



普通高等教育“十三五”规划教材

● 普通高等教育大学物理规划教材



大学物理实验

Experiment of University Physics

◎ 张献图 主编 ◎ 郭荣艳 李 健 副主编



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

普通高等教育“十三五”规划教材
普通高等教育大学物理规划教材

大学物理实验

主 编 张献图

副主编 郭荣艳 李 健

参 编 朱自强 秦 伟 张云丽 朱 雨

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

大学物理实验课是高等院校理工科专业必修的一门基础课程,是大学生系统学习科学实验基础知识、实验方法和实验技术的入门课程。本书共分4章。第一章为物理实验基础理论;第二章为基础性实验,力求通过24个实验项目,使学生在实验观察、分析和对物理量的测量中学习物理实验的基本方法和基本技能,了解科学实验的一般方法与特点,培养和提高学生的独立动手能力;第三章为综合性实验,共19个实验项目,学生可综合运用不同章节的知识、不同的实验技能和方法完成实验项目,目标是提高学生对实验方法和实验技能的综合运用能力。第四章是设计性实验,共安排7个实验,由学生运用所学知识独立提出实验方案及具体实施方法。

本书可作为高等学校本科生大学物理实验课程教材,也可供相关技术人员参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 张献图主编. — 北京: 电子工业出版社, 2017.9

ISBN 978-7-121-32128-3

I. ①大… II. ①张… III. ①物理学—实验—高等学校—教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第161389号

策划编辑: 张小乐

责任编辑: 张小乐

印 刷: 北京画中画印刷有限公司

装 订: 北京画中画印刷有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编: 100036

开 本: 787×1092 1/16 印张: 21.5 字数: 560千字

版 次: 2017年9月第1版

印 次: 2017年9月第1次印刷

定 价: 46.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zits@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式:(010)88254462, zhxl@phei.com.cn。

前 言

大学物理实验课是高等院校理工科专业必修的一门基础课程,是大学生系统学习科学实验基础知识、实验方法和实验技术的入门课程,对大学生科学思维方式、创新意识、实践能力、科学态度和综合素质的培养都具有极为重要的作用。

在长期的实验教学工作中,我院从事大学物理实验教学的教师在积极进行教学方法和教学内容的改革,已经编写过多本大学物理实验教材。最近几年,我校不断加大教学经费投入,对大学物理实验实验室进行了全面的更新、补充,新添了不少新的实验仪器,补充了许多新的实验项目,本教材是在此基础上编写而成的。本书包括了大学物理实验教学的各个方面,内容丰富、体例统一、行文顺畅、表述简明,便于学生学习;且涵盖的实验题目较多,涉及的仪器型号较为通用,因此,本书是一本很实用的教材。

本书共分4章。第一章为物理实验基础理论,包括绪论和数据处理等内容。第二章为基础性实验,共24个实验项目,通过这些实验,使学生在实验观察、分析和对物理量的测量中学习物理实验的基本方法和基本技能,了解科学实验的一般方法与特点,培养和提高学生的独立动手能力。本教材中有关长度、时间、质量的测量以及部分仪器的使用等预备性实验不再单独列出,而是穿插在相关的实验项目中。第三章为综合性实验,共19个实验项目,通过这些实验,使学生综合运用不同章节的知识、不同的实验技能和方法完成实验项目,提高学生对实验方法和实验技能的综合运用能力。第四章是设计性实验,安排7个项目供学生选择,一般由指导教师给出实验项目和要求,实验室提供实验条件,由学生运用已掌握的基本知识、基本原理和实验技能,提出实验的具体方案、拟定实验步骤、选定仪器设备、独立完成操作、编程、记录实验数据、绘制图表、分析实验结果等。

本教材凝聚着周口师范学院物理与电信工程学院全体物理实验教师的心血,是实验室的集体教学成果。参加本次教材编写的教师有:张献图、郭荣艳、李健、朱自强、秦伟、张云丽、朱雨。郭荣艳编写第一章以及实验三十五;李健编写实验一至实验六、实验二十五、实验二十六及附录;朱自强编写实验七至实验十、实验三十至实验三十四;秦伟编写实验十一至实验十三、实验二十七至实验二十九、实验三十六、实验四十四至实验五十;张云丽编写实验十四至实验二十、实验三十七、实验三十八;朱雨编实验二十一至实验二十四、实验三十九至实验四十三;全书的策划、统稿与定稿由张献图完成。编写过程中参阅了兄弟院校和仪器生产厂家的有关文献、资料,在此一并深表示感谢。

