"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材

理论力学教程

（第四版）

周衍柏　编

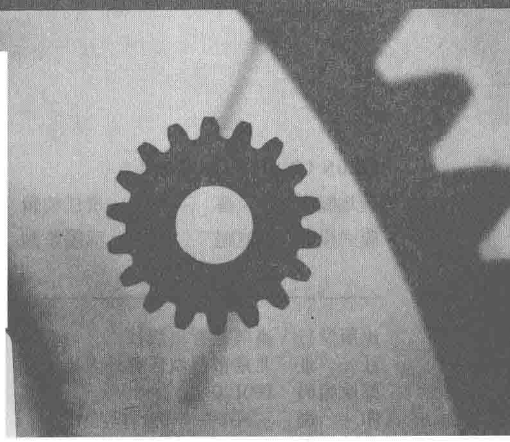
高等教育出版社

等教育本科国家级规划教材

理论力学教程

（第四版）

周衍柏　编



高等教育出版社·北京

内容简介

本书是在“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材《理论力学教程》(第三版)的基础上修订而成的，适用于高等学校物理类专业的理论力学课程。本书与第三版相比内容保持不变，仅将科学名词、物理量符号等按照国家标准和规范作了更新。本书逻辑清晰、行文简明，内容包括质点力学、质点系力学、刚体力学、转动参考系及分析力学等，每章附有小结、补充例题、思考题及习题。

本书可作为高等学校物理类专业教材，其他相关专业视需要也可选为理论力学教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学教程/周衍柏编.--4版.--北京:高等教育出版社,2018.8

ISBN 978-7-04-048873-9

Ⅰ.①理… Ⅱ.①周… Ⅲ.①理论力学-高等学校-教材 Ⅳ.①O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 276366 号

LILUN LIXUE JIAOCHENG

策划编辑 忻 蓓　责任编辑 忻 蓓　特约编辑 汤雪杰　封面设计 赵 阳
版式设计 徐艳妮　插图绘制 杜晓丹　责任校对 高 歌　责任印制 赵义民

出版发行	高等教育出版社	网　址	http://www.hep.edu.cn
社　址	北京市西城区德外大街4号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印　刷	三河市潮河印业有限公司		http://www.hepmall.com
开　本	787mm×1092mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印　张	17	版　次	1979年4月第1版
字　数	350千字		2018年8月第4版
购书热线	010-58581118	印　次	2018年8月第1次印刷
咨询电话	400-810-0598	定　价	32.90元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

物 料 号　48873-00

出版者的话

本书第三版于2009年出版，出版以来，以其合理的结构、科学的阐述以及良好的教学适用性为广大教师所认可，是理论力学课程首选的经典教材，为我国物理专业人才的培养作出了巨大的贡献. 第三版出版至今已有9年，书中使用的部分科学名词和物理量符号等为当时的习惯用法，与现行国家标准不符，容易引起教学上的混乱，因此我社组织出版了第四版. 由于本书作者周衍柏先生已去世多年，遵照周先生家属的意愿和部分使用本书教师的建议，本次修订保持内容不变，仅将科学名词、物理量符号、单位及符号、数学运算符号等按照出版领域最新的国家标准和规范作了更新.

与本教材配套的教辅资源包括：

1.《理论力学教程学习辅导书》；

2.《理论力学教程电子教案》；

3. 教材中全部插图的PPT格式电子文件.

第二版序

本书自1979年出版以来,瞬已六载.第二版在下列几个方面作了进一步的修订:

(1) 改正了原书中少数叙述不够明确或不够恰当的地方;

(2) 勘正了原书印刷上的错误;

(3) 增删了某些习题;

(4) 加强了分析力学的内容,使学习理论物理其他部分时,可以有较强的基础.

修订时,一方面根据编者的教学实践,另一方面又参照了几年来广大读者在使用过程中所提出的许多宝贵意见.

本书所增补的章节,有些已超出了1980年教育部颁发的综合大学物理专业《理论力学教学大纲》的范围.仍根据第一版的原则,加上*号并排小号字,以资识别.

本版修订过程中,得到许多教师和读者的关心和帮助.特别是四川大学郭士堃教授,华东师范大学苏云荪、北京师范大学胡静等同志仔细审阅了修订稿并提出许多宝贵意见,在此一并致以衷心的谢意.

