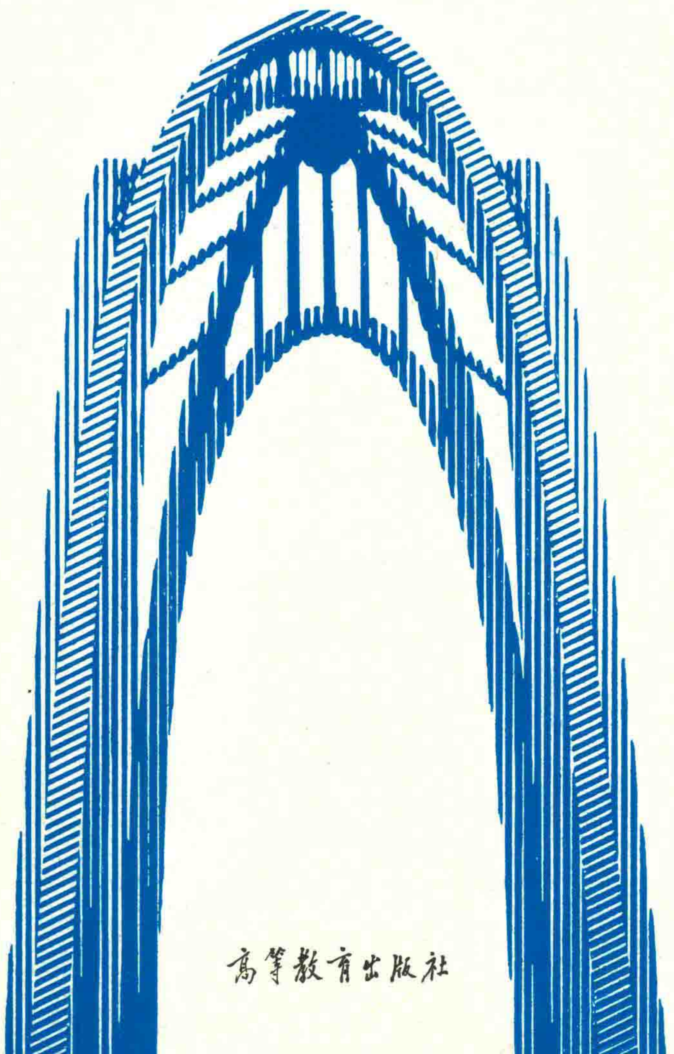
现代最优控制简明教程

Optimal Control Theory: A Concise Introduction

吴臻　刘杨　王海洋　编著

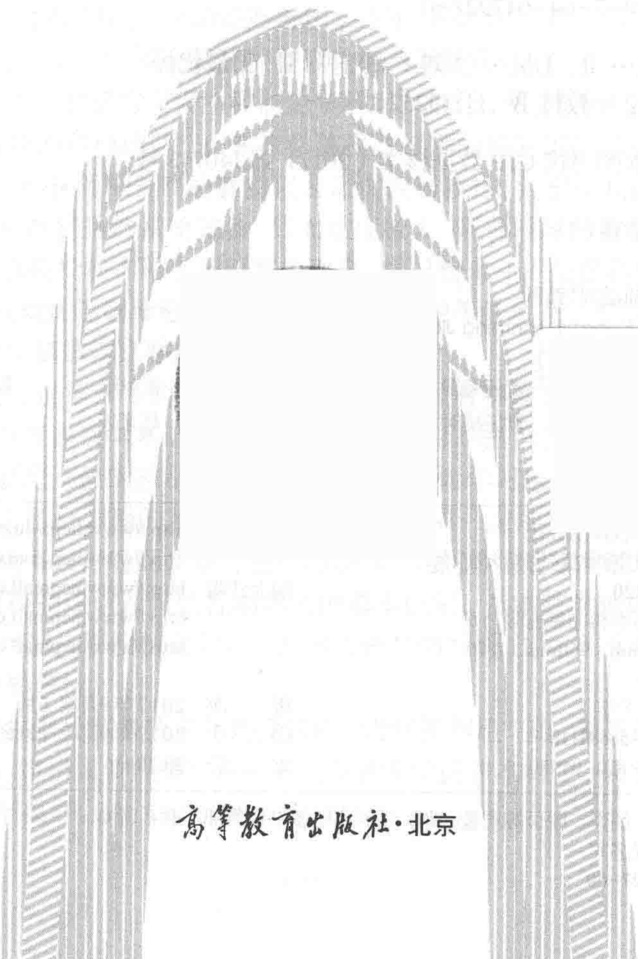


高等教育出版社

现代最优控制简明教程

Optimal Control Theory: A Concise Introduction

吴臻　刘杨　王海洋　编著



高等教育出版社·北京

内容提要

本书主要介绍现代控制理论的基本知识、方法和应用，重点在于最优控制论的基本框架、基本数学理论和前沿分支。主要内容包括线性系统的状态空间表达法、能控性和能观性，状态滤波器与系统辨识，泛函及其极值问题，最优控制的最大值原理、动态规划原理以及两者之间的关系，线性二次指标的最优控制问题等。作为最优控制理论的新发展，本书还简要介绍了随机最优控制问题的有关理论及其在现代金融学中的应用。同时，本书精选了一些例题，以便读者加深对内容的理解和掌握。

本书可作为数学与应用数学、信息与计算科学、统计学、自动控制以及相关专业高年级本科生和研究生的教材或参考书，也可供从事工程控制、自动化及最优控制理论研究的科研工作者参考。

图书在版编目（CIP）数据

现代最优控制简明教程 / 吴臻，刘杨，王海洋编著
. -- 北京：高等教育出版社，2017. 9
ISBN 978-7-04-047927-0

Ⅰ. ①现… Ⅱ. ①吴… ②刘… ③王… Ⅲ. ①最优控制-高等学校-教材 Ⅳ. ① O232

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 140743 号

现代最优控制简明教程
Xiandai Zuiyou Kongzhi Jianming Jiaocheng

策划编辑 田 玲　　责任编辑 田 玲　　封面设计 张申申　　版式设计 徐艳妮
插图绘制 杜晓丹　　责任校对 刘 莉　　责任印制 赵义民

出版发行	高等教育出版社	网　　址	http://www.hep.edu.cn
