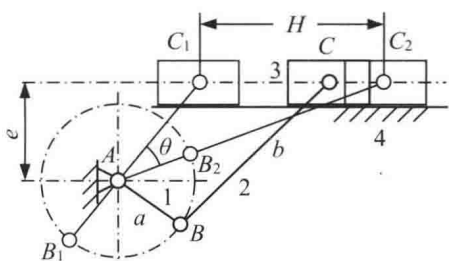


图 1-1 偏置曲柄滑块机构的几何关系

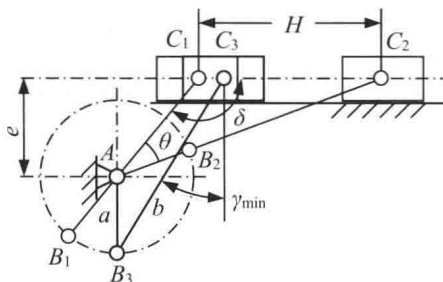


图 1-2 偏置曲柄滑块机构的最小传动角

在图 1-2 中，对  $\triangle C_1AC_2$  应用余弦定理，得连杆 2 关于杆长  $b$  的表达式为

$$H^2 = (b+a)^2 + (b-a)^2 - 2(b+a)(b-a)\cos\theta$$

$$H^2 = b^2 + 2ab + a^2 + b^2 - 2ab + a^2 - 2(b^2 - a^2)\cos\theta$$

$$H^2 = 2b^2 + 2a^2 - 2b^2\cos\theta + 2a^2\cos\theta$$

$$2b^2(1-\cos\theta) = H^2 - 2a^2(1+\cos\theta)$$

$$b = \sqrt{[H^2 - 2a^2(1+\cos\theta)]/[2(1-\cos\theta)]} \quad (1-3)$$

在图 1-2 中,  $\angle AC_1C_2 = \delta$ ,  $\sin\delta = e/(b-a)$ , 对  $\triangle C_1AC_2$  应用正弦定理, 再得连杆 2 关于杆长  $b$  的表达式为

$$H/\sin\theta = (b+a)/\sin\delta = (b+a)/[e/(b-a)] = (b^2 - a^2)/e$$

$$b = \sqrt{H \cdot e / \sin\theta + a^2} \quad (1-4)$$

消去式(1-3)与式(1-4)中连杆 2 的杆长  $b$  为

$$[H^2 - 2a^2(1+\cos\theta)]/[2(1-\cos\theta)] = H \cdot e / \sin\theta + a^2$$

$$H^2 - 2a^2(1+\cos\theta) = 2(1-\cos\theta)H \cdot e / \sin\theta + 2(1-\cos\theta)a^2$$

$$H^2 \sin\theta - 2a^2(1+\cos\theta)\sin\theta = 2(1-\cos\theta)H \cdot e + 2a^2(1-\cos\theta)\sin\theta$$

$$2(1-\cos\theta)H \cdot e = H^2 \sin\theta - 2a^2 \sin\theta - 2a^2 \cos\theta \sin\theta - 2a^2 \sin\theta + 2a^2 \cos\theta \sin\theta$$

$$2(1-\cos\theta)H \cdot e = H^2 \sin\theta - 4a^2 \sin\theta$$

$$e = (H^2 - 4a^2) \sin\theta / [2(1-\cos\theta)H]$$

$$e = \frac{H^2 - 4a^2}{2H} \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$$

由于  $\tan(\theta/2) = (1-\cos\theta)/\sin\theta$ , 所以得偏置量  $e$  为

$$e = \frac{H^2 - 4a^2}{2H \tan(\theta/2)} \quad (1-5)$$

对于式(1-2)中的  $b$ ,  $\cos\gamma_{\min} = (e+a)/b$ ,  $b = (e+a)/\cos\gamma_{\min}$ ; 对于式(1-4)中的  $b$ ,  $b^2 = H \cdot e / \sin\theta + a^2$ ,  $\sin\theta = 2 \tan(\theta/2) / [1 + \tan^2(\theta/2)]$ , 于是, 得几何关系为

$$\frac{(e+a)^2}{\cos^2\gamma_{\min}} = \frac{H \cdot e [1 + \tan^2(\theta/2)]}{2 \tan(\theta/2)} + a^2 \quad (1-6)$$

