

北京市教育学会“十三五”立项课题“数学文化与高考研究”  
(课题编号: FT2017GD003) 研究成果



# 数学文化与高考研究



甘志国 著



哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

北京市教育学会“十三五”立项课题“数学文化与高考研究”  
(课题编号: FT2017GD003)研究成果



# 数学文化与高考研究



甘志国 著



哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 简 介

本书是北京市教育学会“十三五”立项课题“数学文化与高考研究”(课题编号:FT2017GD003)研究成果,包括开题报告和课题研究两章.课题研究内容包括数学教育、数学文化、教学文化、数学史话、高考文化、质疑创新、核心素养、报告·问卷·访谈.

本书可供高中学生备考使用,也可供其他课题研究者作为范例参考.

## 图书在版编目(CIP)数据

数学文化与高考研究/甘志国著. —哈尔滨:  
哈尔滨工业大学出版社,2018.3  
ISBN 978-7-5603-7253-2

I. ①数… II. ①甘… III. ①中学数学课—  
教学研究—高中 IV. ①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第026325号

策划编辑 刘培杰 张永芹  
责任编辑 李广鑫  
封面设计 孙茵艾  
出版发行 哈尔滨工业大学出版社  
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编 150006  
传 真 0451-86414749  
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>  
印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂  
开 本 889mm×1194mm 1/16 印张 15.75 字数 413千字  
版 次 2018年3月第1版 2018年3月第1次印刷  
书 号 ISBN 978-7-5603-7253-2  
定 价 48.00元

---

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)



# 前言

数学文化(Mathematical culture)有广义和狭义之分,狭义的数学文化指数学的思想、精神、方法、观点、语言,以及它们的形成和发展;广义的数学文化除上述内涵以外,还包含数学家、数学史、数学美、数学教育,数学发展中的人文成分、数学与社会的联系、数学与各种文化的关系,等等.

在已公布的高中数学课程标准中,数学文化是一个单独的板块,受到了特别的重视.

进入 21 世纪之后,数学文化的研究更加深入. 一个重要的标志是数学文化走进中小学课堂,渗入实际数学教学,努力使学生在学习数学过程中真正受到文化感染,产生文化共鸣,体会数学的文化品位,体察社会文化和数学文化之间的互动.

高考改革频繁,但数学一直是高考中的重要科目之一. 2016 年 10 月 8 日,教育部考试中心公布了《关于 2017 年普通高考考试大纲修订内容的通知》(教试中心函[2016]179 号). 该通知要求“在数学高考中增加数学文化的内容”,这是在全国高考命题的指导性文件中,首次明确阐述“增加对数学文化的要求”. 寥寥数语,却是数学高考命题的重要动向,引起了广大师生尤其是 2017 年考生的高度关注和热切反响:“什么是数学文化? 高考怎样考查数学文化? 考查数学文化,就是考数学史常识、数学经典问题吗? ……”本课题将重点研究数学文化与高考数学的关系.

所以,本课题“数学文化与高考研究”的研究意义非凡,有两方面的重大意义:

- (1)繁荣数学文化;
- (2)高效进行数学复习备考.

经过近一年的课题研究工作,已经得到了一些有益的结论(可见本书的论述). 但时间仓促,并未研究完毕,课题研究工作还会继续,也会有相应的成果发表.

最后感谢北京市教育学会的领导及北京市丰台二中何石明校长、赵海旺副校长、孙泰特级教师对本课题研究工作的支持.

甘志国

2017 年 8 月 1 日于北京

# 目 录

第1章 开题报告	//1
1.1 课题“数学文化与高考研究”设计论证	//3
1.2 课题“数学文化与高考研究”开题报告	//6
1.3 北京市教育学会“十三五”教育科研课题开题论证鉴定表	//10
1.4 立项证书	//12
第2章 课题研究	//13
2.1 数学教育	//15
2.2 数学文化	//31
2.3 教学文化	//50
2.4 数学史话	//92
2.5 高考文化	//122
2.6 质疑创新	//167
2.7 核心素养	//195
2.8 报告·问卷·访谈	//209

---

# 第 1 章

## 开题报告

---





## 1.1 课题“数学文化与高考研究”设计论证

### 1.1.1 本课题的国内外研究现状述评

数学文化(Mathematical culture)有广义和狭义之分,狭义的数学文化指数学的思想、精神、方法、观点、语言,以及它们的形成和发展;广义的数学文化除上述内涵以外,还包含数学家、数学史、数学美、数学教育,数学发展中的人文成分、数学与社会的联系、数学与各种文化的关系,等等。

