

岳菊梅 闫永义 著

面向后件集的 模糊推理机制与应用



科学出版社

面向后件集的模糊推理 机制与应用

岳菊梅 闫永义 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

面向后件集的模糊推理机制是在模糊集合相互关联的环境下进行的,可以捕获到规则中更多的模糊信息,克服了传统模糊推理会丢失前件集与后件集相关性信息的缺陷,推理结果更加合理。本书详细介绍了面向后件集的模糊推理机制及其应用,包括在 Type-1 模糊逻辑系统、区间型 Type-2 模糊逻辑系统和一般型 Type-2 模糊逻辑系统中的应用,以及这些基于面向后件集设计的三种模糊逻辑系统在工业实践中的应用,如自动洗衣机模糊控制器的设计等。

本书适合作为高等院校系统科学、控制理论与控制工程、计算机和人工智能等专业的研究生和高年级本科生的教材,也可供系统科学、控制理论与控制工程和人工智能等领域的科研人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

面向后件集的模糊推理机制与应用/岳菊梅,闫永义著. —北京:科学出版社, 2018.11

ISBN 978-7-03-059575-1

I. ①面… II. ①岳… ②闫… III. ①模糊逻辑—研究 IV. ①O141

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 260347 号

责任编辑:朱英彪 赵晓廷/责任校对:张小霞

责任印制:张 伟/封面设计:蓝正设计

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京教图印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018 年 11 月第 一 版 开本:720×1000 B5

2018 年 11 月第一次印刷 印张:11 1/2

字数:230 000

定价:95.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

目前,模糊系统与模糊控制已广泛应用于工业领域,在社会学、经济学、环境学、生物学和医学等领域也得到了成功应用,有了一些探索性甚至突破性的应用成果。但模糊控制一直是一个充满争议的领域,理论基础尚需完善,实际应用也有待进一步深入研究。针对目前广泛应用于工程领域的模糊推理方法的内在缺陷,即规则输出集往往只由其中一个前件集决定,忽略了其他前件集对推理结果的影响;或者,虽然推理过程考虑了所有前件集,但推理结果并不是由每个前件集按照其对后件集的影响程度共同决定的,本书提出了适用于 Type-1 模糊逻辑系统、区间型 Type-2 模糊逻辑系统和一般型 Type-2 模糊逻辑系统的面向后件集的模糊推理机制,并对这三种推理机制的共同点进行理论抽象,介绍了相关型模糊集的概念。

本书将介绍一种在模糊集相互关联的环境下进行模糊推理的机制,这种推理机制克服了传统的在前件集与后件集相互独立的环境下进行模糊推理会丢失信息的缺陷,可以捕获到规则中更多的模糊信息,推理结果更加合理,也为模糊逻辑系统的设计提供更大的自由度。

本书主要内容包括以下几个方面。

(1) 鉴于目前的大多数模糊推理方法均没有利用规则中前件集与后件集的相关性信息,本书提出了模糊集 O-O 变换的概念,变换后的模糊集包含了参考对象的相关性信息。基于让规则的每个前件集的 O-O 变换集而不是前件集本身参与模糊推理的思想,本书提出了适用于 Type-1 模糊逻辑系统、区间型 Type-2 模糊逻辑系统和一般型 Type-2 模糊逻辑系统的面向后件集的模糊推理机制。

(2) 对模糊集之间的相关性信息进行分类介绍。当两个模糊集的相关度可以用一个清晰数来表达时,可使用具有清晰相关度的面向后件集的模糊推理机制,并将这种推理方法应用到 Type-1 模糊逻辑系统、区间型 Type-2 模糊逻辑系统和一般型 Type-2 模糊逻辑系统中。当模糊集间的相关性信息不宜或不易用一个清晰数来表示时,上述面向后件集的模糊推理机制无法将这种不明确的相关信息引入模糊推理过程。为此,对模糊集 O-O 变换的概念进行扩展,提出了合成 Type-2 模糊集

的概念,在此基础上对具有清晰相关度的面向后件集的模糊推理方法进行推广,提出了具有模糊相关度的面向后件集的模糊推理机制。该推理方法适用于 Type-1 模糊逻辑系统、区间型 Type-2 模糊逻辑系统和一般型 Type-2 模糊逻辑系统。

(3) 对上述两种情形、三种系统下面向后件集的模糊推理机制的共同点进行理论抽象,提出了相关型模糊集的概念。相关型模糊集使人们可以在一个模糊集彼此相关的环境下研究模糊集与模糊逻辑系统。针对三种模糊系统,分别定义了相关型 Type-1 模糊集、相关型区间 Type-2 模糊集和相关型一般 Type-2 模糊集的概念,并将普通模糊集的基本概念,如包含关系、并运算、交运算和补运算等,相应地推广到这些相关型模糊集中。同时,初步探讨了它们的一些性质以及在 Type-1 模糊逻辑系统、区间型 Type-2 模糊逻辑系统和一般型 Type-2 模糊逻辑系统三种模糊逻辑系统中的应用,包括系统的分析与综合。

本书第 1~5 章由河南科技大学岳菊梅撰写,第 6~8 章由河南科技大学闫永义撰写。本书的主要内容在期刊上公开发表过,大部分内容曾在国际会议上报告过。许多同行,特别是河南科技大学农业装备工程学院和信息工程学院的老师给予了许多建议,使本书内容得以完善,对此深表感谢!感谢南开大学陈增强教授对作者研究工作的支持。

本书的出版得到河南省教育厅高等学校重点科研项目 (15A416005)、河南省科技攻关计划项目 (182102210045)、河南科技大学青年科学基金 (2015QN016) 的支持,对此表示感谢。

