"十三五"移动学习型规划教材

微积分

第2版

CALCULUS

侯亚君　许可　王宏栋　主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

“十三五”移动学习型规划教材

微　积　分

第 2 版

主　编　侯亚君　许　可　王宏栋

参　编　孙文娟　张　艳　刘　芳

田贺民　雷　鸣　王俊杰

机 械 工 业 出 版 社

本书是“微积分”课程教材．全书共分9章，主要内容包括函数的极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、多元函数微分学、二重积分、无穷级数、微分方程与差分方程等．除此之外，本书还包括了MATLAB数学实验．

本书每节后设有习题，每章后有A、B两种层次总习题，页边设有即时练习．

本书通过“书伴”软件提供即时练习、习题、总习题答案，还提供数学人物、符号等历史知识，此外每章提供一个数学模型案例．

本书适合作为经济管理类专业微积分教材，也适合作为相关领域参考书．

图书在版编目(CIP)数据

微积分/侯亚君，许可，王宏栋主编．—2版．—北京：机械工业出版社，2018.6
“十三五”移动学习型规划教材
ISBN 978-7-111-59588-5

Ⅰ.①微… Ⅱ.①侯… ②许… ③王… Ⅲ.①微积分—高等学校—教材 Ⅳ.①O172

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第063043号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)
策划编辑：韩效杰 责任编辑：韩效杰 李 乐
责任校对：张晓蓉 封面设计：鞠 杨
责任印制：张 博
三河市宏达印刷有限公司印刷
2018年7月第2版第1次印刷
184mm×260mm・23.25印张・437千字・移动互联网学习材料：215千字
标准书号：ISBN 978-7-111-59588-5
定价：55.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
服务咨询热线：010-88379833	机 工 官 网：www.cmpbook.com
读者购书热线：010-88379649	机 工 官 博：weibo.com/cmp1952
	教育服务网：www.cmpedu.com
封面无防伪标均为盗版	金 书 网：www.golden-book.com

前 言

《微积分(经济类)》于2011年9月出版以来,一直作为我校经济管理学院高等数学课程的教材使用,同时也为其他11所兄弟院校采用．在教材使用过程中,广大师生提出了一些宝贵的意见与建议,特别是网络技术的高度发展促使我们思考如何将现代网络技术引入教材的编写,更好地为读者服务．因此,教材编写组决定对《微积分(经济类)》教材进行修订．本次修订尽量保持原版特色、组织结构和内容体系．与第1版相比,修订的主要内容有:

1. 每章在开始部分增加内容导读,对该章的基本概念和基本内容进行概括介绍,以帮助读者在阅读该章时做到心中有数．

2. 对部分主要概念的引入案例进行更新,新的案例强调经济应用,以期使教材更加适合经济类专业．

3. 对有关章节的内容进行顺序调整、充实、更改或者重写,力求做到概念准确、逻辑顺畅、表达清晰．

4. 在主要概念、方法叙述之后设置练习题或思考题,使教材更加符合学生课前预习和课后复习的自学习惯．

5. 取消第1版"知识纵横"部分,通过"书伴"APP增加大量课余"电子资料",主要内容涉及微积分简史、人物介绍和数学建模知识,学生通过扫描页面上的二维码就可以阅读相关内容．

6. 将每章总习题分成A和B两部分,分别对应基础题和提高题．习题A以基本题型为主,习题量稍多,但难度不大,属应知应会的范畴．习题B属于提高题,习题量较少,有一定的难度,需要对知识进行综合运用．

7. 每章章末增加了知识点框图和自我检验,帮助学生对该章内容进行归纳总结．

8. 重新编写了数学实验部分,充实了实验内容,增加了与经济相关的实际案例,同时将MATLAB的基本介绍放在附录中,修订版数学实验全部使用MATLAB 8.5 2015版本编译．

由于编者水平有限,书中难免存在不足之处,欢迎专家、同行及读者批评指正．

编 者

目　录

第1章
函数、极限与连续

内容导读

极限理论是本章的核心内容，包括极限的概念、性质及求法等知识. 极限思想是近代数学的重要思想之一，微积分就是以极限概念为基础、极限理论为主要工具来研究函数的一门学科.