在已公布的高中数学课程标准中,数学文化是一个单独的板块,受到了特别的重视.许多老师会问为什么要这样做?一个重要的原因是,20世纪初的数学曾经存在着脱离社会文化的孤立主义倾向,并一直影响到今天的数学教育.数学的过度形式化,使人错误地认为数学只是少数天才脑子里想象出来的“自由造物”,数学的发展无须社会的推动,其真理性无须实践的检验,当然,数学的进步也无须人类文化的哺育.于是,西方的数学界有“经验主义的复兴”.怀特(White)的数学文化论力图把数学回归到文化层面.克莱因(Felix Christian Klein, 1849—1925)的《古今数学思想》《西方文化中的数学》《数学:确定性的丧失》相继问世,力图营造数学文化的人文色彩.

国内最早注意数学文化的学者是北京大学的教授孙小礼(出生于1932年),她和邓东皋(1935—2007)、张祖贵合编的《数学与文化》,汇集了一些数学名家的有关论述,也记录了从自然辩证法研究的角度对数学文化的思考.稍后著名数学家、数学教育家齐民友教授出版《数学与文化》,该书主要从非欧几何产生的历史阐述数学的文化价值,特别指出了数学思维的文化意义.郑毓信(出生于1944年)教授等出版专著《数学文化学》,该书的特点是用社会建构主义的哲学观,强调“数学共同体”产生的文化效应.

以上的著作以及许多的论文,都力图把数学从单纯的逻辑演绎推理的圈子中解放出来,重点是分析数学文明史,充分揭示数学的文化内涵,肯定数学作为文化存在的价值.

笔者通过参阅文献(图书、期刊及网络),查到的对国外数学文化的研究并不多,其中代表性的文献是张维忠教授发表于《外国中小学教育》2011年第7期第57-60,35页的论文《国外数学课程与教材中的数学文化》.该文评介了美国、英国、法国等国外数学课程目标中对数学文化的要求,列举了英国、俄罗斯与美国中小学数学教材中的数学文化,指出了国外数学课程中数学文化开发的一个成功案例——美国阿拉斯加文化数学项目.但该文研究的多是小学阶段的数学文化,对于高中阶段的情形几乎没有涉及.

在全国高考命题的指导性文件中,教试中心函[2016]179号的出台,也反映了本课题“数学文化与高考研究”是时代之需,它一定会填补相应的空白,其研究结论和方法对国外也有重要的借鉴意义.

### 1.1.2 本课题的目的、意义及作用

#### 1. 本课题的目的

- (1) 挖掘数学文化的内涵,繁荣数学文化的内容.
- (2) 揭示数学文化与高考直接紧密的关系,研究数学高考试题中已出现数学文化高考试题的





特点及未来数学文化高考试题的动向及考查的意义及作用。

## 2. 本课题的意义及作用

数学文化是人类文明的重要组成部分.关于数学的名人名言可顺手拈来一些:

(1)数学中的一些美丽定理具有这样的特性:它们极易从事实中归纳出来,但证明却隐藏得极深.(高斯)

(2)数学支配着宇宙.(毕达哥拉斯)

(3)数学是知识的工具,也是其他知识工具的源泉.所有研究顺序和度量的科学均和数学有关.(笛卡儿)

(4)数学是一种理性的精神,使人类的思维得以运用到最完善的程度.(克莱因)

(5)数学是科学的女皇.(高斯)

(6)一门科学只有成功地运用数学,才算达到真正完善的地步.(马克思)

一年一度的高考是考生、老师、家长、学校乃至全社会关注的重点话题.笔者作为一名高中数学老师,对高考的思索不会少,从高效复习备考,到高考试题的命制规律、推广、追求自然解法,都要做深入研究.

教试中心函[2016]179号文件的出台,正式提出数学文化要进入高考试题的考察范围,这一举措是正确的,且越早实施越好.

所以,本课题“数学文化与高考研究”的研究意义非凡,有两方面的意义:

(1)繁荣数学文化;

(2)高效进行数学复习备考.

### 1.1.3 本课题研究的主要内容

#### 1. 本课题研究的切入点

(1)厘清数学文化的内涵.

(2)阐述数学文化与传统文化的联系与区别,论证数学文化的精髓是理性精神,即探索质疑、求真务实,以及遵循公理、重视方法等.

(3)论述数学文化与高考的联系,并弘扬高考试题的正确导向,大力弘扬社会主义核心价值观.

(4)通过对数学文化试题的研究,发掘命题规律,从而按规律进行高效复习备考.