将式(1-5)代入式(1-6)得

$$\left[ \frac{H^2 - 4a^2}{2H \tan(\theta/2)} + a \right]^2 = \cos^2\gamma_{\min} \left\{ \frac{H^2 - 4a^2}{2H \tan(\theta/2)} \cdot \frac{1 + \tan^2(\theta/2)}{2 \tan(\theta/2)} H + a^2 \right\}$$

$$\left[ \frac{H^2 - 4a^2 + 2a \cdot H \tan(\theta/2)}{2H \tan(\theta/2)} \right]^2 = \cos^2\gamma_{\min} \left\{ \frac{H^2 - 4a^2}{2H \tan(\theta/2)} \cdot \frac{1 + \tan^2(\theta/2)}{2H \tan(\theta/2)} H^2 + \frac{2^2 H^2 \tan^2(\theta/2)}{2^2 H^2 \tan^2(\theta/2)} a^2 \right\}$$

$$[H^2 - 4a^2 + 2a \cdot H \tan(\theta/2)]^2 = \cos^2\gamma_{\min} \{(H^2 - 4a^2)[1 + \tan^2(\theta/2)]H^2 + 4a^2 \cdot H^2 \tan^2(\theta/2)\}$$

$$[H^2 - 4a^2 + 2a \cdot H \tan(\theta/2)]^2 = H^2 \cos^2\gamma_{\min} \{(H^2 - 4a^2)[1 + \tan^2(\theta/2)] + 4a^2 \tan^2(\theta/2)\}$$

$$[H^2 - 4a^2 + 2a \cdot H \tan(\theta/2)]^2 = H^2 \cos^2\gamma_{\min} [H^2 + H^2 \tan^2(\theta/2) - 4a^2] \quad (1-7)$$

令  $x = a/H$ ,  $y = \tan(\theta/2)$ , 式(1-7)转化为

$$\{[H^2 - 4a^2 + 2aH \tan(\theta/2)]/H^2\}^2 = \cos^2\gamma_{\min} [H^2 + H^2 \tan^2(\theta/2) - 4a^2]/H^4$$

$$(1 - 4x^2 + 2x \cdot y)^2 = \cos^2\gamma_{\min} (1 + y^2 - 4x^2) \quad (1-8)$$

行程速比系数  $K$  达到最大  $K_{\max}$  时, 对应的极位夹角  $\theta$  达到最大  $\theta_{\max}$ , 也即  $y$  达到最大值, 为此, 对式(1-8)取  $y$  关于  $x$  的一阶导数并令其值等于零, 得  $x$  使  $y$  取得极大值的条件, 即  $\theta$  取得极大值,  $y$  关于  $x$  的一阶导数为

$$2(1-4x^2+2x \cdot y)(-8x+2y+2x \cdot \dot{y}) = \cos^2 \gamma_{\min} (2y \cdot \dot{y} - 8x) \quad (1-9)$$

消去式(1-8)、式(1-9)中的最小传动角 $\gamma_{\min}$ 得 $\dot{y}$ 为

$$\begin{aligned} (1-4x^2+2x \cdot y)(-8x+2y+2x \cdot \dot{y}) &= \frac{(1-4x^2+2x \cdot y)^2}{1+y^2-4x^2} (y \cdot \dot{y} - 4x) \\ (1+y^2-4x^2)(1-4x^2+2x \cdot y)(-8x+2y+2x \cdot \dot{y}) &= (1-4x^2+2x \cdot y)^2 (y \cdot \dot{y} - 4x) \\ (1+y^2-4x^2)(-8x+2y+2x \cdot \dot{y}) &= (1-4x^2+2x \cdot y)(y \cdot \dot{y} - 4x) \\ (1+y^2-4x^2)(-8x+2y) + (1+y^2-4x^2)2x \cdot \dot{y} &= (1-4x^2+2x \cdot y)y \cdot \dot{y} - 4x(1-4x^2+2x \cdot y) \\ 2x(1+y^2-4x^2)\dot{y} - (1-4x^2+2x \cdot y)y \cdot \dot{y} &= -4x(1-4x^2+2x \cdot y) - (1+y^2-4x^2)(-8x+2y) \\ \dot{y} &= \frac{-4x(1-4x^2+2x \cdot y) - (-8x+2y)(1-4x^2+y^2)}{2x(1-4x^2+y^2) - y(1-4x^2+2x \cdot y)} = 0 \end{aligned} \quad (1-10)$$

