

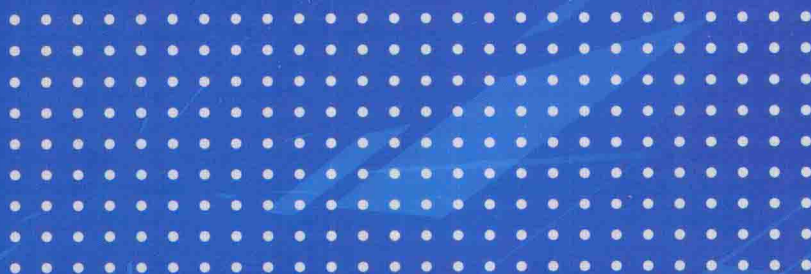


L I X U E J I C H U S H I Y A N

力学基础实验

主 编 张大志

副主编 李 健 刘 军 王心弘 徐香新 郁世刚



东北大学出版社
Northeastern University Press

力学基础实验

主 编 张大志

副主编 李 健 刘 军 王心弘 徐香新 郁世刚

东北大学出版社

· 沈 阳 ·

© 张立志 2018

图书在版编目 (CIP) 数据

力学基础实验 / 张立志主编. — 沈阳: 东北大学出版社, 2018. 1

ISBN 978-7-5517-1815-8

I. ①力… II. ①张… III. ①力学—实验 IV.
①O3-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 029493 号

出 版 者: 东北大学出版社

地址: 沈阳市和平区文化路三号巷 11 号

邮编: 110819

电话: 024-83683655(总编室) 83687331(营销部)

传真: 024-83687332(总编室) 83680180(营销部)

网址: <http://www.neupress.com>

E-mail: neuph@neupress.com

印 刷 者: 沈阳市第二市政建设工程公司印刷厂

发 行 者: 东北大学出版社

幅面尺寸: 185mm × 260mm

印 张: 7.25

字 数: 150 千字

出版时间: 2018 年 1 月第 1 版

印刷时间: 2018 年 1 月第 1 次印刷

责任编辑: 任彦斌

责任校对: 严 冰

封面设计: 潘正一

责任出版: 唐敏志

ISBN 978-7-5517-1815-8

定 价: 21.00 元

前 言

力学是研究物质机械运动规律的科学，力学实验是力学课程必不可少的组成部分，是重要的实践性教学环节。学生通过实验证明和推导理论公式，用理论知识解释、分析实验结果，以达到巩固理论知识和学会实验方法的目的。

本书是根据《高等学校理工科非力学专业力学基础课程教学基本要求》中关于实验教学的有关要求，结合《理论力学》和《材料力学》实验教学大纲内容，运用现有的仪器设备，总结多年来实验课程教学和改革经验编写而成。本书的编写旨在让学生掌握力学实验的基本知识、技能和方法，分析、解决工程实际问题的能力，增强学生开拓创新的意识。

本书主要包括以下内容：机械振动基础，材料力学实验扩展部分的理论知识，振动实验项目 5 项，材料力学实验项目 15 项。完成全部教学内容大约需要 26 学时。为了使学生养成良好的实验操作习惯，便于实验数据整理和分析，书后附有各实验项目的实验报告书。

本书由东北大学理学院力学实验中心组织编写。在编写本书的过程中，得到了东北大学力学系、力学实验中心的领导和老师们的大力支持。本书的绪论部分由李健、刘军编写，振动实验部分由张大志编写，材料力学实验部分由王心弘、郁世刚、徐香新编写。全书由张大志统稿。

由于编者的水平有限，书中难免有不妥之处，恳请各位老师、同行以及同学们批评指正，并多提宝贵建议，以便我们进一步完善和修订。

编 者

2017 年 10 月

目 录

第1章 绪 论	1
§1-1 机械振动基础	1
§1-2 材料力学基本理论	11
第2章 振动实验	19
§2-1 简谐振动的的基本参数测量及振动传感器的标定	19
§2-2 单自由度系统固有频率及阻尼系数的测定	22
§2-3 简支梁振动特性的研究	25
§2-4 单圆盘转子临界转速的测量实验	27
§2-5 振型研究实验	29
第3章 材料力学实验	32
§3-1 拉伸实验	32
§3-2 压缩实验	35
§3-3 扭转实验	37
§3-4 电阻应变测量基本原理	40
§3-5 弹性模量 E 及泊松比 μ 的测定	42
§3-6 梁弯曲正应力测定	44
§3-7 复合梁实验	46
§3-8 薄壁圆筒在弯扭组合变形下的应力测定	49
§3-9 薄壁开口截面的弯曲中心测定	51
§3-10 功的互等定理实验	53
§3-11 压杆稳定实验	54
§3-12 刚架组合设计与应力分析实验	57
§3-13 等强度梁冲击动应力及动荷系数测试实验	59
§3-14 复合材料力学性能分析实验	60
§3-15 冲击实验	62
参考文献	65
附录 力学实验报告	67