#### 2. 本课题研究的主要问题

(1)数学学科的特点、分支及高中数学各分支的特点.

(2)传统文化的含义及传统文化与数学的关系.

(3)数学文化的含义、特点,以及与传统文​​化的联系与区别.

(4)社会主义核心价值观的含义及社会主义核心价值观在数学文化中的体现.

(5)数学高考的现状、功能.

(6)数学高考中数学文化试题的特点、命制规律.

(7)数学文化试题的科学备考.

#### 3. 本课题研究的重要观点

(1)数学文化是数学科学的组成部分.

(2)数学文化是传统文化的重要组成部分.



(3)在高考试题中考查数学文化是弘扬社会主义核心价值观的重要举措.

(4)高考试题中的数学文化试题规律性强,通过研究其命题规律可以很好地服务于科学备考.

(5)通过对数学文化高考试题的研究进一步揭示高考命题规律及功能,为教育活动做出科学决策.

本课题的研究欲通过对数学文化高考试题的系统研究,揭示数学文化的核心是数学的理性精神,即探索质疑、求真务实,以及遵循公理、重视方法等,进而弘扬社会主义核心价值观.

通过对数学文化高考试题的系统研究,揭示教育规律乃培养人的活动.广大教育工作者在教育活动中,应遵循教育规律,培养受教育者的高尚情操和理性精神.

#### 1.1.4 本课题的研究方法、手段、途径等

对已有的相关文献资料辩证研究,吸取精髓,发现谬误;对数学高考题中的数学文化试题做深入细致的研究,发现其规律;通过数学高考的契机,弘扬社会主义核心价值观,培养学生的理性精神;也对祖国的教育事业做些研究,教育应遵循教育规律,弘扬正气,传播正能量.

##### 1. 本课题的研究方法

(1)查阅文献,包括公开出版的相关书籍、公开发表的相关论文,还可参阅网络上发表的文章,但应以纸质的文献资料为准.

(2)讨论研究,依托课题组成员进行广泛、深入的讨论,在讨论的过程中要提出详细的大小问题,并展开研究,各抒己见.

(3)社会实践,深入细致地听课、评课.

(4)调查研究,收集意见,研究的范围力求广泛,尽可能地走遍全国各地,深入了解各种层次的学校中与本课题有关的情形,掌握好一手资料,再做深入细致的研究(还包括问卷调查,通过座谈收集意见等).

(5)请专家、教授、院士等做指导.

##### 2. 本课题的研究手段、途径等

(1)研究数学文化的内涵.

(2)研究中国传统文化与数学文化的联系、区别及内在关系.

(3)研究中国高考中的数学文化试题,揭示其命题规律.

(4)研究数学文化的真谛,数学文化应如何在高考试题中恰当体现才能更好地弘扬社会主义核心价值观和培养、发展高中师生的理性精神.



## 1.2 课题“数学文化与高考研究”开题报告

### 1.2.1 课题研究的背景

这里的数学高考(Mathematics college entrance examination)仅限于中国的数学高考.普通高等学校招生全国统一考试(The national college entrance examination)简称高考,是中国内地(不包括香港、澳门)合格的高中毕业生和具有同等学力的考生参加的选拔性考试.普通高等学校根据考生成绩,按已确定的招生计划,德、智、体全面衡量,择优录取.由教育部统一组织调度,教育部考试中心或实行自主命题的省级考试院命制试题.目前的考试日期为每年6月7日、8日,部分省(市、自治区)因考试制度的不同考试时间为3天(即7、8、9日).

高考改革频繁,但数学一直是高考中的重要科目之一.

2016年10月8日,教育部考试中心公布了《关于2017年普通高考考试大纲修订内容的通知》(教试中心函[2016]179号).该通知要求“在数学高考中增加数学文化的内容”,这是在全国高考命题的指导性文件中,首次明确阐述“增加对数学文化的要求”.寥寥数语,却是数学高考命题的重要动向,引起了广大师生尤其是2017年考生的高度关注和热切反响:“什么是数学文化?高考怎样考查数学文化?考查数学文化,就是考数学史常识、数学经典问题吗?……”本课题将重点研究数学文化与高考数学的关系.

### 1.2.2 文献综述

进入21世纪之后,数学文化的研究更加深入.一个重要的标志是数学文化走进中小学课堂,渗入实际数学教学,努力使学生在学习数学过程中真正受到文化感染,产生文化共鸣,体会数学的文化品位,体察社会文化和数学文化之间的互动.在全国高考命题的指导性文件中,教试中心函[2016]179号的出台,也反映了本课题“数学文化与高考研究”是时代之需,它一定会填补相应的空白,其研究结论和方法对国外也有重要的借鉴意义.