因编写时间和水平有限,书中难免有错误和疏漏之处,诚请广大读者不吝指正。

目 录

第一章 物理实验基础知识	1
第一节 测量与误差	1
一、测量及其分类	1
二、误差	1
三、误差的分类	2
第二节 误差估算及评定方法	5
一、算术平均值	5
二、算术平均偏差和标准偏差	5
三、不确定度	7
四、测量结果的报道	8
第三节 测量误差估算及评定	9
一、直接测量结果的误差估算及评定方法	9
二、间接测量结果的误差估算及评定方法	10
第四节 有效数字及其运算法则	12
一、有效数字的概念及其基本性质	12
二、有效数字的修约规则	13
三、有效数字的运算法则	14
四、有效数字运算注意事项	16
第五节 物理实验的基本测量方法	17
一、比较测量法	17
二、放大测量法	18
三、补偿测量法	20
四、转换测量法	20
五、模拟测量法	22
六、平衡法	24
七、干涉法	25
八、示踪法	25
九、强化法	25
第六节 常用实验数据处理方法	25
一、列表法	25
二、图像处理法	26
三、分组求差法	28
四、分组计算法	29
五、逐差法	30
六、最小二乘法	33

第二章 基础性实验	36
实验一 单摆振动的研究	36
实验二 自由落体运动特性研究	41
实验三 刚体转动惯量的测定	44
实验四 弯曲法测量横梁的杨氏模量	49
实验五 光杠杆法测量杨氏模量	52
实验六 固体密度和液体密度的测量	55
实验七 落球法测量液体的黏滞系数	59
实验八 液体比热容的测定	63
实验九 电热法测固体的比热容	66
实验十 电热法热功当量的测量	69
实验十一 混合法测量冰的熔化热	71
实验十二 非良导体热导率的测量	74
实验十三 冷却规律的研究	78
实验十四 静电场的描绘	80
实验十五 霍尔法测量圆线圈和亥姆霍兹线圈的磁场	87
实验十六 制流电路与分压电路	97
实验十七 惠斯通电桥测电阻	102
实验十八 双臂电桥测低电阻	105
实验十九 直流电表改装与校准	109
实验二十 常用电学元器件伏安特性的研究	114
实验二十一 分光计的调节及三棱镜折射率的测量	119
实验二十二 光的等厚干涉	127
实验二十三 薄透镜焦距的测量	132
实验二十四 用旋光仪测旋光性溶液的旋光率和浓度	139
第三章 综合性实验	143
实验二十五 声速的测量	143
实验二十六 用气垫导轨研究力学规律	151
实验二十七 弦上驻波的研究	161
实验二十八 受迫振动与共振的研究	168
实验二十九 压力传感器基本特性的研究	173
实验三十 温度传感器及半导体制冷实验研究	182
实验三十一 绝热膨胀法测定空气比热容比	194
实验三十二 振动法测定空气比热容比	200
实验三十三 拉脱法测量液体表面张力系数	205
实验三十四 金属线膨胀系数的测量	210
实验三十五 示波器的使用	215
实验三十六 RLC 电路暂态特性的研究	253
实验三十七 电子束在电场和磁场中的运动的研究	261

实验三十八 霍尔效应研究	270
实验三十九 偏振光实验研究	283
实验四十 迈克耳孙干涉仪	291
实验四十一 法布里-珀罗干涉仪	298
实验四十二 单丝、单缝、小孔夫琅禾费衍射	305
实验四十三 用光栅衍射法测量光波波长	308
第四章 设计性实验	313
实验四十四 热电偶定标与热电偶温度计设计	313
实验四十五 电阻温度计与非平衡电桥	314
实验四十六 温度计设计	314
实验四十七 液体密度的实时测量	315
实验四十八 电子秤的设计	315
实验四十九 单双臂电桥的设计	316
实验五十 欧姆表的改装与校准	316
附录 I 大学物理实验课程体系、内容及教学要求	318
附录 II 国际单位值 (SI)	323
附录 III 常用基本物理常量表	325
附录 IV 常见固体和液体的密度	326
附录 V 常见固体和液体的比热容	327
附录 VI 常见液体的黏滞系数	328
附录 VII 水的表面张力系数	329
附录 VIII 历年诺贝尔物理学奖获得者	330
参考文献	336

第一章 物理实验基础知识

第一节 测量与误差

一、测量及其分类

(一) 测量

测量(measurement)是人类在生活、生产和科学实验中,为了获得某一事物或某一物理量的定量信息而采用的必不可少的手段。所谓测量,就是将测量对象的某个或某些量值与标准测量工具或仪器进行比较,从而得到被测量的量值的过程。被测量的量值以测量结果的形式表示,由数值和单位两部分组成。