第1章 绪论

§ 1-1 机械振动基础

机械振动在日常生活和工程中普遍存在,如发动机的振动、地震等,其主要特点是物体围绕其平衡位置做往复运动。掌握机械振动的基本规律,可以更好地趋利避害。机械系统的振动可以简化为单自由度系统、多自由度系统以至连续体等振动模型,本章通过单自由度系统的振动来了解机械振动最基本的规律。

一、单自由度系统的自由振动

1. 自由振动微分方程

工程中许多振动系统可简化为一个弹簧质量系统(如图1-1-1),设弹簧原长为 l_0 ,刚度系数为 k 。在重力 $P = mg$ 的作用下弹簧的变形为 δ_{st} ,称为静变形,这一位置为平衡位置。平衡时重力 P 和弹性力 F 大小相等,即 $P = k\delta_{st}$ 。

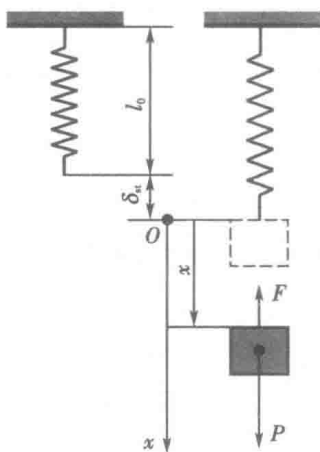


图1-1-1 弹簧质量系统

取重物的平衡位置点 O 为坐标原点,取 x 轴的正向铅直向下,则重物在任意位置 x 处弹簧力 F 在 x 轴上的投影为

$$F_x = -k\delta = -k(\delta_{st} + x)$$

其运动微分方程为

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = P - k(\delta_{st} + x)$$

考虑 $P = k\delta_{st}$,则上式变为

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \tag{1-1-1}$$

式(1-1-1)表明，物体偏离平衡位置于坐标 x 处，将受到与偏离距离成正比而与偏离方向相反的合力，称此力为恢复力。只在恢复力作用下维持的振动称为无阻尼自由振动。将式(1-1-1)两端除以质量 m ，并设

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \tag{1-1-2}$$

移项后得

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \tag{1-1-3}$$

式(1-1-3)为无阻尼自由振动微分方程的标准形式，它是一个二阶齐次线性常系数微分方程。其解可写为

$$x = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t \tag{1-1-4}$$

其中 C_1 和 C_2 是积分常数，由运动的起始条件确定。式(1-1-4)可改写为

$$x = A \sin(\omega_0 t + \theta) \tag{1-1-5}$$

式(1-1-5)表示无阻尼自由振动是简谐振动，其运动图线如图 1-1-2 所示。

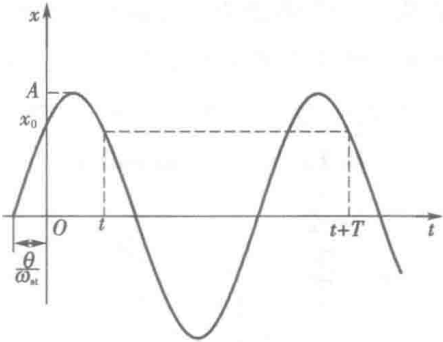


图 1-1-2 无阻尼自由振动运动图线

2. 无阻尼自由振动的特点

(1) 固有频率

无阻尼自由振动是简谐振动，是一种周期振动，其运动规律 $x(t)$ 可以写为

$$x(t) = x(t + T)$$

其中 T 为常数，称为周期，单位符号为 s，其角度周期为 2π ，由此得自由振动周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \tag{1-1-6}$$

从上式得

$$\omega_0 = 2\pi \frac{1}{T} = 2\pi f \tag{1-1-7}$$

其中 $f = \frac{1}{T}$ 称为振动的频率，表示每秒钟的振动次数，其单位符号为 1/s 或 Hz(赫兹)。 ω_0

$= 2\pi f$, 表示 2π 秒内的振动次数, 单位符号为 rad/s (弧度/秒)。由式(1-1-2)知 ω_0 只与表征系统本身特性的质量 m 和刚度 k 有关, 而与运动的初始条件无关, 它是振动系统固有的特性, 所以称 ω_0 为固有角(圆)频率(一般也称为固有频率)。固有频率是振动理论中的重要概念, 它反映了振动系统的动力学特性, 计算系统的固有频率是研究系统振动问题的重要课题之一。