周衍柏

1985年9月于南京大学

第一版序

理论力学是物理系学生的一门基础理论课，也是学生第一次用高等数学方法处理物理问题的一门理论物理课程.因此，通过学习，学生不但应该对宏观机械运动的基本概念和基本规律有比较系统的理解，而且应能掌握处理力学问题的一般方法，进而注意培养解决一般物理问题所必需的抽象思维能力.

编者在六十年代，曾两度写过《理论力学》教材，本书就是在此基础上考虑当前教学上的需要重新编写的.在这次编写中，对物理概念的阐述，尽量注意充实和加强，对于基本理论的阐述和分析问题的方法，也作为书中的重点，给予特别的注意.因此，对重要公式加了方框；对分析和解算问题的方法，除示范例题外，每章后面还附有几道补充例题，供读者解题时参考和借鉴.对于与力学理论有关的物理学上的新成就也作了一些力所能及的介绍.

就现行课程体系而言，理论力学可以说是普通物理学力学部分的延续与提高，两者应既有联系又有分工.所以，除了重要的概念和定律外，凡普通物理中已经讲过的内容，本书不再赘述，使读者能集中精力，钻研理论力学的主要内容.

本书中的单位，全部采用国际单位制(SI).名词和符号，也尽量采用国家颁布的规定.

本书的内容和编排次序，基本上参照 1977 年 10 月苏州物理教材会议所拟订的大纲，只有少数几处，作了更动.加有 * 号的内容，都赋予较大的独立性，可以选讲或不讲，并不影响其他章节的学习.除有 * 号的内容外，估计可以在规定时间内(约 54 学时或稍多)，讲完本书基本章节.为了加强对学生解题能力的训练和培养，使用时还可根据具体情况，安排大约 18 学时习题课的内容.至于连续介质力学部分，准备以《续编》形式另行出版，以适应目前各校的不同情况.

本书初稿完成后，曾由我系范北宸、钱济成两同志先期加以审阅.1978 年 10 月，在南京召开了审稿会议，参加会议的有中山大学(主审)、南京大学、武汉大学、南开大学、四川大学、兰州大学、山东大学、云南大学、吉林大学、上海师范大学、吉林师范大学等兄弟单位的代表，与会同志认真阅读了原稿，提出了不少改进的意见.对此，编者除表示由衷的感谢外，并根据审稿同志和读者所提出的宝贵意见，作了全面的修改.但限于编者水平，本书中一定还存在着许多缺点和错误，希望广大读者批评指正.

周衍柏

1979 年 1 月于南京大学物理系

目　录

绪 论

理论力学是研究物体机械运动普遍遵循的基本规律的一门学科. 所谓**机械运动**,就是物体在空间的相对位置随时间而改变的物理现象. 它是物质运动最简单、最基本的运动形态. 各种复杂的、高级的运动形态,都包含有这种最基本的运动形态. 所以,要研究各种复杂的、高级的运动形态,当然应该从最简单的运动形态开始. 因此,理论力学是学习其他理论物理学科的入门向导,也是近代工程技术的理论基础.

理论力学所研究的宏观机械运动的基本规律,可以用来解决多自由度力学体系的运动问题. 但本教程所研究的对象,主要还是有限自由度的力学体系,例如质点和刚体. 而研究无限自由度的力学体系问题,则已发展成为另一学科,叫做**连续介质力学**. 它又分为**弹性力学**与**流体力学**两大分支.

理论力学的主要任务,就是归纳机械运动所遵循的基本规律,用以确定物体的运动情况或作用在它上面的某些力的性质. 方法则是借助于严密的数学工具,进行由表及里、由现象到本质等一系列推理过程. 因此,我们在理论力学的研究中,加强辩证唯物主义的指导作用是非常重要的. 从研究次序来看,我们首先研究描述机械运动现象的**运动学**,然后再进一步研究机械运动应当遵循哪些规律的**动力学**. 至于研究平衡问题的**静力学**,对理科来讲,可以作为动力学的一部分来处理,但在工程技术上,静力学却是十分重要的,因此,常把它和动力学分开,自成一个系统.