(二) 测量的分类

1. 按照测量方法分类

按照测量方法的不同,可将测量分为两大类:直接测量和间接测量。

(1) 直接测量

直接测量(direct measurement)是将待测量与标准仪器或者量具进行直接比较,从仪器或量具上读出量值大小的测量。例如,用游标卡尺测内径,用秒表测量时间,用物理天平测质量等都属于直接测量。

(2) 间接测量

间接测量(indirect measurement)是由一个或多个直接测得量,利用已知函数关系计算出被测量量值的测量。例如,立方体体积 $V=a^3$,自由落体测重力加速度 $g=2h/t^2$,体积 V 和重力加速度 g 都是间接测量量值,长度 a 、高度 h 和时间 t 都是直接测量量值。

2. 按照测量精度分类

按照测量精度的不同,可将测量分为等精度测量和不等精度测量。

(1)等精度测量是指在相同的测量环境参数下,同一测量者采用同一组测量仪器、同一种方法对某一物理量进行的多次重复测量。物理实验中大多采用等精度测量。

(2)不等精度测量是指部分或全部不符合等精度测量条件的其他所有的测量。

二、误差

1. 误差的定义

在确定的测量条件下,一个物理量的大小在理论上有一个确定的数值,此值称为该物理量的真值;然而,由于测量条件、测量原理、测量仪器精度、测量者等都存在各种各样的因素,实际测量值只能是真值的一个近似值,在真值附近波动。测量的误差(error)等于测量值减去被测物理量的真值,即

$$\text{测量误差}(\delta) = \text{测量值}(M) - \text{真值}(r) \quad (1.1.1)$$

式(1.1.1)所定义的误差 δ 反映了测量值偏离真值的大小和方向,可正可负。测量值 M ,对任何一个物理量,在一定条件下都具有一定的大小,是客观存在的;但真值 r 是一个理论值,通过测量无法得到。所以一切测量结果都含有误差,即使多次等精度测量,各次测量结果一般也不完全相同,更不等于被测量的真值 r ,因此测量与误差是形影不离的。误差 δ 又被称为绝对误差,与之相对应我们定义相对误差:

$$\text{相对误差}(D) = \text{测量误差}(\delta) / \text{真值}(r) \quad (1.1.2)$$

绝对误差(δ)和相对误差(D)是误差的两种数学表示形式,都可以用来表示测量的结果,根据不同的情况选择误差种类。

2. 误差的来源

(1) 仪器误差

仪器误差是指在测量时由于所使用的测量仪器仪表准确度有限而带来的误差。误差大小根据仪器本身准确度等级来确定,任何仪器都存在误差。

(2) 环境误差

环境误差是指由于测量仪器所处的环境或者测量条件偏离了仪器本身规定的最佳环境条件时引起的误差。例如,温度引起的金属膨胀、气流扰动,稳压电源的不稳定引起的电压波动,电磁屏蔽受到外界干扰等因素的影响,都会使测量产生环境误差。

(3) 测量方法或理论误差

测量方法或理论误差是指由于测量所依据的理论或者测量方法本身的局限性、比如理论存在理想近似、极限思维等,或者实验条件达不到物理理论所要求的环境条件所引起的误差。凡是在测量结果的表达式中没有反映出来,而在实际测量中又起作用的一些因素就会所引起误差。例如,测定电阻元器件的伏安特性,无论选择电流表内接或者外接,都会有误差产生,该误差就属于理论引起的误差。

(4) 人为误差

由于实验者的主观感觉、感官反应灵敏度、操作技术、估计读数能力高低等因素,可能对测量结果造成误判而产生的误差称为人为误差。

三、误差的分类

根据误差产生的原因以及误差的性质和来源,误差可分为:系统误差、随机误差和过失误差。

(一) 系统误差

1. 系统误差的定义

等精度(理论方法、实验仪器、环境和实验者不变)多次测量同一量值时,符号和绝对值的大小保持不变,或按一定规律变化的误差称为系统误差。通常系统误差可以归结为某一因素或某几种因素的函数,这种函数一般可用解析公式、曲线或数表来表达。

2. 系统误差的分类

系统误差及其产生的原因可能已知,也可能未知。系统误差包括已定系统误差和未定系统误差。

(1) 已定系统误差

已定系统误差是指符号和绝对值已经确定，在一定的条件下，采用一定的方法，对误差取值的变化规律都能确切掌握的系统误差，在测量结果中可以进行适当修正。例如，测电阻元器件的伏安特性，不管采用电流表内接或者外接，都会带来已定系统误差，我们可以采用适当的方法加以修正。