由式(1-10)得 $x$ 为

$$\begin{aligned} 2x(1-4x^2+2x \cdot y) + (-4x+y)(1-4x^2+y^2) &= 0 \\ 2x-8x^3+4x^2 \cdot y-4x+16x^3-4xy^2+y-4x^2y+y^3 &= 0 \\ -2x+8x^3-4xy^2+y+y^3 &= 0 \\ 8x^3+4x^2y-2xy^2-2x-4x^2y-2xy^2+y^3+y &= (2x-y)(4x^2+2xy-y^2-1) \\ (2x-y)(4x^2+2xy-y^2-1) &= 0 \end{aligned} \quad (1-11)$$

$$x = y/2 \quad (1-12)$$

$$x = (-y + \sqrt{5y^2 + 4})/4 \quad (1-13)$$

$x = y/2$  为增根, 将式(1-13)代入式(1-8)得 $y$ 与 $\gamma_{\min}$ 的函数关系为

$$\begin{aligned} [1-4\left(\frac{-y+\sqrt{5y^2+4}}{4}\right)^2+2\left(\frac{-y+\sqrt{5y^2+4}}{4}\right)y]^2 \\ = [1-\frac{1}{4}(y^2-2y\sqrt{5y^2+4}+5y^2+4)+\frac{1}{2}(-y+\sqrt{5y^2+4})y]^2 \\ = (1-\frac{1}{4}y^2+\frac{1}{2}y\sqrt{5y^2+4}-\frac{5}{4}y^2-1-\frac{1}{2}y^2+\frac{y}{2}\sqrt{5y^2+4})^2 \\ = (-\frac{1}{4}y^2+\frac{y}{2}\sqrt{5y^2+4}-\frac{5}{4}y^2-\frac{2}{4}y^2+\frac{y}{2}\sqrt{5y^2+4})^2 = (-2y^2+y\sqrt{5y^2+4})^2 \\ \cos^2 \gamma_{\min} [1+y^2-\frac{1}{4}(y^2-2y\sqrt{5y^2+4}+5y^2+4)] \\ = \cos^2 \gamma_{\min} [1+y^2-\frac{y^2}{4}+\frac{2y}{4}\sqrt{5y^2+4}-\frac{5y^2}{4}-1] = \cos^2 \gamma_{\min} [-\frac{y^2}{2}+\frac{y}{2}\sqrt{5y^2+4}] \\ y^2(-2y+\sqrt{5y^2+4})^2 = \cos^2 \gamma_{\min} [-\frac{y^2}{2}+\frac{y}{2}\sqrt{5y^2+4}] \\ 2y(-2y+\sqrt{5y^2+4})^2 = \cos^2 \gamma_{\min} [-y+\sqrt{5y^2+4}] \\ \cos^2 \gamma_{\min} = 2y(2y-\sqrt{5y^2+4})^2 / (\sqrt{5y^2+4}-y) \end{aligned} \quad (1-14)$$

将 $\gamma_{\min}$ 取为许用值 $[\gamma]$ , 将式(1-14)表达为关于 $y$ 的六次代数方程为

$$\begin{aligned} \cos^2[\gamma](\sqrt{5y^2+4}-y) &= 2y(2y-\sqrt{5y^2+4})^2 \\ \cos^2[\gamma]\sqrt{5y^2+4}-\cos^2[\gamma] \cdot y &= 2y(4y^2-4y\sqrt{5y^2+4}+5y^2+4) \\ \cos^2[\gamma]\sqrt{5y^2+4}-\cos^2[\gamma] \cdot y &= 2y(-4y\sqrt{5y^2+4}+9y^2+4) \\ \cos^2[\gamma]\sqrt{5y^2+4}-\cos^2[\gamma] \cdot y &= -8y^2\sqrt{5y^2+4}+18y^3+8y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\cos^2[\gamma] + 8y^2)\sqrt{5y^2 + 4} = 18y^3 + 8y + \cos^2[\gamma] \cdot y \\
& (\cos^2[\gamma] + 8y^2)^2(5y^2 + 4) = y^2(18y^2 + 8 + \cos^2[\gamma])^2 \\
& \cos^4[\gamma] + 64y^4 + 16y^2 \cos^2[\gamma] = y^2(324y^4 + 64 + \cos^4[\gamma] + 288y^2 + 36y^2 \cos^2[\gamma] + 16 \cos^2[\gamma]) \\
& \cos^4[\gamma] + 64y^4 + 16y^2 \cos^2[\gamma] = 324y^6 + 64y^2 + y^2 \cos^4[\gamma] + 288y^4 + 36y^4 \cos^2[\gamma] + 16y^2 \cos^2[\gamma] \\
& 324y^6 + (288 + 36 \cos^2[\gamma] - 64)y^4 + (64 + \cos^4[\gamma] + 16 \cos^2[\gamma] - 16 \cos^2[\gamma])y^2 - \cos^4[\gamma] = 0 \\
& 324y^6 + (224 + 36 \cos^2[\gamma])y^4 + (64 + \cos^4[\gamma])y^2 - \cos^4[\gamma] = 0 \tag{1-15}
\end{aligned}$$