初等数学以常量为研究对象，微积分主要研究变量. 微积分能解决许多初等数学无法解决的问题(例如：求瞬时速度、曲线弧长、曲边形面积、曲面体体积等问题)，是由于它采用了极限的思想方法.

所谓极限思想，是指用极限概念分析问题和解决问题的一种数学思想. 有时我们要确定某一个量，首先确定的不是这个量的本身而是它的近似值，而且所确定的近似值也不仅仅是一个而是一连串越来越准确的近似值；然后通过考察这一连串近似值的趋向，把那个量的准确值确定下来. 这就是运用了极限的思想方法. 刘徽的割圆术就是建立在直观基础上的一种原始的极限思想的应用. 微积分中的一系列重要概念，如函数的连续性、导数以及定积分等都是借助于极限来定义的.

割圆术

本章还将介绍函数和连续的概念. 函数研究变量之间的关系，是微积分的主要研究对象，连续是函数的重要性质之一，连续函数是微积分主要研究的一类函数.

1.1 函数

客观世界的事物都是在不断发展变化着的，变化是绝对的，不变是相对的，变量数学已经成为各个领域的基本工具，在研究变量之间的关系时形成了函数的概念. 本节主要介绍函数的概念及其简单性质.

函数概念起源

人物 — 康托

1.1.1 区间

在某一问题中能取不同数值的量称为变量，保持不变的量称为常量，习惯上用字母 x,y,z,u,v 等表示变量，用 a,b,c,d 等表示常量.

变量常在一定范围内取值，这个范围可用集合表示. 例如，自然数集 **N**、整数集 **Z**、有理数集 **Q**、实数集 **R** 等，区间是用得较多的一类数集.

1. 区间

设 a 和 b 都是实数，且 $a<b$，则称数集 $\{x \mid a<x<b\}$ 为开区间，记为 (a,b)，即

$$(a,b)=\{x \mid a<x<b\}.$$

类似地，

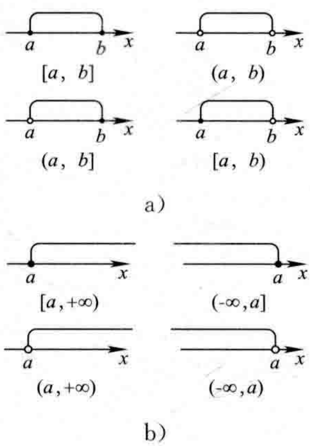


图 1-1

$[a,b]=\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$ 称为闭区间，

$[a,b)=\{x \mid a \leqslant x<b\}$，$(a,b]=\{x \mid a<x \leqslant b\}$ 称为半开半闭区间.

以上这些区间称为有限区间，其中 a 和 b 称为区间的端点，$b-a$ 称为区间的长度. 可以在数轴上表示区间，如图 1-1a 所示. 引进记号 $+\infty$（读作正无穷大）和 $-\infty$（读作负无穷大），规定 $[a,+\infty)=\{x \mid x \geqslant a\}$，$(-\infty,a]=\{x \mid x \leqslant a\}$，$(a,+\infty)=\{x \mid x>a\}$，$(-\infty,a)=\{x \mid x<a\}$，称它们为无限区间. 用数轴表示如图 1-1b 所示.

以后在不需要辨明所讨论的区间是否包含端点，以及是有限区间还是无限区间时，我们简单地称它为“区间”，且用 I 表示.

2. 邻域

下面介绍表达某点邻近区域的区间，它们称为这个点的邻域.

设 x_0 和 δ 为两个实数，且 $\delta>0$，称开区间 $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ 为点 x_0 的 δ 邻域，记作 $U(x_0,\delta)$，即

$$U(x_0,\delta)=\{x \mid x_0-\delta<x<x_0+\delta\}=\{x \mid |x-x_0|<\delta\}.$$

这是以点 x_0 为中心的对称区间，其中点 x_0 称为邻域的中心，δ 称为邻域的半径.