(2) 未定系统误差

未定系统误差是指不能确定变化规律及其大小和符号，而仅知最大误差范围(或误差限)的系统误差。误差限用 $\pm e$ 表示。

(3) 系统误差的研究意义

系统误差的特征是其确定性，表现为数值的恒定或按可预知的规律变化。系统误差的来源主要有仪器误差(例如电表的准确度等级不够高、物理天平的横梁与指针不够垂直，温度传感器的灵敏度不够高)，环境误差(如温度太低导致润滑油黏滞系数过大，影响实验效果；环境湿度太大时，影响尖端放电电压)，测量方法或理论误差(测电阻元器件的伏安特性，无论选择电流表内接或者外接，都会有误差产生；测液体的温度时，未考虑温度计水银泡吸收的热量)，人为误差(如有的人读游标卡尺时，主尺与副尺哪条线对齐，判断不准确，使读数总是偏大或偏小)。

由于系统误差在测量条件不变时有确定的大小和正负号，因此等精度多次测量求平均值并不能减小或消除它，必须找出系统误差产生的原因，针对原因去消除或引入修正值对测量结果进行修正。系统误差的处理是一个比较复杂的问题，一般情况找不到一个简单的公式可以遵循，需要根据具体情况做出具体的处理办法。首先要对误差进行判断和分类，然后设计一些方案将误差尽可能地减小到可以忽略的程度。一般可以从以下几个方面进行处理：

(1) 找到系统误差的存在原因；

(2) 设计合理方案，在实验前或实验中尽可能减小或消除误差；

(3) 估计残存系统误差的数值范围，对于已定系统误差，可用修正值(修正公式和修正曲线)进行修正；对于未定系统误差，尽可能估计出其误差限 $\pm e$ 。

(二) 随机误差

随机误差(random error)是指在相同条件的重复测量过程中，所得测量值一般不尽相同，这意味着每次测量的误差不同，并且不可预知测量值是偏大还是偏小，这一类由偶然性因素造成的误差，例如用秒表测量物体自由落体的时间每次不尽相同，就属于随机误差的范畴。

测量仪器、环境条件和测量人员都会带来随机误差，而这些影响往往都是随机变化的。根据随机误差的特点(随机性)可以知道，随机误差不可能修正。对于单次测量而言，随机误差是不确定的，但在相同的条件下，对某一物理量进行等精度多次测量时，随机误差就显示出明显的规律性，服从一定的统计规律，因此可以用统计方法估计其对测量结果的影响。

实践和理论都证明，大量的随机误差服从一定的统计规律(正态分布规律)，其分布曲线如图 1.1.1 所示，纵坐标 P 表示随机误差出现的概率密度，横坐标 δ 表示随机误差，这条连续对称的曲线称为随机误差的正态分布曲线，或称为高斯分布曲线。若用 σ 表示标准偏差，那么该曲线表达式为

$$P(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1.1.3)$$

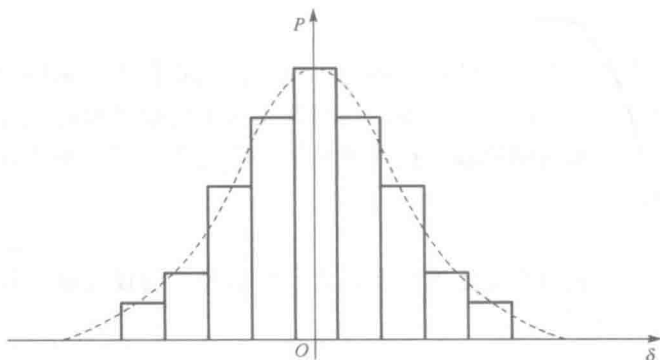


图 1.1.1 正态分布曲线示意图

随机误差的正态分布曲线特点是：

- (1) 单峰性，绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大；
- (2) 对称性，绝对值相等的正、负误差出现的概率相同；
- (3) 有界性，在一定测量条件下，误差的绝对值不超过一定限度，若随机误差的绝对值超过某一定值后，出现的概率为零，这一定值称为极限误差。

因此增加测量次数，可使正、负误差算术平均值趋向于零，随机误差可减小，但不能完全消除。

(三) 过失误差

过失误差是明显超出规定条件下预期的误差。引起过失误差的原因有：使用仪器的方法不正确，实验方法不合理，注意力不集中，错误读取示值，使用有缺陷的计量器具等。过失误差是一种人为的误差，在测量中应该避免过失误差的出现。在实验中，实验者应采取严肃认真的态度，遵守仪器使用规则；处理测量数据时，应首先检出由于过失误差导致的异常值，并将它剔除后再处理。过失误差是完全可以避免的。