社　　址	北京市西城区德外大街4号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印　　刷	北京中科印刷有限公司		http://www.hepmall.com
开　　本	787mm×960mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印　　张	10.5		
字　　数	190 千字	版　　次	2017年9月第1版
购书热线	010-58581118	印　　次	2017年9月第1次印刷
咨询电话	400-810-0598	定　　价	20.20 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

物 料 号 47927-00

前　言

数学在现实的应用研究中, 有两方面的重要作用: 一方面是根据实际问题建立较合适的数学模型; 另一方面是建好合适的数学模型后, 利用数学理论对其进行干预和控制, 以达到人们期望的应用效果。这也正是控制论研究的两大主要问题, 尤其后者更是控制论的一个重要研究方向 —— 最优控制理论。

20 世纪 40 年代, 随着工业化进程的不断推进以及军工科技的迅速发展, 人们越来越渴望对世界进行更系统和精准的改造。在这种环境背景下, 现代控制论应运而生。数学家 N. Wiener 的开山著作《控制论》标志着控制论作为一门学科的诞生, 之后的很多科学家也在此方向做出了重要的研究工作, 并出版专著。1954 年, 我国著名科学家钱学森编著的《工程控制论》在美国出版, 系统总结了当时的控制理论, 是一本控制论方面的经典著作。另外, 苏联数学家 Pontryagin 编著的《最佳过程的数学理论》则是最优控制理论的奠基性著作。

自从我国在大学和研究所设立控制论学科后, 陆续出现了很多经典教材, 复旦大学李训经带领的科研团队、山东大学陈祖浩带领的科研团队以及其他科研队伍, 都推出过一些优秀的控制论教材以及最优控制教材。但根据我们多年教学的经验, 发现这些教材虽然系统完备, 然而难度较大, 需要较深的数学功底才能理解。对很多普通高校的本科生和研究生而言, 学习起来并不是很容易。而且近年来, 控制论以及最优控制理论与随机数学、经济金融等学科有了更深入的交融, 控制论的教材也应该体现这些新发展。