将 $m = P/g$ 和 $k = P/\delta_{st}$ 代入式(1-1-2), 得

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} \quad (1-1-8)$$

上式表明: 对上述振动系统, 只要知道重力作用下的静变形, 就可求得系统的固有频率。然后将初始条件代入位移和速度表达式并联立求解可得振幅 A 和初相角 θ 的表达式。

(2) 振幅与初相角

在谐振动表达式(1-1-5)中, A 表示相对于振动中心点 O 的最大位移, 称为振幅。 $(\omega_0 t + \theta)$ 称为相位(或相位角), 相位决定了质点在某瞬时 t 的位置, 它具有角度的量纲, 而 θ 称为初相角, 它决定了质点运动的起始位置。自由振动中的振幅 A 和初相角 θ 是两个待定常数, 它们由运动的初始条件确定。设在起始 $t=0$ 时, 物块的坐标 $x = x_0$, 速度 $v = v_0$, 为求 A 和 θ , 现将式(1-1-5)两端对时间 t 求一阶导数, 得物块的速度, 然后将初始条件代入位移和速度表达式, 联立求解即可得振幅 A 和初相角 θ 的表达式为

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}}, \tan\theta = \frac{\omega_0 x_0}{v_0} \quad (1-1-9)$$

从上式可以看到, 自由振动的振幅和初相角都与初始条件有关。

3. 其他类型的单自由度振动系统

除弹簧与质量组成的振动系统外, 工程中还有很多振动系统, 如扭振系统、多体系统等, 这些系统形式上虽然不同, 但它们的运动微分方程却具有相同的形式。

图 1-1-3 为一扭振系统, 其中圆盘对于中心轴的转动惯量为 J_0 , 刚性固结在扭杆的一端。扭杆另一端固定, 圆盘相对于固定端的扭转角度用 φ 表示, 扭杆的扭转刚度系数为 k_t , 它表示使圆盘产生单位扭角所需的力矩。根据刚体转动微分方程可建立圆盘转动的运动微分方程为

$$J_0 \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -k_t\varphi$$

令 $\omega_0^2 = \frac{k_t}{J_0}$, 则上式可变为

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0$$

此式与(1-1-3)具有相同形式。

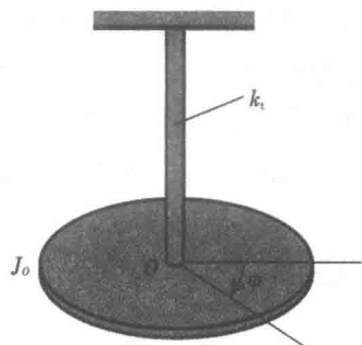


图 1-1-3 扭振系统

二、单自由度系统的有阻尼自由振动

1. 阻尼

上节所研究的振动因不受阻力作用，振幅将不随时间改变，振动过程将无限地进行下去。但实际中的自由振动由于阻力的存在而不断消耗振动能量，使振幅不断减小。振动过程中的阻力习惯上称为阻尼。常见阻尼有介质阻尼、内阻尼和干摩擦阻尼等。当振动速度不大时，由于介质黏性引起的阻力近似地与速度的一次方成正比，这样的阻尼称为黏性阻尼。设振动质点的运动速度为 v ，则黏性阻尼的阻力 F_d 可以表示为

$$F_d = -cv \tag{1-1-10}$$

其中比例常数 c 称为黏性阻力系数(简称为阻力系数)，负号表示阻力与速度的方向相反。当振动系统中存在黏性阻尼时，经常用如图 1-1-4a 所示的阻尼元件 c 表示。一般的机械振动系统都可以简化为由惯性元件(m)、弹性元件(k)和阻尼元件(c)组成的系统。

2. 振动微分方程

建立图 1-1-4 所示系统的自由振动微分方程。以平衡位置为坐标原点，物块的运动微分方程为

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - c \frac{dx}{dt}$$

将上式两端除以 m ，并令

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \delta = \frac{c}{2m}$$

ω_0 为固有角(圆)频率，称 δ 为阻尼系数，前式可整理得

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \tag{1-1-11}$$

上式是有阻尼自由振动微分方程的标准形式，它仍是一个二阶齐次常系数线性微分方程，其通解为

$$x = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} \tag{1-1-12}$$

其中

$$r_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}, r_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

上述解中, 本征根为实数或复数时, 运动规律有很大的不同, 因此下面按 $\delta < \omega_0$, $\delta > \omega_0$ 和 $\delta = \omega_0$ 三种不同状态分别进行讨论。