(四) 评价测量结果的指标

精密性、准确度和精确度是评价测量结果好坏的三个概念，分别用来反映随机误差、系统误差和综合误差的大小，使用时应加以区别。

1. 精密性

精密性表示测量结果中随机误差大小的程度。测量的精密度高，是指测量数据比较集中，随机误差较小，但系统误差大小不明确。精密性用来反映一组测量数据的离散程度。

2. 准确度

准确度表示测量结果中系统误差大小的程度。测量的准确度高，是指测量数据的平均值偏离真值较小，测量结果的系统误差较小，但数据的离散情况即随机误差的大小不明确。准确度反映了在一定条件下，测量结果中所有系统误差的综合。

3. 精确度

精确度表示测量结果与被测量的真值之间的接近程度。测量的精确度高，是指测量数据比较集中在真值附近，即测量的系统误差和随机误差都比较小。精确度是对测量的随机误差与系统误差的综合评定。

我们以弹孔在靶上的分布图为例，说明这三个词的含义，如图 1.1.2 所示。图 1.1.2(a)中

的情况属于精密度高但准确度差，即随机误差小，系统误差大；图 1.1.2 (b) 中的情况属于准确度高但精密度较差，即系统误差小，随机误差大；图 1.1.2 (c) 中的情况属于精密度和准确度均较好，即精确度高，亦即随机误差与系统误差都小。显然，只有在图 1.1.2 (c) 的情况下，精确度才高。有时影响测量结果精度的主要因素是系统误差，有时是随机误差。一般情况下，测量的误差是系统误差与随机误差的综合。

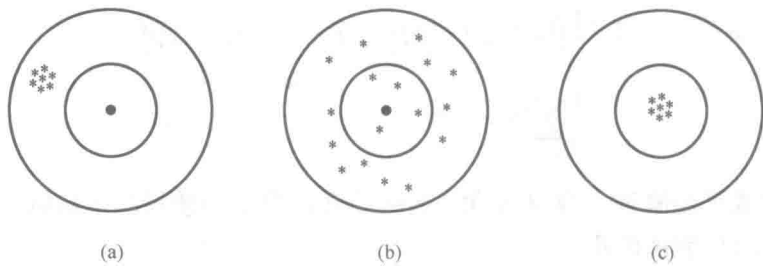


图 1.1.2 关于精密度、准确度、精确度的弹孔分布示意图

第二节 误差估算及评定方法

实验测量某一个物理量时，一般需要多次测量，而只要测量就会有误差，测量与误差密不可分。如何准确估算及评定测量结果，对测量值做出科学的评价，这是误差理论要解决的一个重要问题。对测量结果评定一般有三种方法：算术平均偏差、标准偏差(方均根偏差)和不确定度。我们在实验中，一般采用不确定度来评价测量的科学性。

一、算术平均值

设 n 次测量值为 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ ，误差为 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$ ，其真值为 r ，则：

$$(M_1 - r) + (M_2 - r) + \dots + (M_n - r) = \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n$$

将上式左边括号展开整理，两侧同除以 n ，得：

$$\frac{(M_1 + M_2 + \dots + M_n)}{n} - r = \frac{(\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n)}{n}$$

根据平均值的定义，有 $\bar{M} = (M_1 + M_2 + \dots + M_n) / n$ ，其中 $\bar{M}$ 表示测量的算术平均值。于是得到：

$$\bar{M} - r = \frac{(\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n)}{n}$$

$\bar{M} - r$ 表示算术平均值与真值之差，即算术平均值的误差。上式表示算术平均值的误差等于各个测量值误差的平均值。对各个测量值误差求平均值，随机误差有正有负，相加时可抵消一些，所以 n 越大，算术平均值中的随机误差越小，测量值的平均值越接近真值。

二、算术平均偏差和标准偏差

根据统计理论，多次测量求算术平均值，可有效减小测量误差，测量次数 n 越大，算术平均值越逼近真值。在自然科学实验测量中，我们采用多次测量求算术平均值的办法求得最佳值，用最佳值代替真值。因此，测量总是采用多次测量的算术平均值作为测量结果，它是

真值的最好近似。于是就产生了一个新的问题：算术平均值代替真值的可靠性。所以我们要对测量结果进行估算和评定(这里约定系统误差和过失误差已消除或修正，只剩下随机误差)。

1. 算术平均偏差

将某一物理量测量 n 次，求得算术平均值为 $\bar{M}$ ，则算术平均偏差(arithmetic average deviation)：

$$\begin{aligned}\bar{d} &= \frac{1}{n}(|M_1 - \bar{M}| + |M_2 - \bar{M}| + \cdots + |M_n - \bar{M}|) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |M_i - \bar{M}| \end{aligned} \tag{1.2.1}$$