因此我们决定根据多年的教学经验, 编写一本较有梯度的控制论和最优控制论教材, 让具有普通数学基础的本科生和研究生可以进行学习, 同时又逐步进阶, 能讲解到控制论及最优控制论的较深入部分。读者学习这本书, 需要有微积分、线性代数和常微分方程的基础知识, 如果还能具有一定的实变函数和泛函分析的基础知识, 则可以对后面几章有更好的理解。我们希望通过本教材, 可以让更多的读者掌握控制论以及最优控制理论的基本框架、基本数学理论和前沿分支。如果读者有兴趣从事控制论和最优控制等领域的科研工作, 本书也是一本比较适当的入门阶梯教材。

这本教材是根据吴臻教授多年讲授课程 “现代控制论” 和 “最优控制论” 的讲义整合改编的, 该讲义曾经多次在山东大学数学学院对本科生、硕士生和博士生讲授, 教学效果很好。

编者希望通过阅读此书，能让更多的读者热爱控制论及最优控制理论，去开拓更广阔的科学研究领域。

编 者

2017 年 1 月

符 号 表

$\mathbb{R}^n$	n 维实欧氏空间
$\mathbb{R}^{n\times d}$	$n\times d$ 实矩阵空间
$\mathbb{S}^n$	$n\times n$ 实对称矩阵空间
A^{T}	矩阵 A 的转置
$\mathrm{tr}\{A\}$	方阵 A 的迹
$\|A\|$	矩阵 A 的 Euclid 范数
$\langle\cdot,\cdot\rangle$	Hilbert 空间中的内积
$\mathbb{E}[\xi]$	随机变量 ξ 的数学期望
$L^2([0,T];\mathbb{R}^n)$	$[0,T]$ 上取值于 $\mathbb{R}^n$ 的平方可积的可测函数空间
$C([0,T];\mathbb{R}^n)$	$[0,T]$ 上取值于 $\mathbb{R}^n$ 的连续函数空间

目 录

第一章 现代控制理论基础

§1.1 引 言

控制论一词 cybernetics 源自希腊语, 是船舶操舵仪的意思, 是控制中反馈机制的最早雏形. 控制论正式形成一门学科是 20 世纪 40 年代的事情, 它是由美国数学家 Wiener 创立的一门学科, 其标志是 Wiener 划时代著作《控制论》于 1948 年出版. Wiener 创立的控制论, 主要用时间序列观点处理信号的转换、提取、加工和预测, 它依赖于系统的传递函数和频率特性, 使用的数学工具主要是数理统计和调和分析, 自动控制技术的理论基础集中反映在"自动调节原理"方面.

Wiener (1894—1964) 是一个多产的涉及多学科的科学家. 他 1894 年生于美国, 8 岁学习解析几何, 11 岁入大学学习, 其间辗转学习过数学、哲学、语言学、生物学, 14 岁获哈佛数学学士学位, 之后进入哈佛大学研究院学习动物学, 18 岁获哈佛数理逻辑学博士学位, 被称为昔日神童. 1914 年辗转于英国 Russell, 德国哥廷根学派 Hilbert 等处研究学习. 第一次世界大战期间, Wiener 回到美国想从军, 因为近视没能入伍, 他就此编制了高射炮射击参数表. 1920 年任麻省理工学院讲师, 在麻省期间, 学习过泛函、测度论、Lebesgue 积分等. 研究过湍流、Brown 运动 (Wiener 过程), 改进了 Gibbs 统计力学. 1933 年当选为美国科学院院士. 后在墨西哥国家心脏研究所 Rosenblueth 处, 结合神经生理学、电工学、数学、逻辑学等学科, Wiener 最终写成了划时代的《控制论》一书. 在创建控制论学科的过程中, 一大批优秀的科学家作出了各自的重要贡献. 其中有研究防空预测的工程师 Bigelow、清华大学电机工程学家李郁荣、生理学家 Rosenblueth、数理逻辑学家 Pitts、世界第一台数字计算机设计者 —— 计算机设计学家 Eckert、世界第一台模拟计算机设计者 —— 计算机设计学家 Bush、数学家 von Neumann、经济学家 Morgenstern 等. Wiener 在 1947 年和英国数学家 Turing 讨论后,《控制论》一书最终定稿, 并于 1948 年由 Wiley 书店出版.