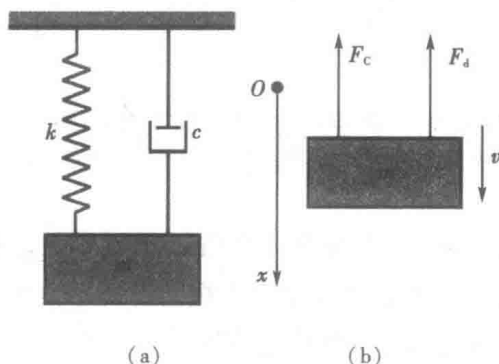


图 1-1-4 单自由度系统的有阻尼自由振动

3. 欠阻尼状态

当 $\delta < \omega_0$ 时, 阻力系数 $c < 2\sqrt{mk}$, 这时阻尼较小, 称为欠阻尼状态。这时本征方程的两个根为共轭复数, 微分方程的解可以根据欧拉公式写成

$$x = Ae^{-\delta t} \sin(\omega_d t + \theta) \quad (1-1-13)$$

其中 A 和 θ 为两个积分常数, 由运动的初始条件确定; $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, 表示有阻尼自由振动的固有角(圆)频率。设在初瞬时 $t = 0$, 质点的坐标为 $x = x_0$, 速度 $v = v_0$, 可求得有阻尼自由振动中的初始幅值和初相角:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{(v_0 + \delta x_0)^2}{\omega_0^2 - \delta^2}} \quad (1-1-14)$$

$$\tan \theta = \frac{x_0 \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}{v_0 + \delta x_0} \quad (1-1-15)$$

式(1-1-13)是欠阻尼状态下的自由振动表达式, 这种振动的振幅是随时间不断衰减的, 所以又称为衰减振动(如图 1-1-5)。这种振动不符合周期振动的定义, 所以不是周期振动。但这种振动仍然是围绕平衡位置的往复运动, 仍具有振动的特点。

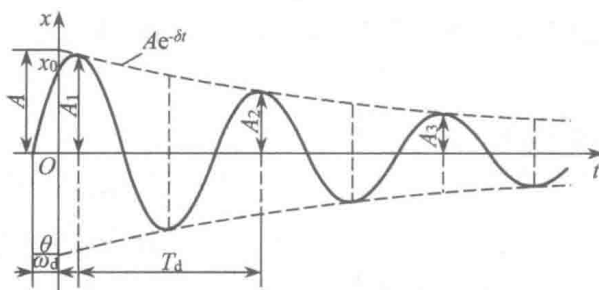


图 1-1-5 衰减振动曲线

将质点从一个最大偏离位置到下一个最大偏离位置所需的时间称为衰减振动的周期, 记为 T_d , 可知

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (1-1-16)$$

其中

$$\zeta = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{c}{2\sqrt{mk}}, T_d = \frac{T}{\sqrt{1 - \zeta^2}}, f_d = \frac{f}{\sqrt{1 - \zeta^2}}, \omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (1-1-17)$$

ζ 称为阻尼比。阻尼比是振动系统中反映阻尼特性的重要参数，在欠阻尼状态下， $\zeta < 1$ 。由上式可以看到，由于阻尼的存在，使系统自由振动的周期增大，频率减小。由衰减振动的运动规律式(1-1-13)可见， $Ae^{-\delta t}$ 相当于振幅。设在某瞬时 t_i ，振动达到的最大偏离值为 A_i ，有

$$A_i = Ae^{-\delta t_i}$$

经过一个周期 T_d 后，系统到达另一个比前者略小的最大偏离值 A_{i+1} ，有

$$A_{i+1} = Ae^{-\delta(t_i + T_d)}$$

这两个相邻振幅之比为

$$\eta = \frac{A_i}{A_{i+1}} = \frac{Ae^{-\delta t_i}}{Ae^{-\delta(t_i + T_d)}} = e^{\delta T_d} \quad (1-1-18)$$

η 称为减缩因数。从上式可以看到，任意两个相邻振幅之比为一常数，所以衰减振动的振幅呈几何级数减小。上述分析表明，在欠阻尼状态下，阻尼对自由振动的频率影响较小；但阻尼对自由振动的振幅影响较大，使振幅呈几何级数下降。对式(1-1-18)的两端取自然对数得

$$\Lambda = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}} = \delta T_d \quad (1-1-19)$$

Λ 称为对数减缩。整理上面两式可以建立对数减缩与阻尼比的关系为

$$\Lambda = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \approx 2\pi\zeta \quad (1-1-20)$$