式中， $\bar{d}$ 表示算术平均偏差， M_i 表示第 i 次测量值， $\bar{M}$ 表示测量的平均值。

2. 标准偏差(均方根偏差)

在测量过程中产生的误差是遵循正态分布的。物理实验中，一般采用数学期望的算术平均值和方差的开方，即均方根偏差(root-mean-square deviation)来描述服从正态分布的测量值及随机误差。由于我国采用均方根偏差作为精密度的评定标准，因此通常把均方根偏差称为标准偏差(standard deviation)，用希腊字母 σ 表示。由正态分布曲线图 1.1.1 和概率密度 $P(\delta)$ 的表达式(1.1.3)分析可知，对于同一测量值的随机误差 δ ，标准偏差 σ 越大，对应的随机误差出现的概率密度 $P(\delta)$ 越小，曲线斜率越小；若 σ 越小，对应的随机误差出现的概率密度 $P(\delta)$ 越大，曲线斜率越大。根据高等数学归一化条件，正态分布曲线以下与横坐标轴 δ 所围面积表征全部随机事件的概率为 1，于是有：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(\delta) d\delta = 1 \tag{1.2.2}$$

将式(1.1.3)代入式(1.2.2)，得：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} d\delta = 1 \tag{1.2.3}$$

式(1.2.3)表示测量误差在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内出现的概率为 100%，其数值等于曲线下的总面积。

用标准偏差 σ 来评价测量的可靠性程度有两种形式：

(1) 测量列的实验标准偏差

在真值未知情况下经过 n 次测量，可利用贝塞尔公式得到：

$$\sigma(M) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M})^2}{n-1}} \tag{1.2.4}$$

$\sigma(M)$ 称为测量列的实验标准偏差，是用残差来估算测量列中每次测量的标准差，其中 $M_i - \bar{M}$ 称为第 i 个测量值的残余误差，简称残差。由式(1.2.4)，当测量次数 n 增大时，分母增大，同时残差的个数也增加，因而分子也相应增大。统计误差理论和实验结果均表明，测量次数 n 增加不能减小测量列的标准差。当次数 n 较小时， $\sigma(M)$ 起伏较大；当 n 大到一定程度时， $\sigma(M)$ 趋于一个稳定的值。

(2) 算术平均值的标准差

在同一条件下对某一物理量进行多次等精度测量，其算术平均值的标准差为

$$\sigma(\bar{M}) = \frac{\sigma(M)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M})^2}{n(n-1)}} \quad (1.2.5)$$

式(1.2.5)表明, 标准偏差 σ 是一个描述测量结果离散程度的量。用它评定测量数据的随机误差有许多优点: 稳定性较好, σ 随测量次数变化较小; $(M_i - \bar{M})^2$ 有二次方, 只与误差的绝对值有关, 与误差的符号无关, 且能反映数据的离散程度; 与最小二乘法相吻合, 等等。关于最小二乘法将在本章第五节详细叙述。

三、不确定度

最理想的测量是获得被测物理量在测量条件下的真实值, 然而由于测量误差存在, 测量值总是偏离真值。根据误差的定义式(1.1.1), 由于真值不可能准确测得, 因而测量的误差也不可能确切获知。所以误差和真值性质一样, 都是理想概念, 它们本身就是不确定的。现实可行的办法只能是根据测量数据和测量条件进行推算(以统计方法为主)和估计, 去求得误差的估计值。于是实验测量引入一个新概念来对实验测量结果进行评估, 这个概念就是不确定度。

1. 不确定度的该概念

测量结果的不确定度 μ , 简称不确定度(uncertainty), 其基本定义为: 对测量结果可信程度的估计和评定。1992年, 国际标准化组织(ISO)发布了对测量具有指导性和规范性的文件《测量不确定度表示指南》(简称《指南》), 为世界各国不确定度的统一奠定了基础。1993年ISO和国际理论与应用物理联合会(IUPAP)等七个国际权威组织又联合发布了《指南》修订版。《指南》对实验测量的不确定度有十分严格而详尽的论述, 从此测量的不确定度评定有了国际公认的准则。

测量的不确定度是表征测量结果具有分散性的一个参数, 是被测量的真值在某个量值范围内的一个评定, 或者说它表示由于测量误差的存在而对被测量值不能确定的程度。不确定度反映了可能存在的随机误差分量和未定系统误差分量的综合分布范围。设测量值为 M , 其测量不确定度为 μ , 则真值 $r \in (M - \mu, M + \mu)$, 显然此量值区间越窄, 测量的不确定度越小, 用测量值表示真值的可靠性就越高。对测量不确定度的计算, 常以算术平均值的标准偏差来估量, 这时又称为标准不确定度。