令  $z = y^2$ , 式(1-15)表达为关于  $z$  的三次代数标准方程为

$$\begin{aligned}
& \cos^2[\gamma](\sqrt{5y^2 + 4} - y) = 2y(2y - \sqrt{5y^2 + 4})^2 \\
& \cos^2[\gamma]\sqrt{5y^2 + 4} - \cos^2[\gamma] \cdot y = 2y(4y^2 - 4y\sqrt{5y^2 + 4} + 5y^2 + 4) \\
& \cos^2[\gamma]\sqrt{5y^2 + 4} - \cos^2[\gamma] \cdot y = 2y(-4y\sqrt{5y^2 + 4} + 9y^2 + 4) \\
& \cos^2[\gamma]\sqrt{5y^2 + 4} - \cos^2[\gamma] \cdot y = -8y^2\sqrt{5y^2 + 4} + 18y^3 + 8y \\
& (\cos^2[\gamma] + 8y^2)\sqrt{5y^2 + 4} = 18y^3 + 8y + \cos^2[\gamma] \cdot y \\
& (\cos^2[\gamma] + 8y^2)^2(5y^2 + 4) = y^2(18y^2 + 8 + \cos^2[\gamma])^2 \\
& \cos^4[\gamma] + 64y^4 + 16y^2 \cos^2[\gamma] = y^2(324y^4 + 64 + \cos^4[\gamma] + 288y^2 + 36y^2 \cos^2[\gamma] + 16 \cos^2[\gamma]) \\
& \cos^4[\gamma] + 64y^4 + 16y^2 \cos^2[\gamma] = 324y^6 + 64y^2 + y^2 \cos^4[\gamma] + 288y^4 + 36y^4 \cos^2[\gamma] + 16y^2 \cos^2[\gamma] \\
& 324y^6 + (288 + 36 \cos^2[\gamma] - 64)y^4 + (64 + \cos^4[\gamma] + 16 \cos^2[\gamma] - 16 \cos^2[\gamma])y^2 - \cos^4[\gamma] = 0 \\
& 324y^6 + (224 + 36 \cos^2[\gamma])y^4 + (64 + \cos^4[\gamma])y^2 - \cos^4[\gamma] = 0 \\
& z = y^2
\end{aligned}$$

$$324z^3 + (224 + 36 \cos^2[\gamma])z^2 + (64 + \cos^4[\gamma])z - \cos^4[\gamma] = 0$$

$$z^3 + \frac{224 + 36 \cos^2[\gamma]}{324}z^2 + \frac{64 + \cos^4[\gamma]}{324}z - \frac{\cos^4[\gamma]}{324} = 0$$

引入系数  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$  分别为

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{224 + 36 \cos^2[\gamma]}{324}, a_2 = \frac{64 + \cos^4[\gamma]}{324}, a_3 = \frac{\cos^4[\gamma]}{324} \\
z^3 + a_1z^2 + a_2z + a_3 &= 0 \tag{1-16}
\end{aligned}$$

令  $z = z_1 - a_1/3$ , 式(1-16)表达为无  $z_1^2$  项的三次代数方程为

$$\begin{aligned}
& (z_1 - a_1/3)^3 + a_1(z_1 - a_1/3)^2 + a_2(z_1 - a_1/3) + a_3 = 0 \\
& z_1^3 - z_1^2 a_1 + z_1 a_1^2/3 - a_1^3/27 + a_1 z_1^2 - 2a_1^2 z_1/3 + a_1^3/27 + a_2 z_1 - a_2 a_1/3 + a_3 = 0 \\
& z_1^3 + z_1 a_1^2/3 - 2a_1^2 z_1/3 + a_2 z_1 - a_2 a_1/3 + a_3 = 0 \\
& z_1^3 + (a_1^2/3 - 2a_1^2/3 + a_2)z_1 - a_2 a_1/3 + a_3 = 0 \\
& z_1^3 + (a_2 - a_1^2/3)z_1 - a_2 a_1/3 + a_3 = 0
\end{aligned}$$