开区间 $(x_0-\delta,x_0) \cup (x_0,x_0+\delta)$ 不包含点 x_0，称为点 x_0 的去心 δ 邻域，记作 $\mathring{U}(x_0,\delta)$，即

$$\mathring{U}(x_0,\delta)=\{x \mid 0<|x-x_0|<\delta\}$$

开区间 $(x_0-\delta,x_0)$ 称为点 x_0 的左 δ 邻域，开区间 $(x_0,x_0+\delta)$ 称为点 x_0 的右 δ 邻域.

1.1.2 函数概念

在研究实际问题时，经常遇到两个相互依赖、相互联系的变量. 例如，圆的面积 S 依赖圆的半径 R，两者关系是 $S=\pi R^2$. 销售某种产品的收入 R，等于产品的单位价格 P 乘以销售量 x，即 $R=P \cdot x$.

两个示例共同特点是：给出了两个变量之间的关系.

定义 1-1　设 x 和 y 是两个变量，D 是一个非空数集. 如果按照某个对应法则 f，使得对于每一个 $x \in D$，都有确定的 y 值与之对应，则称这个对应法则 f 为定义在 D 上的函数，记作

$$y = f(x), x \in D.$$

其中，x 称为自变量，y 称为因变量，D 称为定义域. 函数有时简记为 $f(x)$.

在函数 $y = f(x)$ 中，当 x 取定 $x_0(x_0 \in D)$ 时，则称 $f(x_0)$ 为 $y = f(x)$ 在 x_0 处的函数值.

当自变量 x 遍取定义域 D 中的值时，对应的函数值 $f(x)$ 的全体所构成的集合称为函数的值域，记作 W 或者 $f(D)$，即

$$W = \{y \mid y = f(x), x \in D\}.$$

由定义可知，定义域和对应法则确定了函数，称为函数的两要素，而函数的值域一般称为派生要素.

函数的定义域 D 就是使函数 $f(x)$ 有定义的点构成的集合，通常按以下两种情形来确定：一种是对有实际背景的函数，根据变量的实际意义确定. 例如，边长为 x 的正方形面积 $A = x^2$ 的定义域为 $(0, +\infty)$；另一种是对没有实际背景的函数，定义域是使算式表达的函数有意义的一切实数组成的集合. 例如，函数 $y = \ln(x+1)$ 的定义域是开区间 $(-1, +\infty)$. 函数的定义域通常用区间或不等式表示.

在函数的定义中，对每个 $x \in D$，只有唯一的 y 值与之对应，这样的函数称为单值函数，否则称为多值函数. 如函数 $y^2 = x$，对于每个 $x \in (0, +\infty)$，都有两个 y 值与之对应，所以该函数为多值函数. 对于多值函数的问题，往往附加一些条件，转化为单值函数的问题.

坐标平面上的点集

$$\{(x, y) \mid y = f(x), x \in D\}$$

称为函数 $y = f(x), x \in D$ 的图形.

例 1-1　要建一个容积为 V 的长方体水池，它的底为正方形. 若池底与侧面的单位面积造价比为 $2:1$，试建立总造价与底面边长之间的函数关系.

解　设水池的底面边长为 x，总造价为 y，侧面的单位面积造价为 a，则由已知可得水池的高为 $\dfrac{V}{x^2}$，从而得

$$y = 2ax^2 + 4a \cdot \frac{V}{x} \quad (0 < x < +\infty).$$

例 1-2　求函数 $y = \dfrac{1}{x} - \sqrt{x^2 - 4}$ 的定义域.

即时练习 1-1
确定函数 $f(x) = \sqrt{3+2x-x^2} + \ln(x-2)$ 的定义域，并求 $f(3), f(t^2)$.

解 要使函数有意义，必须 $x \neq 0$，且 $x^2-4 \geqslant 0$. 解不等式得 $|x| \geqslant 2$. 所以函数的定义域为 $D=\{x \mid |x| \geqslant 2\}$，或 $D=(-\infty,-2] \cup [2,+\infty)$.

例 1-3 某市出租车按如下规定收费：当行驶里程不超过 3km 时，一律收起步费 8 元；当行驶里程超过 3km 时，除起步费外，按每 600m 1 元计费. 试建立车费 y 元与行驶里程 x km 之间的函数关系.