上式表明对数减缩 Λ 与阻尼比 ζ 之间只差 2π 倍，因此 Λ 也是反映阻尼特性的一个参数。

4. 临界阻尼和过阻尼状态

当 $\delta = \omega_0$ ($\zeta = 1$) 时，称为临界阻尼状态。这时系统的阻力系数用 c_{cr} 表示， c_{cr} 称为临界阻力系数，且有 $c_{cr} = 2\sqrt{mk}$ 。当 $\delta > \omega_0$ ($\zeta > 1$) 时，称为过阻尼状态，此时阻力系数 $c > c_{cr}$ 。无论临界阻尼状态还是过阻尼状态，系统均为非周期的蠕动，不再具有振动性质。

三、单自由度系统的有阻尼受迫振动

工程中的自由振动，都会由于阻尼的存在而逐渐衰减，最后完全停止。但实际上又存在有大量的持续振动，这是由于外界有能量输入以补充阻尼的消耗，一般都承受外加的激振力。在外加激振力作用下的振动称为受迫振动。简谐激振力是一种典型的周期变化的激

振力, 简谐力 F 随时间变化的关系可以写成

$$F = H\sin(\omega t + \varphi) \quad (1-1-21)$$

其中 H 称为激振力的力幅, 即激振力的最大值; ω 是激振力的角频率; φ 是激振力的初相角, 它们都是定值。

图 1-1-6 所示的有阻尼振动系统, 设物块的质量为 m , 作用在物块上的力有线性恢复力 F_e 、黏性阻尼力 F_d 和简谐激振力 F 。若选平衡位置 O 为坐标原点, 坐标轴铅直向下, 则各力在坐标轴上的投影为

$$F_e = -kx, F_d = -cv = -c \frac{dx}{dt}, F = H\sin\omega t$$

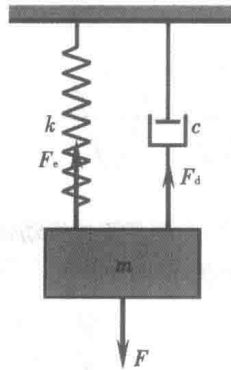


图 1-1-6 有阻尼振动系统

可建立质点运动微分方程

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - c \frac{dx}{dt} + H\sin\omega t$$

将上式两端除以 m , 并令

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, 2\delta = \frac{c}{m}, h = \frac{H}{m}$$

整理得

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = h\sin\omega t \quad (1-1-22)$$

这是有阻尼受迫振动微分方程的标准形式, 是二阶线性常系数非齐次微分方程, 其解由齐次方程的通解和特解(如式(1-1-23))组成。

$$x_2 = b\sin(\omega t - \varepsilon) \quad (1-1-23)$$

其中 ε 表示受迫振动的相位角落后于激振力的相位角。将上式代入振动方程可得

$$-b\omega^2 \sin(\omega t - \varepsilon) + 2\delta b \cos(\omega t - \varepsilon) + \omega_0^2 b \sin(\omega t - \varepsilon) = h\sin\omega t$$

整理后有

$$[b(\omega_0^2 - \omega^2) - h\cos\varepsilon] \sin(\omega t - \varepsilon) + (2\delta b\omega - h\sin\varepsilon) \cos(\omega t - \varepsilon) = 0$$

对任意瞬时 t , 上式都必须是恒等式, 则有

$$b(\omega_0^2 - \omega^2) - h\cos\varepsilon = 0$$

$$2\delta b\omega - h\sin\varepsilon = 0$$

将上述两方程联立, 可解出

$$b = \frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}} \quad (1-1-24)$$

$$\tan\varepsilon = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (1-1-25)$$

于是得振动方程的全解为

$$x = Ae^{-\delta t} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}t + \theta) + b\sin(\omega t - \varepsilon) \quad (1-1-26)$$

其中 A 和 θ 为积分常数, 由运动的初始条件确定。通过上面的分析可以知道, 有阻尼受迫振动由衰减振动和受迫振动两部分合成, 其示意图可见图 1-1-7 所示。

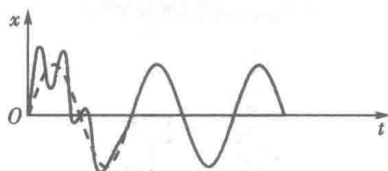


图 1-1-7 有阻尼受迫振动合成示意图

由于阻尼的存在, 第一部分振动随时间的增加, 很快地衰减了, 衰减振动有显著影响的这段过程称为过渡过程(或称瞬态过程)。一般来说, 过渡过程是很短暂的, 以后系统基本上按第二部分受迫振动的规律进行振动, 过渡过程以后的这段过程称为稳态过程。下面着重研究稳态过程的振动。