### 1.2.3 研究设计

#### 1. 研究目标和研究假设

开展课题研究“数学文化与高考研究”的目标是:

- (1)挖掘数学文化的内涵,繁荣数学文化的内容.
- (2)揭示数学文化与高考直接紧密的关系,研究数学高考试题中已出现数学文化高考试题的特点及未来数学文化高考试题的动向及考查的意义及作用.

研究假设:

- (1)数学文化是人类文明的重要组成部分,在数学高考试题中有重要体现.
- (2)数学高考在很大程度上就是对数学文化的考查:考查学生对数学学科的态度、理性精神、求异思维等.
- (3)在数学教学中通过对数学文化的重视和实践,可以培养和提升学生的核心素养.



## 2. 研究内容

- (1) 数学学科的特点、分支及高中数学各分支的特点.
- (2) 传统文化的含义及传统文化与数学的关系.
- (3) 数学文化的含义、特点, 与传统文化的联系与区别.
- (4) 社会主义核心价值观的含义及社会主义核心价值观在数学文化中的体现.
- (5) 数学高考的现状、功能.
- (6) 数学高考中数学文化试题的特点、命制规律.
- (7) 数学文化试题的科学备考.

## 3. 研究方法

(1) 文献研究法. 查阅文献, 包括公开出版的相关书籍、公开发表的相关论文, 还可参阅网络上发表的文章, 但应以纸质的文献资料为准.

(2) 讨论法. 依托课题组成员进行广泛、深入的讨论, 在讨论的过程中要提出详细的大小问题, 并展开研究.

(3) 调查研究法. 收集意见, 研究的范围要广, 尽可能地走遍全国各地, 深入了解各种层次的学校中与本课题有关的情形, 掌握好一手资料, 再做深入细致的研究(还包括问卷调查, 通过座谈收集意见等).

### 1.2.4 研究的重点和难点

#### 1. 研究的重点

本课题的研究欲通过对数学文化高考试题的系统研究, 揭示数学文化的核心是数学的理性精神, 即探索质疑、求真务实, 以及遵循公理、重视方法等, 进而正确地弘扬社会主义核心价值观.

#### 2. 研究的难点

通过对数学文化高考试题的系统研究, 揭示教育规律乃培养人的活动: 教育过程离不开对数学文化的研究、继承和发扬, 以促进人的全面发展、高水平发展. 广大教育工作者在教育活动中, 应遵循教育规律, 培养受教育者的高尚情操和理性精神.

### 1.2.5 研究的实施计划及人员分工

序号	研究阶段 (起止时间)	主要研究工作及成果名称	成果形式	承担人
课题研究准备阶段(2017-05—2017-09)				
1	2017-05— 2017-07	2016年高考文科数学真题研究	专著	甘志国
2	2017-07— 2017-08	2016年高考理科数学真题研究	专著	甘志国
课题研究实施阶段(2017-09—2018-04)				
3	2017-09— 2017-11	数学文化研究(系列文章)	论文	张健、甘志国



续表

序号	研究阶段 (起止时间)	主要研究工作及成果名称	成果形式	承担人
课题研究实施阶段(2017-09—2018-04)				
4	2017-09— 2017-12	2017年高考题中的数学文化试题研究 (系列文章)	论文	郑新春、张健、甘志国
5	2017-10— 2017-12	2017年高考真题中的数学文化研究	论文、公开课	王文利、刘小华、陈小鹏
6	2017-11	高中数学教学中的数学文化	观摩课	郑新春、刘小华、陈小鹏
6	2017-11— 2017-12	中国传统文化与数学文化的比较研究 (系列文章)	论文	赵海旺、陈小鹏
7	2018-01— 2018-03	2017年高考文科数学真题研究	专著	甘志国
8	2018-01— 2018-03	2017年高考理科数学真题研究	专著	甘志国
9	2018-03— 2018-04	在数学教育中如何培养受教育者的理性精神 (系列文章)	论文	郑新春、张健、陈小鹏、甘志国
课题研究总结阶段(2018-04—2018-05)				
10	主件:结题报告			
11	附件:阶段调查报告、教学随笔、课后反思、教学案例、教学设计、学生成长记录袋、调查问卷、部分案例、 相关论文及专著			

## 1.2.6 预期研究成果

### 1. 研究报告(调查报告、实验报告、案例分析报告等)

- (1)调查报告:学生对数学文化及其在提升数学核心素养中的作用的认知。
- (2)实验报告:数学老师在教学过程中是否重视数学文化对高考成绩的影响。
- (3)案例分析报告:对爱好数学文化的典型学生进行跟踪案例分析,并写出报告。