解 根据题意可列出函数关系如下：

$$y=\begin{cases}8, & 0<x \leqslant 3, \\ 8+\dfrac{5}{3}(x-3), & x>3,\end{cases} \text{即 } y=\begin{cases}8, & 0<x \leqslant 3, \\ \dfrac{5}{3}x+3, & x>3.\end{cases}$$

有些函数在自变量的不同取值范围内，其对应法则是用不同的式子来表示的，这种函数称为分段函数，如例 1-3. 应当注意，不论用几个式子表示的分段函数都是一个函数，而不是几个函数. 下面举几个特殊的分段函数的例子.

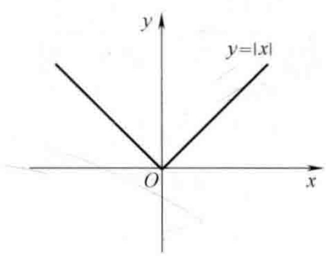


图 1-2

例 1-4 绝对值函数 $y=|x|=\begin{cases}x, & x \geqslant 0, \\ -x, & x<0,\end{cases}$ 其定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$，值域为 $W=[0,+\infty)$，其图形如图 1-2 所示.

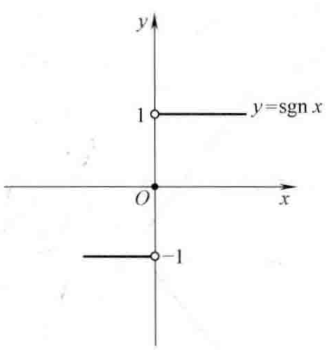


图 1-3

例 1-5 符号函数 $y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0, \\ 0, & x=0, \\ -1, & x<0,\end{cases}$ 其定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$，值域为 $W=\{-1,0,1\}$，其图形如图 1-3 所示.

例 1-6 取整函数 $y=[x]$，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数. 如 $\left[\dfrac{5}{7}\right]=0$，$[\sqrt{2}]=1$，$[\pi]=3$，$[-1]=-1$，$[-3.5]=-4$. 其定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$，值域为 $W=\mathbf{Z}$（所有整数），其图形如图 1-4 所示.

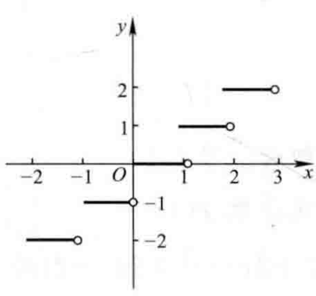


图 1-4

有时可以通过变量代换确定函数关系.

例 1-7 设 $f(x-1)=x^2+1$，求 $f(x)$，$f(1)$.

解 令 $x-1=t$，则 $x=t+1$. 于是

$$f(t)=(t+1)^2+1=t^2+2t+2.$$

所以 $$f(x)=x^2+2x+2, f(1)=5.$$

1.1.3 函数的几种特性

函数有四种特性：奇偶性、周期性、单调性和有界性. 因为高中数学对此已有介绍，所以这里不做深入讨论，只做简单描述.

1. 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称(即若 $x \in D$,则 $-x \in D$). 如果对于任一 $x \in D$,都有

$$f(-x)=f(x),$$

则称 $f(x)$ 为偶函数. 如果对于任一 $x \in D$,都有

$$f(-x)=-f(x),$$

则称 $f(x)$ 为奇函数.

偶函数的图形关于 y 轴对称,奇函数的图形关于原点对称.

例如,函数 $y=x^2$ 和 $y=\cos x$ 在$(-\infty,+\infty)$内都是偶函数;函数 $y=x^3$ 和 $y=\sin x$ 在$(-\infty,+\infty)$内都是奇函数,而函数 $y=\sin 2x+\cos 3x$ 在$(-\infty,+\infty)$内是非奇非偶函数.

注意:讨论函数的奇偶性是在关于原点对称的区间上进行的.

2. 函数的周期性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D. 如果存在一个正数 T,使得对于任一 $x \in D$,有 $x+T \in D$,且

$$f(x+T)=f(x),$$

则称 $f(x)$ 为周期函数,T 称为 $f(x)$ 的周期. 通常所说的周期函数的周期是指它的最小正周期(如果存在最小正周期). 周期函数图形的特点是:在函数的定义域内,只要做出函数在长度为周期 T 的一个区间上的图形,就可通过图形的平移画出整个函数的图形.