令  $p = (a_2 - a_1^2/3)$ ,  $q = a_3 - a_1 a_2/3$  得

$$z_1^3 + pz_1 + q = 0 \tag{1-17}$$

式(1-17)的一个解为

$$z_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \tag{1-18}$$

于是, 得  $z$ 、 $y$ 、 $\theta$  分别为

$$z = z_1 - a_1/3 \tag{1-19}$$

$$y = \sqrt{z} \quad (1-20)$$

$$\theta = 2 \arctan(y) \quad (1-21)$$

$x$  由式(1-13)求解, 曲柄 1 的杆长  $a$  为

$$a = x \cdot H \quad (1-22)$$

偏置量  $e$  由式(1-5)求解, 连杆 2 的杆长  $b$  由式(1-4)求解。

### 1.1.2 偏置曲柄滑块机构的运动分析

偏置曲柄滑块机构的运动分析如图 1-3 所示, 其传动特征如图 1-4 所示。

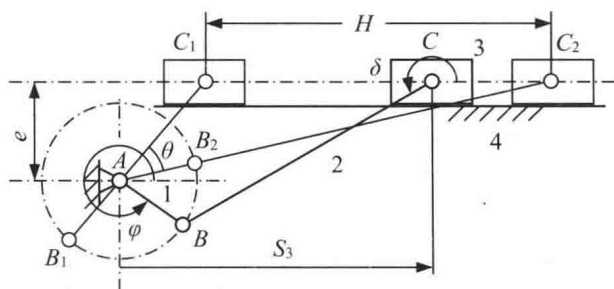


图 1-3 偏置曲柄滑块机构的运动分析

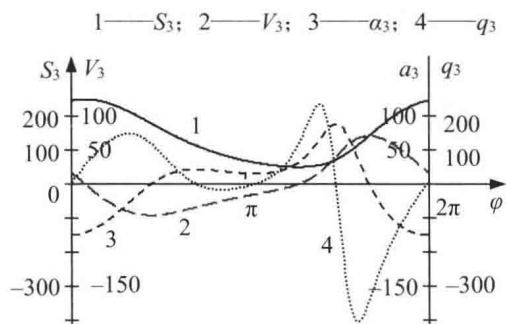


图 1-4 偏置曲柄滑块机构的传动特征

在图 1-3 所示的偏置曲柄滑块机构中, 曲柄 1 的角位移为  $\varphi$ , 连杆 2 的角位移为  $\delta$ , 偏置量为  $e$ , 滑块 3 的位移为  $S_3$ 。该机构的位移方程及其解  $S_3$ 、 $\delta$  分别为

$$\left. \begin{aligned} -e + a \sin \varphi - b \sin \delta &= 0 \\ a \cos \varphi - b \cos \delta &= S_3 \end{aligned} \right\} \quad (1-23)$$

$$S_3 = a \cos \varphi + \sqrt{b^2 - (a \sin \varphi - e)^2} \quad (1-24)$$

$$\delta = \arctan 2[(-e + a \sin \varphi) / (a \cos \varphi - S_3)] \quad (1-25)$$

对式(1-23)求关于  $\varphi$  的一阶导数, 得类速度方程及其解  $\omega_{L2}$ 、 $V_{L3}$  分别为

$$\left. \begin{aligned} a \cos \varphi - b(d\delta / d\varphi) \cos \delta &= 0 \\ -a \sin \varphi + b(d\delta / d\varphi) \sin \delta &= dS_3 / d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (1-26)$$

$$\omega_{L2} = d\delta / d\varphi = \omega_2 / \omega_1 = a \cos \varphi / (b \cos \delta) \quad (1-27)$$

$$V_{L3} = dS_3 / d\varphi = V_3 / \omega_1 = -a \sin \varphi + b(d\delta / d\varphi) \sin \delta \quad (1-28)$$

对式(1-26)求关于  $\varphi$  的一阶导数, 得类加速度  $\alpha_{L2}$ 、 $a_{L3}$  分别为

$$\alpha_{L2} = \frac{d^2 \delta}{d\varphi^2} = [-a \sin \varphi + b \sin \delta \left(\frac{d\delta}{d\varphi}\right)^2] / (b \cos \delta) \quad (1-29)$$

$$a_{L3} = \frac{d^2 S_3}{d\varphi^2} = -a \cos \varphi + b \cos \delta \left(\frac{d\delta}{d\varphi}\right)^2 + b \sin \delta \frac{d^2 \delta}{d\varphi^2} \quad (1-30)$$

对式(1-29)、式(1-30)求关于  $\varphi$  的一阶导数, 得类加速度变化率  $j_{L2}$ 、 $q_{L3}$  分别为

$$j_{L2} = \frac{d^3 \delta}{d\varphi^3} = [-a \cos(\varphi + \varphi_0) + b \cos \delta \left(\frac{d\delta}{d\varphi}\right)^3 + 3b \sin \delta \frac{d\delta}{d\varphi} \frac{d^2 \delta}{d\varphi^2}] / (b \cos \delta) \quad (1-31)$$

$$q_{L3} = \frac{d^3 S_3}{d\varphi^3} = a \sin \varphi - b \sin \delta \left(\frac{d\delta}{d\varphi}\right)^3 + 3b \cos \delta \frac{d\delta}{d\varphi} \frac{d^2 \delta}{d\varphi^2} + b \sin \delta \frac{d^3 \delta}{d\varphi^3} \quad (1-32)$$