Wiener 虽然以控制论著称, 但他早期是一个纯粹数学家, 研究过数理逻辑、概率论和调和分析. Wiener 和中国的关系也很密切. 在 Bell 实验室, 他和来自中国的博士生李郁荣共同研究滤波器设计. 在其指导下, 李郁荣获得博士学位并回国于清华大学任教. 1935 年李郁荣邀请 Wiener 夫妇到中国讲学, 当年 9 月份 Wiener 开始在中国授课, 并与李郁荣合作发明了新式继电器, 在中国一年多的研究也为其控制论学科的创立打下了基础. 1936 年离开中国, 之后在奥斯陆国际

数学家会议上对中国抗日表示同情,并多次声援我国抗日,为中国募捐以及要求美国政府为中国提供帮助.

Wiener 回国后为了支持反法西斯战争,参与研究了高炮射击的预测问题.当时处于二战期间,政府要求 Wiener 等人研究一种能有效指挥高炮装置精确击中飞机等运动目标的机制.由于目标是运动的,为了击中目标,就必须使高炮的投射物和射击目标在未来某时刻同时到达空间某处,也就必须找到某种能预测运动目标未来位置的方法,这样就产生了"预报问题" (predicting).预报问题也就是通过某种算法去运算某个系统的过去信息以预测其未来,此问题是 Wiener 创立控制论的来源之一.

Wiener 创立控制论的另一个来源是"滤波问题" (filtering).因为通信过程中一个信息往往被外来干扰 (即噪声) 混杂,因此要设计一种能过滤噪声复原信息的装置 —— 滤波器.滤波的概念严格些说,就是用某种算符作用于被噪声混杂的信息从而尽可能地恢复原来信息.换句话说滤波就是寻求一个最优解,使滤波后的结果与理论解之间"误差"最小.这里的"误差"用一个可以由已知时间序列统计性质导出的均方差表达式来衡量.而任一项信息都可看作依时间分布的可测量事件序列,即时间序列,不管此信息是以光电的、机械的、还是神经的方式传送.这些问题自然需要 Wiener 等一批工程师和数学家的合作.

Wiener 的独到之处在于将预报和滤波等问题的求解归结为特定数学算符的最优设计以及实现.这些算符物理装置的最优设计依赖于数学中变分法的极小化设计,同时取决于所处理信息的时间序列的统计学.为此他广泛利用调和分析与数理统计等成熟工具,建立了一整套最优设计方法,逐步形成了系统的控制理论.Wiener 创立的控制论被称为"经典控制论".20 世纪 50 年代后,被一些科学家推广发展,形成系统调节与控制一般规律的现代控制论.

Wiener 的控制论中有一个重要的概念:反馈 (feedback),即将每一步输出的结果与理论值之误差重新作为输入对系统进行调节,使之实现最优状态.这并不是一个新概念,但 Wiener 创立控制论之前,过度反馈引起系统的激烈振荡问题没有解决.依靠生理学家,特别是墨西哥国家心脏研究所的 Rosenblueth 等的帮助,此问题得以解决,并对反馈机制给出严格解释,使之成为 Wiener 控制论的中心概念.

1954 年我国科学家钱学森出版了《工程控制论》一书,对那个时代工程控制理论基础做了系统总结,并提出了一系列新的控制问题,为控制论的发展及其在自动控制中的应用起到了推动作用,成为工程控制理论方面的经典著作.**这一时期的控制论被称为"经典的控制理论"**.

20 世纪 50 年代末 60 年代初,由于空间技术的发展对自动控制的精密性提出了极高的要求.与此同时,计算机的发展完全可以适应实时控制的要求.在生

产与技术的推动下, 控制理论在 60 年代初有了重大突破, 研究控制系统的方法从单纯的使用频率域方法发展到使用状态空间方法 (即时域方法), 从而形成了"**现代控制论**". 现代控制论主要研究系统调节与控制的一般规律, 其主要奠基者有苏联的 Pontryagin (1908—1988), 他的主要贡献是提出并证明了最大值原理; 以及匈牙利裔美国数学家 Kalman, 他的主要贡献是在 1960 年提出了状态空间的 Kalman 滤波方法, 从而可以有效地控制随机噪声; 还有美国数学家 Bellman, 他的主要贡献是提出了动态规划最优化原理. 现代控制理论不仅作为理论非常深刻, 而且在现代技术中有非常强有力的应用, 是以自动化、计算机和机器人为代表的新技术革命的核心, 其成果在美国阿波罗登月计划实施中起到了实质性的作用. 科学技术是第一生产力, 自动化技术是最能体现第一生产力作用的技术, 而控制理论正是自动化的理论基础.