力学是较早发展起来的学科之一. 远在很古的时代,由于农业上的需要,人们就开始制造和使用一些简单的生产工具. 因此人们对于机械运动,早就有了一些认识和了解. 随着生产的发展,人们对于机械运动的认识逐步加深. 到了16世纪末期,西欧的资本主义开始形成和发展,人们对力学的认识也产生了飞跃. 牛顿(1643—1727)在前人研究工作的基础上,发表了著名的运动三定律,奠定了经典力学的基础. 此后,许多科学家进一步对力学进行了深入的研究,不断开辟新的领域,揭示新的规律. 特别是微积分等数学工具广泛应用,为力学的发展提供了有力的武器,推动了力学的发展. 到了18世纪,拉格朗日写了一本大型著作《分析力学》,使力学问题可以完全用严格的分析方法来处理. 随着哈密顿、雅可比等人的进一步的研究和贡献,经典力学逐渐发展成为一门理论严谨、体系完整的学科.

但是,到了19世纪末叶和20世纪初期,随着物理学其他学科的迅速发展,出现了许多以牛顿定律为基础的经典力学无法解释的矛盾. 进一步的研究表明,经典力学只能应用于这一类的物体:它们的尺度比较大而运动速度比较低.

对于速度很高(接近光速)的物体的运动问题,必须用相对论力学;而对于坐标 x 及相应的动量 p_x 不能同时准确测定(叫**测不准关系**)的**微观粒子**(如原子、分子等)的运动问题,则要用**量子力学**①. 因此,以牛顿定律为基础的理论力学是在一定的条件下才能成立的,它有一定的适用范围. 不过,在通常宏观、低速的情况下,牛顿定律还是十分准确的,足以解决工程技术上的大量问题.

理论力学和其他科学技术的关系是十分密切的,例如理论力学的发展就为物理学其他分支提供了许多必备的知识和处理问题的方法. 它与数学、天文学、气象学的关系也非常密切. 力学上的某些问题的解决,常常推动了数学本身的发展,这在科学史上,例证是很多的.

自 20 世纪 50 年代末期以来,由于人造地球卫星、火箭和宇宙航行等先进科学技术的迅速发展,对力学提出了许多新的课题,推动了现代力学的发展. 所以理论力学虽然是较老的学科,但它具有很强的生命力. 尽管它一般说来具有一定的近似性和局限性,但在生产实践和科学实验中,对于我国工业、农业、国防和科学技术的现代化,仍然有着极其重要的作用.

---

① 对任何粒子或物体,测不准关系总是存在的. 不过,对尺度比较大的质点或物体来讲,这种效应至微,可以不必考虑.

第一章 质点力学

§1.1 运动的描述方法

（1）参考系与坐标系

为了研究宏观物体的机械运动，首先应确定该物体在空间的位置. 但因物体的位置只能相对地确定，因此又应该首先找出另外一个物体作为参考，这种作为参考的物体叫做**参考系**. 参考系确定以后，我们就可以在它上面适当地选取**坐标系**，来确定物体在空间的相对位置.

在很多实际问题中，物体的形状和大小与所研究的问题无关或者所起的作用很小，我们就可以在尺度上把它看做一个几何点，而不必考虑它的形状和大小，它的质量（参看 § 1.4）可以认为就集中在这个点上，这种抽象化的模型，叫做**质点**. 例如，研究行星运动时，虽然行星本身很大，但是它的半径比起它绕太阳运动时的轨道半径却小得多，因此我们在这一类问题中，就可以把行星当作质点. 但在研究它们（例如地球）的自转时，就不能把它们当作质点了.

在所有的情况下，一切物体都可以看做是质点的集合，所以，研究力学一般都从质点开始. 本章就是研究质点力学的问题.

可以在空间自由运动的质点称为自由质点，确定一个自由质点在空间的位置，要用三个独立变量，和数学里确定一点在空间的位置相同. 这些变量一般都是时间 t 的函数. 如果用的是**直角坐标系**，则质点在各个时刻的位置可以用

$$\left.\begin{aligned} x &= f_1(t) \\ y &= f_2(t) \\ z &= f_3(t) \end{aligned}\right\} \tag{1.1.1}$$

三个函数来表示. 如果三个函数都是常数，那么质点在该坐标系中的位置将不发生变化，我们就说该质点是静止的；反之，质点在该坐标系空间的位置就要变化.