2. 标准不确定度的分类

根据数值评定方法可将标准不确定度归并为两类。

(1) 标准不确定度的 A 类评定

在同一条件下多次重复等精度测量时, 一系列测量结果用统计分析评定方法计算的不确定度就是 A 类不确定度, 用 μ_A 表示, 主要用于评定多次测量的随机误差对测量结果的影响。

(2) 标准不确定度的 B 类评定

非统计分析评定方法计算得到的不确定度就是 B 类不确定度, 用 μ_B 表示, 主要用于评定未定系统误差对测量结果的影响(已定系统误差可以用修正值对测量结果直接进行修正)。

3. 标准不确定度的评定

(1) A 类标准不确定度 $\mu_A(M)$

如前所述, 在相同的测量条件下, 对某物理量 M 做 n 次等精度重复测量得到一组测量值:

$M_1, M_2, \dots, M_n$, 用统计的方法求得算术平均值的标准偏差:

$$\sigma(\bar{M}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M})^2}{n(n-1)}}$$

在大学物理实验中, A 类不确定度就取为算术平均值的标准偏差:

$$\mu_A(\bar{M}) = \sigma(\bar{M}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M})^2}{n(n-1)}} \quad (1.2.6)$$

(2) B 类标准不确定度 $\mu_B(M)$

对于 B 类不确定度的评定, 不对测量结果用统计分析方法, 而是用其他方法先估计(包括查阅相关资料和手册)极限误差 Δ , 并确定该项误差服从的分布规律, 然后通过以下公式计算 B 类不确定度:

$$\mu_B(M) = \frac{\Delta}{\kappa} \quad (1.2.7)$$

式中, Δ 是仪器的极限误差(也称之为容许误差或示值误差), 可以从仪器说明书或检定书、仪器的准确度等级等信息中获得, 对于粗略的测量仪器则依据仪器的分度值或实验者的经验。 κ 是置信系数(修正因子), 根据误差分布的类型而取对应的值。对于误差分布函数是均匀分布的情况, 一般情况取 $\kappa = \sqrt{3}$, 则 B 类不确定度为

$$\mu_B(M) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \quad (1.2.8)$$

本书中都近似按均匀分布处理。对于其他的分布函数, 如正态分布、三角形分布、两点分布和反正弦分布等的变换系数可查阅相关参考文献。

每种仪器都有对应的 Δ 值, 可以查阅仪器的使用说明书或检定书。对于没有明确给出 Δ 值的测量仪器, 可以用以下方法获得: ①查阅仪器的使用说明书, 用容许误差代替 Δ 值; ②对于分准确度等级的仪器, 如物理天平、电流表、电压表可依据仪器的准确度等级进行计算, 如满量程为 15V 的指针式电压表, 其等级为 0.1, 则极限误差可取为 $\Delta = 15 \times 0.1\% = 0.015(\text{V})$; ③对于查不到或者没有准确度等级的仪器, 可以选取仪器的最小分度值或者拟一个估计值作为 Δ 值, 如精密度为 0.01mm 的螺旋测微器, 可取 $\Delta = 0.01\text{mm}$, 最小分度为 1mm 的米尺, 可估计为 $\Delta = 0.2\text{mm}$; ④对于特殊的测量仪器或设备可依据实验室或实验指导老师给定的数值来确定 Δ 值。

(3) 标准不确定度的合成

在相同条件下, 对某物理量 M 进行多次等精度测量时, 对待测量 M 的 A 类不确定度 $\mu_A(M)$ 和 B 类不确定度 $\mu_B(M)$ 进行方根合成得到标准不确定度的 $\mu(M)$, 即

$$\mu(M) = \sqrt{\mu_A^2(M) + \mu_B^2(M)} \quad (1.2.9)$$

四、测量结果的报道

对于测量结果, 我们需要计算平均值和不确定度, 还需要对测量结果进行报道, 表示为

$$M = \bar{M} + \mu(M) \quad (1.2.10)$$

相对不确定为

$$\mu_r(M) = \frac{\mu(M)}{\bar{M}} \quad (1.2.11)$$

用相对不确定度对测量结果进行报道:

$$M = \bar{M}[1 + \mu(M)] \quad (1.2.12)$$

特别说明, 对于测量结果的报道, 要特别注意有效数字不能随意增减。对于测量结果的有效数字, 将在本章第四节详细介绍。

第三节 测量误差估算及评定

一、直接测量结果的误差估算及评定方法

(一) 单次测量误差的估算及评定

在实验测量中, 往往由于条件不允许或者实验的不可重复性等原因, 对一个物理量的测量只能进行一次, 无法通过统计方法计算不确定度, 那么测量结果的误差估算常以测量仪器误差来评定。例如用 50 分度游标卡尺测量一个工件的长度, 50 分度游标卡尺的仪器误差为 0.02mm, 我们就认为测量的不确定度为 $\pm 0.02\text{mm}$ 。