例如,函数 $\sin x,\cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数;函数 $\tan x,\cot x$ 都是以 π 为周期的周期函数. 需要注意的是,并不是所有周期函数都存在最小正周期,例如常数函数就没有最小正周期.

3. 函数的单调性

设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上有定义. 如果对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,恒有

$$f(x_1)<f(x_2),$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加的. 如果对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,恒有

$$f(x_1)>f(x_2),$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调减少的.

单调增加函数和单调减少函数统称为单调函数. 从图形上看,单调增加函数的图形自左向右逐渐上升;单调减少函数的图形自左向右逐渐下降.

注意：说某一个函数是单调的，必须指明自变量的变化范围. 例如，函数 $y=x^2$ 在区间 $(-\infty,0)$ 上是单调减少的，在区间 $[0,+\infty)$ 上是单调增加的，但在 $(-\infty,+\infty)$ 上却不是单调的.

4. 函数的有界性

设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上有定义. 如果存在正数 M，使得对任一 $x\in I$，都有 $|f(x)|\leqslant M$，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上有界；如果这样的 M 不存在，则称函数 $y=f(x)$ 在 I 上无界. 正数 M 称为函数 $f(x)$ 的界. 显然，如果函数 $f(x)$ 有界，其界是不唯一的.

例如，正弦函数 $f(x)=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有 $|\sin x|\leqslant 1$，所以 $f(x)=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有界. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在开区间 $(0,1)$ 内是无界的，这是因为，对于无论多么大的正数 $M>1$，总有 x_1，当 $0<x_1<\dfrac{1}{M}<1$ 时，使得 $f(x_1)=\dfrac{1}{x_1}>M$. 但函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在 $(1,2)$ 内却是有界的，这是因为在 $(1,2)$ 内，有 $\left|\dfrac{1}{x}\right|\leqslant 1$.

如果函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上满足 $|f(x)|\leqslant M$，则它在区间 I 上的图形介于两条平行直线 $y=-M$ 和 $y=M$ 之间.

可以类似地定义函数的上（或下）界.

设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上有定义. 如果存在数 M，使得对任一 $x\in I$，都有 $f(x)\leqslant M$（或 $f(x)\geqslant M$），则称 $f(x)$ 在 I 上有上（或下）界.

显然，函数 $f(x)$ 在区间 I 上有界的充分必要条件是它在 I 上既有上界也有下界.

1.1.4 反函数与复合函数

1. 反函数

在研究变量之间的函数关系时，有时因变量和自变量的地位会相互转换，于是就出现了反函数的概念. 例如，在圆的面积公式 $S=\pi R^2$ 中，R 是自变量，S 是因变量，表示圆的面积随半径的变化而变化. 事实上，半径 R 与面积 S 同时发生变化，很难说哪个先变、哪个后变，因此没有理由一定要把 R 取作自变量，也可以把面积 S 取作自变量，这时半径 R 就是面积 S 的函数 $R=\sqrt{\dfrac{S}{\pi}}$，这个函数就称为原来面积函数的反函数. 一般地，有：

定义 1-2 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 $f(D)$. 如

果对每一个 $y \in f(D)$，都有唯一确定且满足 $y = f(x)$ 的 $x \in D$ 与之对应，则按此对应法则就得到一个定义在 $f(D)$ 上的函数，这个函数称为函数 $y = f(x)$ 的反函数，记作

$$x = f^{-1}(y), y \in f(D).$$

由于习惯上用 x 表示自变量，y 表示因变量，所以函数 $y = f(x), x \in D$ 的反函数通常记成 $y = f^{-1}(x), x \in f(D)$.

相对于反函数 $y = f^{-1}(x)$ 来说，原来的函数 $y = f(x)$ 称为直接函数. 由定义可知，反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的定义域和值域分别是其直接函数 $y = f(x)$ 的值域和定义域. 如果把函数 $y = f(x)$ 和它的反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图形画在同一坐标平面上，那么这两个函数的图形关于直线 $y = x$ 是对称的.