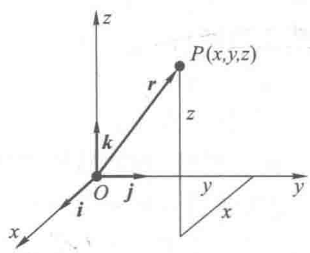


图 1.1.1

某一质点 P 的位置，也可用一个引自原点 O 到质点 P 的矢量 $\boldsymbol{r}$ 来表示，$\boldsymbol{r}$ 叫做 P 点相对于原点 O 的**位矢**（图 1.1.1）. 如果 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 是沿 x、y、z 三直角坐标轴上的单位矢量，则

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1.1.2}$$

如果质点恒在一平面上运动，则只要该平面两个坐标就可确定它的位置了. 如果是直角坐标系，且假定质点恒在 xy 平面上运动，即 $z\equiv0$，则质点在各个时刻

的位置可用

$$\left.\begin{aligned} x &= f_1(t) \\ y &= f_2(t) \end{aligned}\right\} \tag{1.1.3}$$

两个方程来表示. 其矢量形式则为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} \tag{1.1.4}$$

直角坐标系虽然是常用的坐标系,但在某些问题中,采用直角坐标系将使计算显得比较繁杂,如果采用其他适当坐标系,就可能方便得多. 常用的另一些坐标系有**柱面坐标系**、**球面坐标系**和**自然坐标系**. 在平面问题中,则用**平面极坐标系**和自然坐标系. 在平面极坐标系中,质点的位置将用两个变量(r,θ)来表示,它们当然也是时间 t 的函数,即

$$\left.\begin{aligned} r &= r(t) \\ \theta &= \theta(t) \end{aligned}\right\} \tag{1.1.5}$$

式中 r 是 P 点的**径矢大小**,即 P 点的位矢 $\boldsymbol{r}$ 的量值,而 θ 则是 P 点的**极角**,即极轴与 P 点位矢间的夹角,如图 1.1.2 所示.

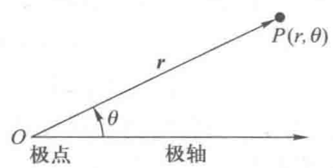


图 1.1.2

关于柱面坐标系与自然坐标系,我们将在§1.2 中介绍. 至于球面坐标系,则因计算较烦琐,我们将在第五章中再作介绍.

(2) 运动学方程与轨道

本节(1)中(1.1.1)、(1.1.3)和(1.1.5)诸式,给出了质点在空间或平面上任一时刻 t 所占据的位置,所以它们表出了质点的**运动规律**,通常把它们叫做质点的**运动学方程**. 一个具有一定几何形状的宏观物体在机械运动中的物质性表现在下列两个方面:(1) 不能有两个或两个以上的物体同时占据同一空间;(2) 它也不能从空间某一位置突然改变到另一位置. 这些性质,也是质点所具有的. 所以(1.1.1)、(1.1.3)和(1.1.5)诸式都应当是时间 t 的单值的、连续的函数. 另一方面,这些方程式也是质点的轨道参变方程,其中时间 t 是参数. 所谓**轨道**,就是运动质点在空间(或平面上)一连串所占据的点形成的一条轨迹. 如果质点运动的轨道是一条直线,则这种运动叫**直线运动**,如果轨道是一条曲线,则叫**曲线运动**.

如果从式(1.1.1)、(1.1.3)和(1.1.5)中把参数 t 消去,则得诸变量之间的关系式,即轨道方程式.

前曾提到,按照轨道性质的不同,质点的运动可以是直线的,也可以是曲线的,这从轨道方程式也可以看出. 当然,这里所谓轨道的性质,依赖于参考系的选择. 相对于某一参考系为直线运动,相对于另一参考系则可以是曲线运动,反之亦然. 例如,从作匀速直线运动的火车上自由落下的物体,若以火车为参考系,则轨道是直线;如以地球为参考系,其轨道却是抛物线.

（3）位移、速度和加速度

质点相对于某参考系运动时，位置连续变化. 在给定时间内，联结质点的初位置 A 和末位置 B 的直线，并从 A 指向 B 加上箭头，叫做质点在此给定时间内相对于该参考系的**位移**，常以符号 $\Delta \boldsymbol{r}$ 表示（图 1.1.3）. 它是一个既有量值又有方向的量，运算时服从平行四边形法则，所以是一个矢量. 在图 1.1.3 中，A 点的位矢是 $\boldsymbol{r}$，B 点的位矢是 $\boldsymbol{r}+\Delta \boldsymbol{r}$，都是相对于 O 点（现在选作原点）而言的.