现代控制理论是一门研究系统控制的科学, 它和经典控制论相比有以下 4 个特点:

i) 经典控制论着重用频率法研究控制系统, 现代控制理论则用状态空间法;

ii) 现代控制理论中研究的系统允许多输入多输出, 不再像经典控制论中要求单输入单输出;

iii) 现代控制方案是使目标函数最优化来设计的, 因此和动态规划有密切关系;

iv) 最优状态估计是按照概率性的最优准则来设计的, 因此和概率论随机分析等密切相关.

从观念上讲, 控制可描述为影响动态系统行为的过程, 控制问题是基于可以利用的数据, 去确定系统的输入, 以达到设定的目的.

数学在控制论科学的研究中有两点作用: 一是利用数学方法建立问题的数学模型和精确的描述控制问题; 二是在建立数学模型后, 利用数学理论解决所提出的控制问题, 并期望提出新的数学问题.

研究如何从输入输出数据建立动态方程的学科即系统辨识理论. 许多科学家研究的能部分代替人脑的控制系统即人工智能系统. 现代控制论与经济管理、运筹学结合, 产生了系统工程学.

§1.2 线性系统

线性系统是我们研究的重要对象, 是自动控制系统中一类最基本的系统, 应用比较方便. 通常在允许条件下, 我们会尽可能地将遇到的非线性系统"线性化".

1.2.1 基本概念

在控制论中, 往往将被控制对象称为一个**系统**. 为使系统实现规定的任务, 必须对系统加上适当的控制信号, 这种控制信号 (控制量) 称为系统的**输入**, 用 $u(t)$ 表示. 例如, 若被控对象是一个电炉的话, 输入 $u(t)$ 就代表电压. 加上一定电压, 炉温就会升高, 对这个系统来说, 温度就是它的**输出**, 用 $y(t)$ 表示. 在改变电炉的输入电压后, 炉温的改变总有一个过程, 这种当输入发生变化后, 相应输出的变化过程称为**动态过程**, 在数学上可用微分方程来加以描述. 如果系统的动态过程可归结为以下的线性微分方程

$$\begin{aligned}&a_n\frac{\mathrm{d}^ny}{\mathrm{d}t^n}+a_{n-1}\frac{\mathrm{d}^{n-1}y}{\mathrm{d}t^{n-1}}+\cdots+a_1\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}+a_0y(t)\\=&b_m\frac{\mathrm{d}^mu}{\mathrm{d}t^m}+b_{m-1}\frac{\mathrm{d}^{m-1}u}{\mathrm{d}t^{m-1}}+\cdots+b_1\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+b_0u(t),\end{aligned}$$

或简写成 $L(y)=f(t)$, 其中 L 表示一个算符, 即

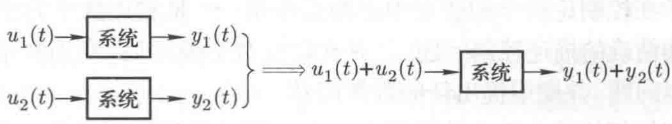
$$L=a_n\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n}+a_{n-1}\frac{\mathrm{d}^{n-1}}{\mathrm{d}t^{n-1}}+\cdots+a_1\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}+a_0,$$

且 $f(t)$ 表示上面方程右边的表达式, 那么该系统就称为**线性动态系统**.

在输入和输出中间有一个重要事物称为**状态**, 从输入到状态的过程称为**控制**, 从状态到输出的过程称为**观测**. 一般人们能看到输出, 状态不能直接观测到. 如果能够从输出完整地将状态构造出来, 则称系统为**完全能观**.

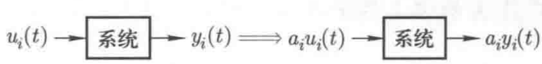
下面考虑线性系统的两条基本性质. 如果一个系统没有用微分方程描述, 令 $u_i(t)$ 和 $y_i(t)$ 分别为该系统的输入和输出, a_i 为常数, $i=1,2$, 则

(1)



表示系统具有**叠加性**;

(2)



表示系统具有**齐次性**.

定义 1.1 若一个系统具有叠加性和齐次性, 则称它为**线性系统**.