一般地，若函数 $y = f(x)$ 是区间 I 上的单调函数，则它的反函数 $y = f^{-1}(x)$ 必定存在，并且反函数与其直接函数具有相同的单调性. 例如，函数 $y = x^2$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 内的反函数为 $y = -\sqrt{x} (0 < x < +\infty)$，且都是单调减少的.

例 1-8　已知 $y = f(x) = \sqrt{25 - x^2} (0 \leqslant x \leqslant 4)$，求 $f(x)$ 的反函数.

解　由 $0 \leqslant x \leqslant 4$，知 $0 \leqslant x^2 \leqslant 16, 9 \leqslant 25 - x^2 \leqslant 25$，所以 $3 \leqslant y \leqslant 5$.

由 $y = \sqrt{25 - x^2}$，解得 $x^2 = 25 - y^2$.

因为 $0 \leqslant x \leqslant 4$，所以 $x = \sqrt{25 - y^2} (3 \leqslant y \leqslant 5)$.

将 x, y 互换，得到 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x) = \sqrt{25 - x^2} (3 \leqslant x \leqslant 5)$.

□ 即时练习 1-2

求函数 $y = 1 - \sqrt{1 - x^2} (-1 \leqslant x \leqslant 0)$ 的反函数.

2. 复合函数

设有函数 $y = f(u) = \sqrt{u}, u = \varphi(x) = x^2 + 1$. 若要把 y 表示成 x 的函数，可用代入法来完成：

$$y = f(u) = f(\varphi(x)) = f(x^2 + 1) = \sqrt{x^2 + 1}.$$

这个处理过程就是函数的复合过程. 一般地，有：

定义 1-3　设 y 是变量 u 的函数 $y = f(u)$，而 u 又是变量 x 的函数 $u = \varphi(x)$，且 $\varphi(x)$ 的函数值全部或部分落在 $f(u)$ 的定义域内，那么 y 通过 u 的联系而成为 x 的函数，叫作由 $y = f(u)$ 和 $u = \varphi(x)$ 复合而成的函数，简称 x 的复合函数，记作 $y = f(\varphi(x))$，其中 u 叫作中间变量.

注意：

(1) 在复合过程中，中间变量可多于一个，如 $y = f(u), u = \varphi(v), v = \psi(x)$，复合后为 $y = f(\varphi(\psi(x)))$.

(2) 并不是任何两个函数 $y=f(u)$, $u=\varphi(x)$ 都可复合成一个函数,只有当内层函数 $u=\varphi(x)$ 的值域没有完全超出外层函数 $y=f(u)$ 的定义域时,两个函数才可以复合成一个新函数,否则便不能复合,例如 $y=\sqrt{u^2-2}$, $u=\sin x$ 就不能复合.

即时练习 1-3

指出下列各函数的复合过程,并求其定义域:

(1) $y=\sqrt{x^2-3x+2}$;

(2) $y=e^{\cos 3x}$;

(3) $y=\ln(2+\tan^2 x)$.

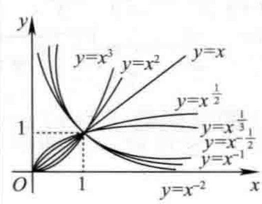
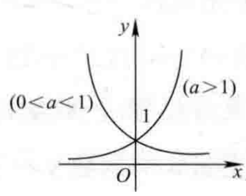
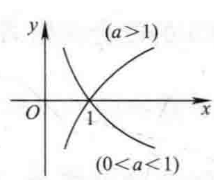
(3) 分析一个复合函数的复合过程时,每个层次都应是基本初等函数(概念见 1.1.5 节)或常数与基本初等函数的四则运算式(我们称之为简单函数). 例如,复合函数 $y=\cos[\ln(x-1)]$ 可分解为三个层次,对应的基本初等函数或简单函数为 $y=\cos u$, $u=\ln v$, $v=x-1$.