### 2. 论文

- (1)数学文化研究(系列文章)。
- (2)2017年高考题中的数学文化试题研究(系列文章)。
- (3)中国传统文化与数学文化的比较研究(系列文章)。
- (4)在数学教育中如何培养受教育者的理性精神(系列文章)。

### 3. 论著

- (1)《2016年高考文科数学真题研究》。
- (2)《2016年高考理科数学真题研究》。
- (3)《2017年高考文科数学真题研究》。
- (4)《2017年高考理科数学真题研究》。



(5)《数学文化与高考研究》。

#### 4. 其他附属资料的辑录(管理手册、教材、教案、学案、学生成绩等)

一切研究过程(比如学生访谈、公开课、召开会议、外出考察、发表文章、出版专著)要做好记录,保留尽可能完整的文字、照片、音像资料等,并且在电脑上建立文件夹记录,设置专柜保存纸质资料。课题负责人随时做归类整理,以备领导随时检查,以及课题组成员和学校师生随时借阅参考或研究,课题负责人还多次主动邀请领导检查指导课题研究工作。

#### 1.2.7 附件(调查问卷、访谈提纲、量表、子课题方案等)

设计高中师生对数学文化含义了解情况的访谈提纲。





### 1.3 北京市教育学会“十三五”教育 科研课题开题论证鉴定表

课题名称	数学文化与高考研究		课题编号	FT2017GD003
课题负责人	姓名	甘志国	工作单位	北京市丰台区丰台第二中学
	联系电话	(此处不公开)		
开题时间	2017年9月1日			
课题研究计划(时间安排、进度、成果等)及准备情况(申报课题时的设想条件是否已落实等)(以上由课题负责人填写)	序号	研究阶段	主要研究工作及成果名称	成果形式
	课题研究准备阶段(2017-05—2017-09)			
	1	2017-05— 2017-08	2016年高考文科数学真题研究 2016年高考理科数学真题研究	专著
	课题研究实施阶段(2017-09—2018-04)			
	2	2017-09— 2017-11	数学文化研究(系列文章)	论文
	3	2017-09— 2017-12	2017年高考题中的数学文化研究(系列文章、公开课)	论文、公开课
	4	2017-11— 2017-12	中国传统文化与数学文化的比较研究(系列文章)	论文
	5	2018-01— 2018-03	2017年高考文科数学真题研究 2017年高考理科数学真题研究	专著
	6	2018-03— 2018-04	在数学教育中如何培养受教育者的理性精神(系列文章)	论文
	课题研究总结阶段(2018-04—2018-05)			
7	主件:结题报告			
8	附件:阶段调查报告、教学随笔、教学案例、调查问卷、部分案例、相关论文及专著			
申报课题时的设想条件(成员分工、领导支持、专家指导、经费落实等)均已落实				
开题鉴定意见 (由专家填写)	<p>本课题选题有很好的研究价值,研究目标明确,内容具体,研究方法得当,研究计划翔实,人员分工明确,预期成果丰富、多样化。经研究,同意开题。</p> <p>鉴定专家签字:石群雄 连春兴 李振雷 孙泰</p> <p style="text-align: right;">2017年9月22日</p>			



## 续表

鉴定专家名单

姓名	单位	职称	专业方向	联系电话
石群雄	北京教育学院丰台分院	高级教师	教师培训	(此处不公开)
连春兴	北京教育学院丰台分院	特级教师	数学教学研究	(此处不公开)
李振雷	北京教育学院丰台分院	特级教师	数学教学研究	(此处不公开)
孙泰	北京市丰台区丰台二中	特级教师	高中数学教学	(此处不公开)
区教育学会、 学科研究会 意见	经研究,同意此课题立项.			2017年10月20日 盖 章
课题立项审 批单位意见	经研究,同意此课题立项.			2017年10月25日 盖 章

(鉴定专家简介:石群雄,北京教育学院丰台分院副院长;连春兴、李振雷,北京教育学院丰台分院数学教研员、特级教师;孙泰,北京市丰台区丰台二中数学特级教师.)



## 1.4 立项证书

# 立项证书

甘志国同志：

经北京市教育学会“十三五”教育科研课题评审领导小组批准，您申请的“数学文化与高考研究”立项为北京市教育学会“十三五”规划2017年度滚动课题。

课题编号为：FT2017GD003

北京市教育学会  
“十三五”教育科研课题评审领导小组  
二〇一七年七月