对于实际使用中的测量仪器, 如果该仪器没有标明误差, 那么一般用以下方法来确定测量的不确定度:

(1) 可取仪器及表盘上最小刻度值一半作为单次测量值的测量的不确定度。

(2) 电学与电子类仪器的仪器误差主要根据仪器的准确度等级来确定测量的不确定度 μ_m :

$$\mu_m = \text{量程} \times \text{仪器准确度等级}\% \quad (1.3.1)$$

电表的准确度等级级别一般分为七级: 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5 和 5.0 级。

例 1 用一个准确度等级为 0.1 级, 量程数为 $100\mu\text{A}$ 的灵敏电流表, 在某次科学实验中捕获了一个瞬间电流值 $52.6\mu\text{A}$, 计算测量结果并加以报道。

解: 电流的测量值为

$$I_{\text{测}} = 52.6\mu\text{A}$$

测量的不确定度为

$$\mu_1 = 100\mu\text{A} \times 0.1\% = 0.1\mu\text{A}$$

于是我们得到瞬间电流的测量值为

$$I = I_{\text{测}} \pm \mu_1 = (52.6 \pm 0.1)\mu\text{A}$$

(二) 多次测量误差的估算及评定

为了减小测量误差, 使得测量值尽可能逼近真值, 总是采用多次等精度测量求平均值的方法。多次测量, 求得平均值; 再根据测量的性质, 求得不确定度, 然后对测量结果进行报道。下面举例说明。

例 2 用 50 分度的游标卡尺测量某机械零件的长度, 共测量 10 次, 测量数据如下表:

次 序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均值
长度 L (mm)	14.96	14.94	14.96	14.92	14.96	14.94	14.96	14.92	14.92	14.96	

计算测量结果，并加以报道。

解：(1) 求长度的平均值

$$\bar{L} = \frac{1}{10}(14.96 \times 5 + 14.94 \times 2 + 14.92 \times 3) \approx 14.94(\text{mm})$$

(2) 求测量值的标准不确定度

① 计算测量值的 A 类不确定度，由式(1.2.6)得：

$$\begin{aligned}\mu_A(\bar{L}) &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (L_i - \bar{L})^2}{10(10-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(14.96 - 14.94)^2 \times 5 + (14.94 - 14.94)^2 \times 2 + (14.92 - 14.94)^2 \times 3}{10 \times 9}} \\ &\approx 0.00596(\text{mm})\end{aligned}$$

② 计算测量值的 B 类不确定度，由式(1.2.7)得：

$$\mu_B(\bar{L}) = \frac{\Delta}{\kappa} = \frac{0.02}{\sqrt{3}} = 0.012(\text{mm})$$

③ 不确定度的合成：

$$\mu(\bar{L}) = \sqrt{\mu_A^2(\bar{L}) + \mu_B^2(\bar{L})} = \sqrt{0.00596^2 + 0.012^2} \approx 0.0134(\text{mm})$$

(3) 对测量结果的报道：

$$\text{零件长度： } L = \bar{L} \pm \mu(\bar{L}) = (14.94 \pm 0.01)\text{mm}$$

例 2 中对实验数据的处理，我们计算了测量值的平均值并且利用标准不确定度对测量的误差进行了评定，这样的数据处理方法比较科学。既用统计学方法对不确定度进行评定，此时主要考虑了测量的随机误差；又用非统计学的方法进行评定，此时主要考虑了系统误差；最后用方根合成两类不确定度，得到总的不确定度。目前对测量结果的估算和评定建议采用不确定度，还是比较科学和合理的。

二、简接测量结果的误差估算及评定方法

在大学物理实验中，仅用直接测量往往达不到实验目的，一般情况都需要间接测量，即直接测量的量通过已知的函数关系运算求得实验结果。由于直接测量会引入误差，那么经过函数关系的间接测量值必然也会产生误差，这就是误差的传递。

(一) 一般误差的传递公式

设间接测量值 M ，与直接测量值 x, y, z 有函数关系：

$$M = f(x, y, z) \quad (1.3.2)$$

对式(1.3.2)求全微分，得：