注 1.1 不能简单地把输入 $u(t)$ 和输出 $y(t)$ 有线性关系就称为是线性系统. 如 $y(t)=au(t)+b$ 时, $y(t)$ 和 $u(t)$ 虽然有线性关系, 但却不一定是一个线性系统.

一般来说, 任何一个物理系统都是非线性的, 但可以用一个线性系统来加以近似, 因此通常可作为线性系统来处理. 而线性系统又可分为时变系统和时不变系统两类. 系统的参数随时间而变化, 称为**时变系统**. 这种系统常用带时变系数的线性微分方程或差分方程来描述. 系统的参数不随时间而变化, 称为**时不变系统**. 这种系统常用常系数线性微分方程或差分方程来描述, 又称为定常系统. 对于定常系统而言, 如果把原输入信号 $u(t)$ 滞后 T 变为 $u(t-T)$ 时, 那么相应输出信号 $y(t)$ 也将滞后 T 变为 $y(t-T)$. 这说明, 这类系统的输出仅取决于输入信号的形式, 而与输入的起始作用时刻无关. 如果用图形来表示这一特性, 就是图 1.1 中的控制和输出曲线同时平移后仍为一组控制和输出曲线, 这种特性通常称为**平稳性**. 因此定常线性系统有时也称为线性平稳系统.

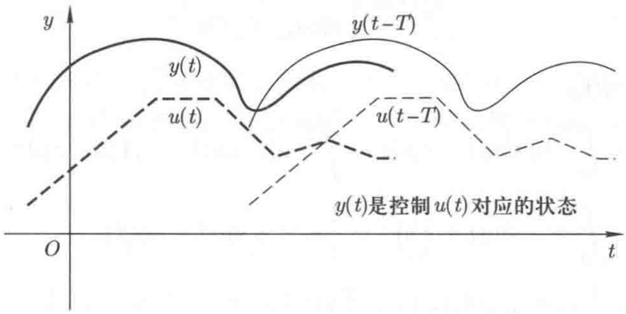


图 1.1

工程上将系统的输入称为**激励**, 系统的输出称为**响应**. 输入激励是影响系统输出响应的外部条件, 输入不同形式的激励, 就会随之输出不同形式的响应. 通常激励分三种最基本的形式, 即**阶跃激励**、**脉冲激励**和**正弦激励**, 在数学上可用阶跃函数、脉冲函数和正弦函数来表示. 电路系统中, 阶跃激励是指在输入端突加一个定值电流或电压, 脉冲激励是指在输入端于一段极短的时间内施加一个非常大的冲击电流或冲击电压, 正弦激励是指在输入端加一个像正弦函数那样的交变电流或交变电压. 当然, 任何已知的 (甚至随机的) 时间函数都可用作激励. 但上述三种激励方式较容易实现, 且许多其他形式的激励可分解为阶跃、脉冲或正弦输入的和, 知道了这三种激励的输出响应, 借助于线性系统的叠加性和齐次性, 就可以得到其他形式激励的输出响应.

给定了系统的输入激励, 我们希望得到系统的响应. 下面结果告诉我们, 知道了系统对脉冲输入的响应, 利用线性系统的特性, 可以找到对任意输入的响应.

设输入是脉冲函数 $\delta(t)$ 时, 一个线性平稳系统的响应为 $h(t)$ ($t<0$ 时 $h(t)=0$). 则系统输入为 $u(t)$ 时, 相应的系统输出为

$$y(t)=\int_0^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)\mathrm{d}\tau.$$

这称为**卷积公式**.

这样, 有了脉冲响应 $h(t)$ 和输入 $u(t)$, 根据卷积公式就可求出与 $u(t)$ 相对应的输出 $y(t)$. 若令 $u(t)=\mathbf{1}(t)$, 则

$$y(t)=\int_0^{\infty} h(\tau)\cdot\mathbf{1}(t-\tau)\mathrm{d}\tau=\int_0^{t} h(\tau)\mathrm{d}\tau.$$

这说明系统对阶跃输入的响应的导函数正好是脉冲响应. 对于线性平稳系统而言, 这是一个既简单而又有价值的结果.

例 1.1 已知某线性平稳系统的脉冲响应 $h(t)=\mathrm{e}^{-t}$, 试求

$$u(t)=\begin{cases}0, & t<0,\\ \sin t, & t\geqslant 0\end{cases}$$

时的输出响应 $y(t)$.