由受迫振动的运动方程可知, 虽然有阻尼存在, 受简谐激振力作用的受迫振动仍然是谐振动, 其振动频率 ω 等于激振力的频率, 其振幅表达式见式(1-1-24)。可以看到受迫振动的振幅不仅与激振力的力幅有关, 还与激振力的频率以及振动系统的参数 m , k 和阻力系数 c 有关。为了清楚地表达受迫振动的振幅与其他因素的关系, 将不同阻尼条件下的振幅频率关系用曲线表示出来, 如图 1-1-8 所示。横轴表示频率比 $s = \frac{\omega}{\omega_0}$, 纵轴表示振幅比 $\beta = \frac{b}{b_0}$ 。

从图中可以看出:

(1) $\omega \ll \omega_0$ 时, 阻尼对振幅的影响甚微, 这时可忽略系统的阻尼而当作无阻尼受迫振动处理。

(2) 当 $\omega \rightarrow \omega_0$ (即 $s \rightarrow 1$) 时, 振幅显著地增大。这时阻尼对振幅有明显的影 响, 即阻尼增大, 振幅显著地下降。

当 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \omega_0\sqrt{1 - 2\zeta^2}$ 时, 振幅 b 具有最大值 $b_{\max}$, 这时的频率 ω 称为共振频率。在共振频率下的振幅为

$$b_{\max} = \frac{b_0}{2\delta\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

在一般情况下, 阻尼比 $\zeta \ll 1$, 这时可以认为共振频率 $\omega = \omega_0$, 即当激振力频率等于系统固有频率时, 系统发生共振。共振的振幅为

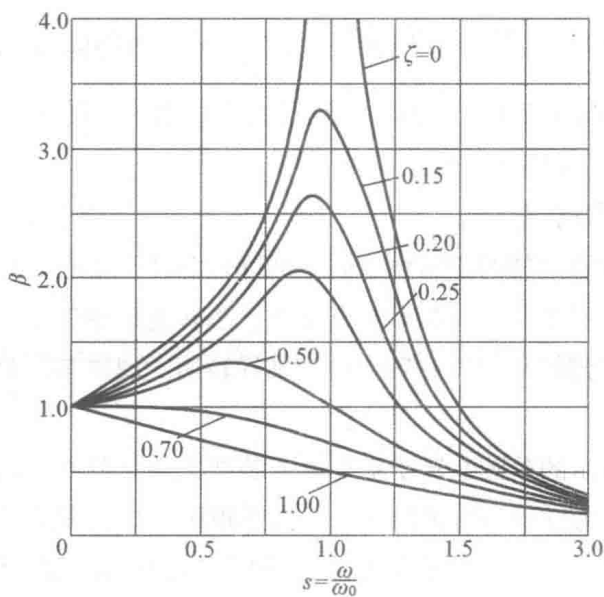


图 1-1-8 幅频曲线

$$b_{\max} \approx \frac{b_0}{2\zeta}$$

(3) 当 $\omega \gg \omega_0$ 时，阻尼对受迫振动的振幅影响也较小，这时又可以忽略阻尼，将系统当作无阻尼系统处理。

由式(1-1-26)知，有阻尼受迫振动的相位角总比激振力落后一个相位角 ε ， ε 称为相位差。式(1-1-25)表达了相位差 ε 随谐振力频率的变化关系。根据式(1-1-25)可以画出相位差 ε 随激振力频率的变化曲线(相频曲线)，如图 1-1-9 所示。由图中曲线可

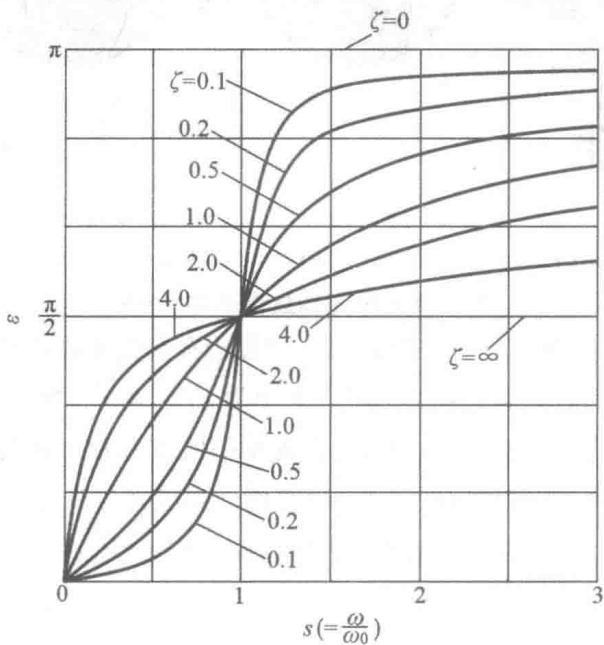


图 1-1-9 相频曲线

以看到：相位差总是在 0° 至 180° 区间变化，是一单调上升的曲线。共振时， $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ ， $\varepsilon = 90^\circ$ ，阻尼值不同的曲线都交于这一点。当越过共振区之后，随着频率 ω 的增加，相位差趋近 180° ，这时激振力与位移反相。