滑块 3 的位移  $S_3$  (mm)、速度  $V_3$  (mm/s)、加速度  $a_3$  (mm/s<sup>2</sup>)、加速度的一次变化率  $q_3$  (mm/s<sup>3</sup>) 关于曲柄 1 转角  $\varphi$  的曲线关系如图 1-4 所示。

### 1.1.3 计算机编程分析内容以及要求

已知行程  $H = 300$  mm, 最小传动角  $\gamma_{\min}$  等于许用传动角  $[\gamma] = 40^\circ$ , 试按行程速比系数最大设计该

机构，曲柄 1 的角速度  $\omega_1 = 1 \text{ rad/s}$ 。

(1) 计算  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 、 $p$ 、 $q$ 、 $z_1$ 、 $z$ 、 $y$ 、 $\theta$ 、 $x$ 、 $a$ 、 $e$  与  $b$ ，制作机构的动画， $\varphi = \varphi_i = 0 + i\pi/180$  ( $i=0, 1, 2, \dots, 360$ )；

(2) 在窗体上显示滑块 3 的位移  $S_3$ 、速度  $V_3$ 、加速度  $a_3$  与加速度的一次变化率  $q_3$  曲线， $\varphi = \varphi_i = 0 + i\pi/180$  ( $i=0, 1, 2, \dots, 360$ )；

(3) 生成  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 、 $p$ 、 $q$ 、 $z_1$ 、 $z$ 、 $y$ 、 $\theta$ 、 $x$ 、 $a$ 、 $e$  与  $b$  数据的 Excel 数据文件；

(4) 生成滑块 3 的位移  $S_3$ 、速度  $V_3$ 、加速度  $a_3$  与加速度的一次变化率  $q_3$  数据的 Excel 数据文件， $\varphi = \varphi_i = 0 + i\pi/180$  ( $i=0, 1, 2, \dots, 360$ )。

## 1.2 曲柄滑块函数生成机构

### 1.2.1 曲柄滑块函数生成机构的设计

实现函数生成问题的曲柄滑块机构如图 1-5 所示。设曲柄 1 的杆长  $a$ 、连杆 2 的杆长  $b$ 、偏置量  $e$  为设计变量， $\varphi_0$ 、 $S_0$  为预先选择的参变量， $S$  为滑块 3 关于初始位置  $S_0$  的位移， $S_0 = \sqrt{(a+b)^2 - e^2}$ 。在图 1-5 所示的坐标系中， $A$  点的坐标为  $x_A = a \cos(\varphi_0 + \varphi_i)$ 、 $y_A = a \sin(\varphi_0 + \varphi_i)$ ； $B$  点的坐标为  $x_B = S_0 - S_i$ 、 $y_B = e$ ，其中， $e$  为负值， $\varphi_i$  是连续变量  $\varphi$  的第  $i$  个离散值， $S_i$  是连续变量  $S$  的第  $i$  个离散值。 $A$ 、 $B$  两点之间的定长约束方程为

$$[(S_0 - S_i) - a \cos(\varphi_0 + \varphi_i)]^2 + [e - a \sin(\varphi_0 + \varphi_i)]^2 = b^2 \quad (1-33)$$

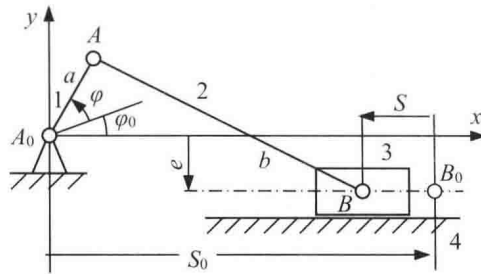


图 1-5 曲柄滑块函数生成机构

展开并归类得

$$(a^2 - b^2 + e^2) - 2a(S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) - 2ae \sin(\varphi_0 + \varphi_i) = -S_0^2 - S_i^2 + 2S_0 S_i$$

令  $K_1$ 、 $K_2$  和  $K_3$  分别为  $K_1 = a^2 - b^2 + e^2$ ， $K_2 = -2a$ ， $K_3 = -2ae$ ，于是，上式转化为

$$K_1 + K_2(S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) + K_3 \sin(\varphi_0 + \varphi_i) = -S_i^2 - S_0^2 + 2S_0 S_i \quad (1-34)$$