解
$$\begin{aligned}y(t)&=\int_0^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)\mathrm{d}\tau=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-\tau}\sin(t-\tau)\mathbf{1}(t-\tau)\mathrm{d}\tau\\&=\int_0^{t}\mathrm{e}^{-\tau}\sin(t-\tau)\mathrm{d}\tau=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{-t}+\sin t-\cos t)\\&=\frac{1}{2}\left[\mathrm{e}^{-t}+\sqrt{2}\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right)\right],\end{aligned}$$

其中 $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-t}$ 是解的暂态部分 (即将衰减为 0), 而 $\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right)$ 是解的稳定部分, 即系统的稳态输出.

1.2.2 系统状态空间表达式

描述一个系统有各种不同的方法, 现代控制论是在时间域上研究系统, 利用**状态空间表示法**. 在叙述状态空间法的概念前, 先回顾一下控制论中我们熟知的传递函数的概念及其缺陷, 从而对比体会状态空间表示法的优点.

传递函数方法使用的数学工具是 Laplace 变换, 主要适用于描述定常线性系统. 对于单输入单输出系统, **传递函数**是指在初始条件为零的前提下, 输出的 Laplace 变换与输入的 Laplace 变换之比.

给定一个常系数常微分方程描述的线性系统

$$\begin{aligned}&y^{(n)}(t)+a_{n-1}y^{(n-1)}(t)+\cdots+a_0y(t)\\&=b_mu^{(m)}(t)+b_{m-1}u^{(m-1)}(t)+\cdots+b_0u(t),\end{aligned}\tag{1.1}$$

其中 $y(t)$ 叫做系统的输出, $u(t)$ 叫做系统的输入, t 表示时间, $a_i, i=0,1,\cdots,n-1$ 和 $b_j, j=0,1,\cdots,m$ 都是实常数.

假设 $y(t)$ 以及它的直到 $n-1$ 阶导数和 $u(t)$ 以及它的直到 $m-1$ 阶导数的初始值皆为零, 且不失一般性取初始时刻 $t_0=0$. 对方程 (1.1) 两边取 Laplace 变换得出

$$\begin{aligned}&(s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0)Y(s)\\=&(b_ms^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1s+b_0)U(s),\end{aligned}$$

或者

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_ms^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0},$$

其中 $Y(s)$ 和 $U(s)$ 分别为 $y(t)$ 和 $u(t)$ 的 Laplace 变换, s 为 Laplace 算符.

令

$$G(s)=\frac{b_ms^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0},$$

则称 $G(s)$ 为系统 (1.1) 的传递函数. 如果 $m\leqslant n$, 则系统 (1.1) 为物理能实现的. 我们总是讨论物理能实现的系统, 因此如果一个系统的传递函数是有理分式, 则 $m\leqslant n$.

多项式

$$s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0$$

叫做系统 (1.1) 的**特征多项式**, 代数方程

$$s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0=0$$

叫做系统 (1.1) 的**特征方程**. 特征方程的根或者说特征多项式的零点叫做系统的**极点**. 多项式

$$b_ms^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1s+b_0$$

的零点叫做系统 (1.1) 的**零点**. 系统 (1.1) 的特征多项式的次数称为系统的**阶**.

在控制论中我们常常用传递函数来刻画控制系统. 传递函数刻画了系统的输入输出关系, 反映了系统外部联系. 对于单输入单输出系统, 传递函数是指输出的 Laplace 变换与输入的 Laplace 变换之比, 这个比值确定后, 也就得到了系统的数学模型 —— 传递函数. 对多输入多输出系统, 每个输入对任何输出都有相应的传递函数, 这些传递函数按一定次序排成一个矩阵, 使之与输入输出联系起来, 这个矩阵就叫系统的传递函数矩阵. 两内部结构完全不同的系统其传递函数可能完全一样. 因而传递函数法有其局限性, 主要表现在两个方面: 一是只能描述定常线性系统; 二是刚才说的, 只能表现系统的外部输入输出关系, 反映系统的外部联系, 但对系统内部结构不提供任何信息.

状态空间法克服了这两大缺陷. 状态空间建立在**状态变量**概念的基础上, 状态变量这个概念在分析力学中早被用到. 所谓一个系统的状态变量是指描述该