1.1.5 初等函数

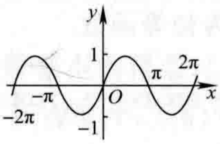
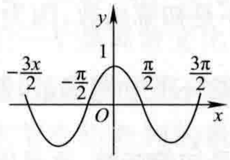
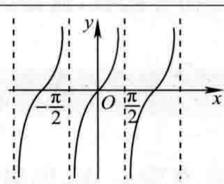
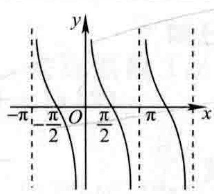
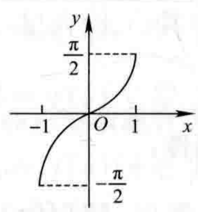
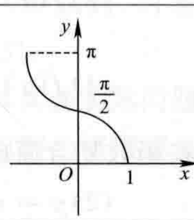
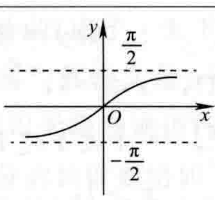
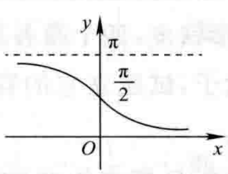
1. 基本初等函数

中学学过的幂函数 $y=x^\alpha$($\alpha\in\mathbf{R}$ 是常数),指数函数 $y=a^x$($a>0$ 且 $a\neq 1$),对数函数 $y=\log_a x$($a>0$ 且 $a\neq 1$),三角函数 $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$;反三角函数 $y=\arcsin x$, $y=\arccos x$, $y=\arctan x$, $y=\operatorname{arccot} x$ 统称为基本初等函数. 为了便于应用,将它们的定义域、值域、图形及特性列于表 1-1 中.

表 1-1 基本初等函数的图形及其性质

函数名称	表达式	定义域	图形	主要性质
幂函数	$y=x^\alpha$ (α 为实数)	随 α 的不同而不同,但在 $(0,+\infty)$ 内总有定义		① 图像过点 $(1,1)$ ② 若 $\alpha>0$,函数在 $(0,+\infty)$ 内单调增加;若 $\alpha<0$,函数在 $(0,+\infty)$ 内单调减少.
指数函数	$y=a^x$ ($a>0$, $a\neq 1$)	$(-\infty,+\infty)$		① 当 $a>1$ 时,函数单调增加;当 $0<a<1$ 时,函数单调减少 ② 图像在 x 轴上方,且都过点 $(0,1)$
对数函数	$y=\log_a x$ ($a>0$, $a\neq 1$)	$(0,+\infty)$		① 当 $a>1$ 时,函数单调增加;当 $0<a<1$ 时,函数单调减少 ② 图像在 y 轴右侧,且都过点 $(1,0)$

（续）

函数名称	表达式	定义域	图形	主要性质
三角函数	$y=\sin x$	$(-\infty,+\infty)$		① 是奇函数，周期为 2π，是有界函数 ② 在 $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加；在 $\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)$ 内单调减少 $(k\in\mathbf{Z})$
	$y=\cos x$	$(-\infty,+\infty)$		① 是偶函数，周期为 2π，是有界函数 ② 在 $((2k-1)\pi,2k\pi)$ 内单调增加；在 $(2k\pi,(2k+1)\pi)$ 内单调减少 $(k\in\mathbf{Z})$
	$y=\tan x$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$ $(k\in\mathbf{Z})$		① 是奇函数，周期为 π，是无界函数 ② 在 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加 $(k\in\mathbf{Z})$
	$y=\cot x$	$x\neq k\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$		① 是奇函数，周期为 π，是无界函数 ② 在 $(k\pi,k\pi+\pi)$ 内单调减少 $(k\in\mathbf{Z})$
反三角函数	$y=\arcsin x$	$[-1,1]$		① 奇函数，单调增加函数，有界 ② $\arcsin(-x)=-\arcsin x$
	$y=\arccos x$	$[-1,1]$		① 非奇非偶函数，单调减少函数，有界 ② $\arccos(-x)=\pi-\arccos x$
	$y=\arctan x$	$(-\infty,+\infty)$		① 奇函数，单调增加函数，有界 ② $\arctan(-x)=-\arctan x$
	$y=\operatorname{arccot} x$	$(-\infty,+\infty)$		① 非奇非偶函数，单调减少函数，有界 ② $\operatorname{arccot}(-x)=\pi-\operatorname{arccot} x$