为了求解  $i > 3$  的机构尺寸设计，将式(1-34)转化为误差的形式，定义误差函数  $E$  为

$$E = \sum_{i=1}^n [K_1 + K_2(S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) + K_3 \sin(\varphi_0 + \varphi_i) + S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0]^2 \quad (1-35)$$

为了求得误差  $E$  的最小值，将式(1-35)分别求关于  $K_1$ 、 $K_2$  和  $K_3$  的偏导数，令它们的值都等于零，得偏导数  $\partial E / \partial K_1$ 、 $\partial E / \partial K_2$ 、 $\partial E / \partial K_3$  分别为

$$\frac{\partial E}{\partial K_1} = K_1 \sum_{i=1}^n 1 + K_2 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) + K_3 \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i) + \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial K_2} = K_1 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) + K_2 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i)^2 \cos^2(\varphi_0 + \varphi_i) +$$

$$K_3 \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i) (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) + \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0) (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial K_3} = K_1 \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i) + K_2 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) \sin(\varphi_0 + \varphi_i) + K_3 \sum_{i=1}^n \sin^2(\varphi_0 + \varphi_i) + \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0) \sin(\varphi_0 + \varphi_i) = 0$$

由以上方程得到关于计算  $K_1$ 、 $K_2$  和  $K_3$  的线性方程组为

$$K_1 \sum_{i=1}^n 1 + K_2 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) + K_3 \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i) = - \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0) \quad (1-36)$$

$$K_1 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) + K_2 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i)^2 \cos^2(\varphi_0 + \varphi_i) + K_3 \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i) (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) = - \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0) (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) \quad (1-37)$$

$$K_1 \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i) + K_2 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) \sin(\varphi_0 + \varphi_i) + K_3 \sum_{i=1}^n \sin^2(\varphi_0 + \varphi_i) = - \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0) \sin(\varphi_0 + \varphi_i) \quad (1-38)$$

令  $M_{ij}(i=1\sim 3, j=1\sim 3)$  分别为

$$M_{11} = \sum_{i=1}^n 1, \quad M_{12} = \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i), \quad M_{13} = \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i);$$

$$M_{21} = \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i), \quad M_{22} = \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i)^2 \cos^2(\varphi_0 + \varphi_i),$$

$$M_{23} = \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i) (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i);$$

$$M_{31} = \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i), \quad M_{32} = \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) \sin(\varphi_0 + \varphi_i), \quad M_{33} = \sum_{i=1}^n \sin^2(\varphi_0 + \varphi_i)$$

令  $N_1$ 、 $N_2$  与  $N_3$  分别为

$$N_1 = - \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0), \quad N_2 = - \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0) (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i),$$

$$N_3 = - \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0) \sin(\varphi_0 + \varphi_i)$$

于是, 得到关于  $K_1$ 、 $K_2$  和  $K_3$  的线性方程组为

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix} \quad (1-39)$$

令  $\Delta K_1$ 、 $\Delta K_2$ 、 $\Delta K_3$  与  $\Delta Z$  分别为

$$\Delta K_1 = \begin{bmatrix} N_1 & M_{12} & M_{13} \\ N_2 & M_{22} & M_{23} \\ N_3 & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}, \quad \Delta K_2 = \begin{bmatrix} M_{11} & N_1 & M_{13} \\ M_{21} & N_2 & M_{23} \\ M_{31} & N_3 & M_{33} \end{bmatrix},$$

$$\Delta K_3 = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & N_1 \\ M_{21} & M_{22} & N_2 \\ M_{31} & M_{32} & N_3 \end{bmatrix}, \quad \Delta Z = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}$$

为此,  $K_1$ 、 $K_2$  和  $K_3$  的解分别为

$$K_1 = \Delta K_1 / \Delta Z \quad (1-40)$$



$$K_2 = \Delta K_2 / \Delta Z \quad (1-41)$$

$$K_3 = \Delta K_3 / \Delta Z \quad (1-42)$$

由  $K_1 = a^2 - b^2 + e^2$ ,  $K_2 = -2a$ ,  $K_3 = -2ae$ , 得  $a$ 、 $e$  与  $b$  分别为

$$a = -K_2 / 2 \quad (1-43)$$

$$e = -K_3 / (2a) \quad (1-44)$$

$$b = \sqrt{a^2 + e^2 - K_1} \quad (1-45)$$

机构的第一种设计参数如表 1-1 所示。

表 1-1 机构的设计参数 ( $S_i$  的单位为 m)