四、转子的临界转速

工程中的回转机械在运转时经常由于转轴的弹性和转子偏心而发生振动。当转速增至某个特定值时，振幅会突然加大，振动异常激烈，当转速超过这个特定值时，振幅又会很快减小。使转子发生激烈振动的特定转速称为临界转速。现以单圆盘转子为例，说明这种现象。

图 1-1-10(a) 所示的单圆盘转子垂直地安装在无质量的弹性转轴上。设圆盘的质量为 m ，质心为 C ，点 A 为圆盘与转轴的交点，偏心距 $e = AC$ 。圆盘与转轴一起以匀角速度 ω 转动时，由于惯性力的影响，转轴将发生弯曲而偏离原固定的几何轴线 z 。设点 O 为 z 轴与圆盘的交点， $r_A = OA$ 为转轴上点 A 的挠度(变形)，如图 1-1-10(b) 的俯视图所示。

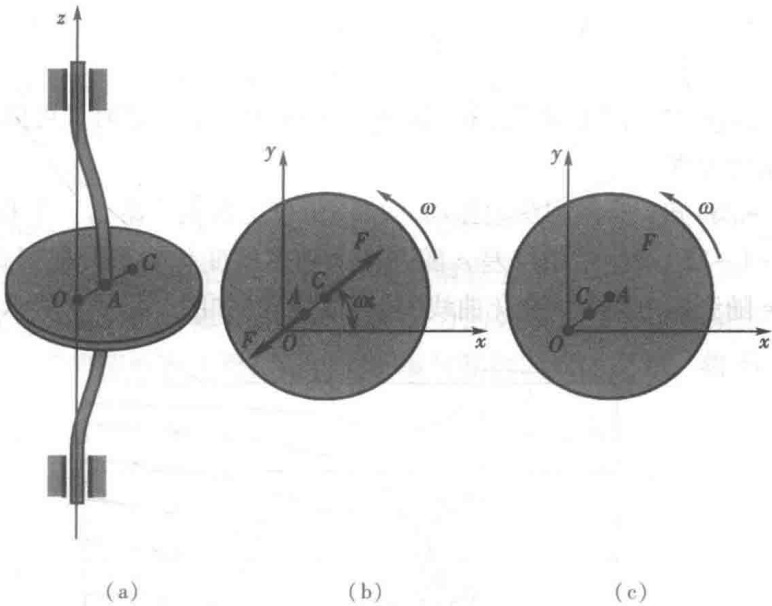


图 1-1-10 单圆盘转子临界转速

设转轴安装于圆盘的中点，当轴弯曲时，圆盘仍在自身平面内绕点 O 匀速转动。圆盘惯性力的合力 F_1 通过质心，背离轴心点 O ，大小为 $F_1 = m\omega^2 \cdot OC$ 。作用于圆盘上的弹性恢复力 F 指向轴心点 O ，大小为 $F = kr_A$ ， k 为轴的刚度系数。由达朗贝尔原理，惯性力 F_1 与恢复力 F 相互平衡，因而点 O ， A ， C 应在同一直线上，且有

$$kr_A = m\omega^2 \cdot OC = m\omega^2(r_A + e) \tag{1-1-27}$$

由此解出 A 点挠度

$$r_A = \frac{m\omega^2 e}{k - m\omega^2} \tag{1-1-28}$$

以 m 除式(1-1-28)的分子与分母, 并注意 $\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$ 为此系统的固有频率, 则式(1-1-28)为

$$r_A = \frac{\omega^2 e}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (1-1-29)$$

式(1-1-29)中的 ω_0 、 e 为定值, 当转动角速度 ω 从 0 逐渐增大时, 挠度 r_A 也逐渐增大, 当 $\omega = \omega_0$ 时, r_A 趋于无穷大。实际上由于阻尼和非线性刚度的影响, r_A 为一很大的有限值。使转轴挠度异常增大的转动角速度称为临界角速度, 记为 ω_{cr} 它等于系统的固有频率 ω_0 ; 此时的转速称为临界转速, 记为 n_{cr} 。

当 $\omega > \omega_{cr}$ 时, 式(1-1-29)为负值, 习惯上挠度取正值, r_A 取其绝对值; ω 再增大时, 挠度值 r_A 迅速减小而趋于定值 e (偏心距)。此时质心位于点 A 与点 O 之间, 如图 1-1-10(c) 所示。当 $\omega \gg \omega_{cr}$ 时 $r_A \approx e$, 这时质心 C 与轴心点 O 趋于重合, 即圆盘绕质心 C 转动, 这种现象称为自动定心现象。