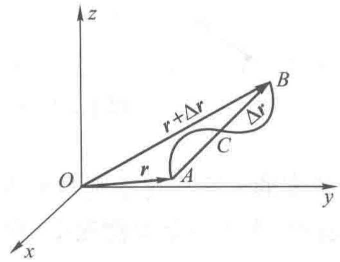


图 1.1.3

在曲线运动中，位移的量值和质点所走过的路程并不相同，甚至可以相差很大. 例如在图1.1.3中，当质点沿曲线 ACB 自 A 运动到 B 时，路程 s（即曲线 ACB 的长度）和位移的量值 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 相差很大. 在特殊情况下，当质点沿一封闭曲线从 A 又回到 A 时，位移等于零，但路程则并不等于零. 这是因为位移只决定于运动质点的初、末位置.

设某时刻质点通过轨道上的 P 点，经 Δt 时间间隔后，质点通过 Q 点，在 Δt 这段时间间隔内，质点的位移为 $\overrightarrow{PQ}=\Delta \boldsymbol{r}$（图 1.1.4），而位矢的时间变化率则叫做质点在时刻 t 的**瞬时速度**，常以 $\boldsymbol{v}$ 表示，即

$$\boxed{\boldsymbol{v}(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}(t)}{\mathrm{d}t}=\dot{\boldsymbol{r}}(t)=\boldsymbol{v}_t=\boldsymbol{v}} \tag{1.1.6}$$

因位矢是矢量，故瞬时速度也是一个矢量. 如果不计方向，则叫**速率**. 由于瞬时速度能细致地反映运动情况，故今后所谓的速度，皆指瞬时速度，并以 $\boldsymbol{v}$ 表示，见式(1.1.6).

在图 1.1.4 中，设质点在时刻 t 时通过轨道上的 P 点前进，P 离某指定点（例如图 1.1.4 上的 A 点）的曲线距离为 s，而质点通过轨道上的 Q 点时，Q 离该指定点的曲线距离为 $s+\Delta s$，则 $\Delta s=\overset{\frown}{PQ}$，是质点在 Δt 时间内沿轨道所走过的路程，而位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 则等于弦 $\overrightarrow{PQ}$. 在极限情况下，$\mathrm{d}s=|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$，故瞬时速度的量值（即速率）为 $\dot{s}$. 至于瞬时速度的方向，则和轨道上 P 点的切线方向一致，参看图1.1.4.

如果质点在一直线上运动，且速度的量值也保持不变，则叫**匀速直线运动**，其是一种很特殊的运动状态. 在一般情况下，速度是时间的矢量函数，故它的量值和方向都是随着时间改变的.

速度的时间变化率（因速度是时间的函数）叫做**加速度**，也是一个矢量. 根据前面的计算，由于各时刻 t 的速度不同，故在 Δt 时间内速度的变化（图 1.1.5）为

$$\Delta \boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)$$

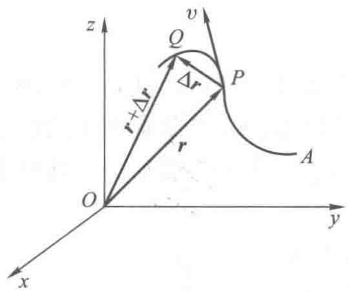


图 1.1.4

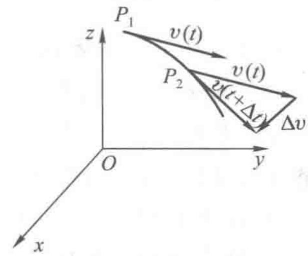


图 1.1.5

而速度的时间变化率则是质点在时刻 t 的**瞬时加速度**，简称**加速度**，可用 $\boldsymbol{a}(t)$ 或 $\boldsymbol{a}$ 表示（在曲线运动情况中，它一般不沿轨道的切线方向，参看 § 1.2)，即

$$\boxed{\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dot{\boldsymbol{v}}=\ddot{\boldsymbol{r}}} \tag{1.1.7}$$

加速度保持不变的直线运动叫做**匀加速直线运动**，但这也只是一种特殊情况. 在一般情况下，加速度也是时间的矢量函数，因而不能把它当作常矢量看待. 在理论力学中，通常所遇到的力学问题，都是变加速度问题，这一点我们要特别注意.