$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_{10}$
0.079	0.008	0.012	0.016	0.020	0.023 5	0.027	0.030	0.033	0.035 5	0.037 5
$\varphi_0$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$	$\varphi_5$	$\varphi_6$	$\varphi_7$	$\varphi_8$	$\varphi_9$	$\varphi_{10}$
$-10^\circ$	$5^\circ$	$20^\circ$	$35^\circ$	$50^\circ$	$65^\circ$	$80^\circ$	$95^\circ$	$110^\circ$	$125^\circ$	$140^\circ$

在使用表 1-1 所示的数据时, 角度的单位应转化为弧度。

机构的第二种设计方案为  $S = D \sin \varphi$ ,  $\varphi_0$  的默认值为  $\varphi_0 = 40 \times \pi / 180$ ,  $\varphi_0$  的变化范围为  $30 \times \pi / 180 \leq \varphi_0 \leq 50 \times \pi / 180$ ; 常数  $D$  的默认值为  $D = 0.020$  m,  $D$  的变化范围为  $0.015$  m  $\leq D \leq 0.035$  m;  $\varphi$  的变化范围为  $60 \times \pi / 180 \leq \varphi \leq 120 \times \pi / 180$ , 将  $\varphi$  的变化范围等分为 60 份,  $i = 1, 2, 3, \dots, n (n = 60)$ 。

### 1.2.2 曲柄滑块机构的运动分析

曲柄滑块机构的运动分析和传动特征如图 1-6 和图 1-7 所示。

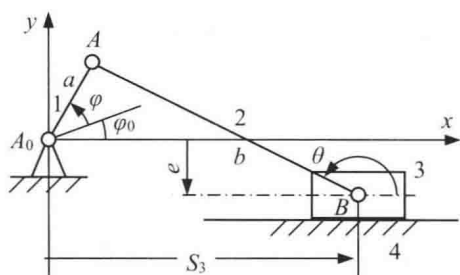


图 1-6 曲柄滑块机构的运动分析

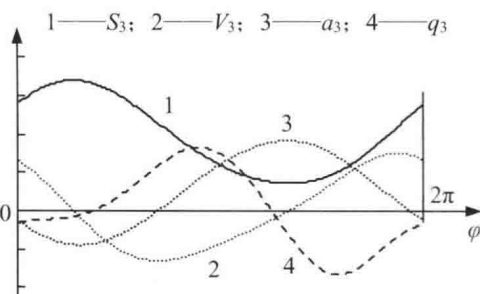


图 1-7 曲柄滑块机构的传动特征

在图 1-6 所示的曲柄滑块机构中, 已知曲柄 1 的杆长  $A_0A = a$ , 连杆 2 的杆长  $AB = b$ , 偏置量为  $e$ , 滑块 3 关于  $A_0$  点的位移为  $S_3$ 。该机构的位移方程及其解  $S_3$ 、 $\theta$  分别为

$$\left. \begin{aligned} -e + a \sin(\varphi + \varphi_0) - b \sin \theta &= 0 \\ a \cos(\varphi + \varphi_0) - b \cos \theta &= S_3 \end{aligned} \right\} \quad (1-46)$$

$$S_3 = a \cos(\varphi + \varphi_0) + \sqrt{b^2 - [a \sin(\varphi + \varphi_0) - e]^2} \quad (1-47)$$

$$\theta = \arctan 2\{[-e + a \sin(\varphi + \varphi_0)]/[a \cos(\varphi + \varphi_0) - S_3]\} \quad (1-48)$$

对式(1-46)求关于  $\varphi$  的一阶导数, 得类速度方程及其解  $\omega_{L2}$ 、 $V_{L3}$  分别为

$$\left. \begin{aligned} a \cos(\varphi + \varphi_0) - b(d\theta/d\varphi) \cos \theta &= 0 \\ -a \sin(\varphi + \varphi_0) + b(d\theta/d\varphi) \sin \theta &= dS_3/d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (1-49)$$

$$\omega_{L2} = d\theta/d\varphi = \omega_2/\omega_1 = a \cos(\varphi + \varphi_0)/(b \cos \theta) \quad (1-50)$$

$$V_{L3} = dS_3/d\varphi = V_3/\omega_1 = -a \sin(\varphi + \varphi_0) + b(d\theta/d\varphi) \sin \theta \quad (1-51)$$

对式(1-49)求关于  $\varphi$  的一阶导数, 得类加速度  $a_{L2}$ 、 $a_{L3}$  分别为