偏心转子转动时, 由于惯性力作用, 弹性转轴将发生弯曲而绕原几何轴线转动, 称“弓状回转”。此时转轴对轴承压力的方向是周期性变化的, 这个力作用在机器上, 将使机器发生振动。当转子的角速度接近临界角速度, 也就是接近系统的固有频率时, 转轴的变形和惯性力都急剧增大, 对轴承作用很大的动压力, 机器将发生剧烈的振动。所以, 在一般情况下, 转子不允许在临界转速下运转, 只能在远低于或远高于临界转速下运行。

§ 1-2 材料力学基本理论

本册教材共包含材料力学实验 15 个, 其中“复合材料力学性能分析实验”、“冲击试验”和“薄壁开口截面的弯曲中心测定”实验需要一定的理论基础, 本章节内容主要为这几部分的实验提供理论支持。

一、冲击韧性

冲击强度用于评价材料的抗冲击能力或判断材料的脆性和韧性程度, 因此冲击强度也称冲击韧性。工程上对各种材料抗冲击能力的衡量, 是以冲断具有切槽的标准试件所需要的能量多少为标志的。材料抵抗冲击的能力须通过冲击试验来测定, 我国金属材料冲击试验方法标准为 GB/T229—2007《金属材料 夏比摆锤冲击试验方法》。为了便于比较, 实验采用标准试件, 我国通用的标准试件为两端铰支的弯曲试样。试样的中央开着半圆型切槽, 称为 U 形槽试样, 如图 1-2-1(a) 所示, 为了避免材料不均匀和切槽不准确的影响, 试验时每组试件不应少于 4 根。试件上开切槽是为了使切槽区域高度应力集中, 这样, 切槽附近区域内便集中较多的能量, 切槽地步越尖锐就越能体现上述要求, 所以有时也采用 V 形切槽试样, 如图 1-2-1(b) 所示。

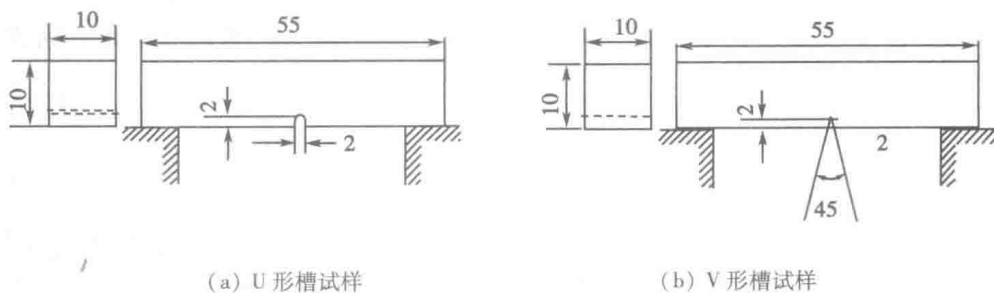


图 1-2-1 冲击标准试样



图 1-2-2 冲击试验机

实验中，将带有切槽的弯曲试样放在试验机的支架上，并使切槽位于受拉的一侧，如图 1-2-2 所示当重物从一定高度自由落下将试件冲断时，试件所吸收的能量等于重摆所做的功 W 。以 W 除以试件在切槽处的最小横截面积 A ，可得材料的冲击韧性 α_k ，冲击韧性可表示为

$$\alpha_k = \frac{W}{A} \quad (1-2-1)$$

α_k 的数值与试样的尺寸、形状、支撑条件等因素有关，所以它是衡量材料抗冲击能力的一个相对指标，因此，试验中应采用满足国家标准的是标准试件。

试验结果表明， α_k 的数值随温度降低而减少，随着温度降低，在某一狭窄的温度区间内，材料的冲击韧性会骤然下降，材料变得很脆，这种现象称为冷脆现象。但是像铝、铜和某些高强度合金钢就没有明显的冷脆现象。

二、开口薄壁杆件的切应力弯曲中心

如果杆件有纵向对称面，且横向力作用在纵向对称面内，杆件只可能在纵向对称面内发生弯曲，若横向力作用面不是纵向对称面，即使是形心主惯性平面，杆件除了发生弯曲变形外，还将发生扭转变形，如图所示图 1-2-3 所示。

只有当横向力通过截面内的某一个特定点 A 时，杆件才能只发生弯曲变形而无扭转变形。横截面上的这个特定点成为弯曲中心或者剪切中心，简称弯心。