§1.2 速度、加速度的分量表示式

（1）直角坐标系

在某一坐标系中，设质点沿一空间曲线 C 运动，在某一时刻 t，质点占有某一位置，并具有一定的速度 $\boldsymbol{v}$ 和一定的加速度 $\boldsymbol{a}$. 因 $\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 都是矢量，故可投影到任意坐标轴上. 如果 C 上某一点 P 的位矢 $\overrightarrow{OP}=\boldsymbol{r}$，它在某直角坐标系中的直角坐标为 (x,y,z)，则由图 1.1.1 及公式(1.1.2)和(1.1.6)，知

$$\begin{aligned}\boldsymbol{r}&=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}\\ \boldsymbol{v}&=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\dot{x}\boldsymbol{i}+\dot{y}\boldsymbol{j}+\dot{z}\boldsymbol{k}\\ &=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1.2.1}$$

式中 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别是该坐标系坐标轴 x、y、z 上的单位矢量，它们都是恒定的（即恒矢量）. 而 $\dot{x}$ 、$\dot{y}$ 、$\dot{z}$ 则是速度 $\boldsymbol{v}$ 在 x、y、z 轴上的分量，即 v_x、v_y、v_z. 由此可得速率

$$v=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2}=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \tag{1.2.2}$$

又由加速度 $\boldsymbol{a}$ 的定义(1.1.7)，知

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\ddot{x}\boldsymbol{i}+\ddot{y}\boldsymbol{j}+\ddot{z}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1.2.3}$$

$\ddot{x}$、$\ddot{y}$、$\ddot{z}$ 为加速度 $\boldsymbol{a}$ 在 x、y、z 轴上的分量，即 a_x、a_y、a_z，而

$$a=\sqrt{\ddot{x}^2+\ddot{y}^2+\ddot{z}^2}=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2} \tag{1.2.4}$$

位矢 $\boldsymbol{r}$、速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$ 都是时间的函数，它们的分量当然也是时间的函数. 由(1.2.1)及(1.2.3)两式可以看出：这三个函数中，只要知道一个，就可以求出其余的两个. 例如，欲求质点的速度及加速度，可先选取适当的坐标系，定出质点的位置坐标，再求其对时间的微商即可. 而如要从速度求位矢，则一般要用积分方法(并利用初始条件定出积分常数)求出位矢的分量(即位置坐标)，再从分量求 $\boldsymbol{r}$. 上述关系，对物体中的某一点来讲也是适用的.

[**例 1**] 设椭圆规尺 AB 的端点 A 与 B 沿直线导槽 Ox 及 Oy 滑动(图 1.2.1)，而 B 以匀速度 c 运动. 求椭圆规尺上 M 点的轨道方程、速度及加速度. 设 $MA=a$，$MB=b$，$\angle OBA=\theta$.

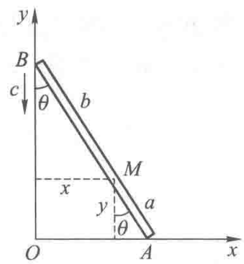


图 1.2.1

[**解**] 由图 1.2.1 知 M 点的坐标为

$$x=b\sin\theta,\quad y=a\cos\theta \tag{1}$$

消去 θ，得轨道方程为

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1\text{(椭圆)} \tag{2}$$

速度分量为

$$\dot{x}=b\dot{\theta}\cos\theta,\quad \dot{y}=-a\dot{\theta}\sin\theta \tag{3}$$

式中 $\dot{\theta}$ 是角量 θ 的时间变化率.

因 B 点坐标为

$$x_1=0,\quad y_1=(a+b)\cos\theta$$

而依题意

$$v_B=\dot{y}_1=-(a+b)\dot{\theta}\sin\theta=-c$$

得

$$\dot{\theta}=\frac{c}{a+b}\frac{1}{\sin\theta} \tag{4}$$

故速度分量又可写为

$$\dot{x}=\frac{bc}{a+b}\cot\theta,\quad \dot{y}=-\frac{ac}{a+b} \tag{5}$$

所以

$$v_M=\frac{c}{a+b}\sqrt{a^2+b^2\cot\theta} \tag{6}$$

加速度分量为

$$\ddot{x}=-\frac{bc}{a+b}\dot{\theta}\csc^2\theta=-\frac{bc^2}{(a+b)^2}\csc^3\theta=-\frac{b^4c^2}{(a+b)^2}\frac{1}{x^3} \tag{7}$$

$$\ddot{y}=0$$

所以

$$a_M=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}=\frac{b^4c^2}{(a+b)^2}\frac{1}{x^3} \tag{8}$$

(2) 极坐标系

在解算力学问题时，直角坐标系虽然用得最多，但为了计算方便起见，有时也要采用另外一些坐标系，这在§1.1 中曾经讲过.