由于作者水平有限,书中难免存在不妥之处,敬请广大读者批评、指正。

作 者

2018 年 6 月

目 录

前言	
第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 模糊推理的分类	4
1.3 模糊推理的研究现状	7
1.4 模糊算子的研究现状	12
1.5 本书的主要内容安排	13
1.6 本章小结	14
第 2 章 数学基础	15
2.1 引言	15
2.2 清晰值的模糊化	16
2.2.1 经典集合	16
2.2.2 模糊集	18
2.3 隶属度函数及其确定方法	22
2.3.1 隶属度函数的基本确定方法	22
2.3.2 常用隶属度函数	23
2.4 模糊集的运算	24
2.4.1 模糊集的基本运算	24
2.4.2 模糊集的运算规律	26
2.4.3 模糊集运算的其他定义	27
2.5 模糊值的清晰化	28
2.5.1 面积中心法	29
2.5.2 面积平分法	29
2.5.3 最大隶属度法	30
2.6 本章小结	31
第 3 章 逻辑学基础	32
3.1 引言	32

3.2	二值逻辑	32
3.2.1	判断	33
3.2.2	推理	35
3.3	模糊算子	37
3.3.1	否定模糊算子	37
3.3.2	语气模糊算子	37
3.4	近似推理	39
3.4.1	基本模糊条件语句	39
3.4.2	近似推理及其合成	41
3.4.3	模糊控制器中的蕴涵关系	43
3.5	本章小结	46
第 4 章	Type-2 模糊逻辑系统	47
4.1	引言	47
4.2	Type-2 模糊集及其运算	48
4.2.1	Type-2 模糊集	48
4.2.2	Type-2 模糊集的运算	50
4.3	Type-2 与 Type-1 模糊逻辑系统的逻辑推理	51
4.3.1	Type-1 与 Type-2 模糊逻辑系统的比较	51
4.3.2	Type-2 模糊逻辑系统的逻辑推理	53
4.4	模糊加权平均	55
4.5	KM 算法	57
4.6	本章小结	60
第 5 章	具有清晰相关度的 COFI 及其在模糊逻辑系统中的应用	61
5.1	引言	61
5.2	模糊集的 O-O 变换	62
5.3	具有清晰相关度的 COFI	65
5.3.1	面向后件集的模糊推理的定义	65
5.3.2	面向后件集的模糊推理的实施	70
5.4	COFI 用于自动洗衣机模糊控制器的仿真分析	72
5.4.1	实例 1: 基于 Type-1 的 COFI 仿真分析	73

5.4.2 实例 2: 基于区间型 Type-2 的 COFI 仿真分析	84
5.5 本章小结	90
第 6 章 具有模糊相关度的 COFI 及其在模糊逻辑系统中的应用	91
6.1 引言	91
6.2 合成 Type-2 模糊集	92
6.2.1 基本概念	92
6.2.2 表示方法	95
6.2.3 基本运算	96
6.2.4 特殊性质	99
6.3 具有模糊相关度的 COFI	100
6.3.1 面向后件集的模糊推理的定义	100
6.3.2 面向后件集的模糊推理的实施	102
6.4 仿真结果	105
6.4.1 实例 1: 基于 Type-1 的具有模糊相关度的 COFI 抽象实例	105
6.4.2 实例 2: 基于区间型 Type-2 的具有模糊相关度的 COFI 抽象实例	108
6.5 本章小结	111
第 7 章 相关型模糊集	113
7.1 引言	113
7.2 相关型 Type-1 模糊集	115
7.2.1 相关型 Type-1 模糊集的定义	115
7.2.2 一般模糊集的相关自运算	122
7.3 相关型 Type-2 模糊集	124
7.3.1 相关型 Type-2 模糊集的定义	124
7.3.2 相关型 Type-2 模糊集表示方法	125
7.3.3 相关型 Type-2 模糊集的基本运算	126
7.4 相关型区间 Type-2 模糊集	127
7.4.1 相关型区间 Type-2 模糊集的定义	127
7.4.2 相关型区间 Type-2 模糊集表示方法	128
7.5 相关型模糊集在模糊推理中的应用	128
7.6 相关型模糊集的面向后件集的模糊推理	131

7.7 相关型模糊集在模糊推理中的应用实例	132
7.7.1 实例 1: 基于 COFR-CRD 推理的仿真分析	133
7.7.2 实例 2: 基于 COFR-FRD 推理的演示实例	138
7.8 本章小结	140
第 8 章 总结与展望	141
8.1 总结	141
8.2 展望	142
参考文献	144
附录	155

第1章 绪 论

1.1 引 言

人工智能是模拟人类思维的一种知识处理系统,具有记忆、学习、信息处理、形式语言和启发推理等功能,可以用于判断、推理、预测、识别、决策和学习等各类问题。

人类对智能的研究已有三千多年的历史,人工智能正是人类智能理论发展到一定阶段的产物。从 1956 年该概念提出以来,人工智能主要有符号主义和链接主义两种研究模式。符号主义是利用知识表达和逻辑符号系统从宏观层面来模拟人类的智能,而链接主义则是依据人脑和神经系统的生理原理从微观意义上来模拟人脑的工作机制。链接主义人工智能逐步发展为如今的计算智能,并于 1994 年确立人工智能发展的主流地位。

模糊逻辑、神经网络和进化计算是计算智能的三大分支。模糊逻辑在解决人类的主观性认识方面,如推理、评估和决策等,具有卓越的功能。从美国控制理论专家 Zadeh 于 1965 年创立模糊集理论以来,模糊逻辑系统和模糊推理在理论与应用方面都得到了长足的发展。

20 世纪 70 年代,模糊理论继续发展并出现了实际应用。模糊集的提出者——Zadeh 教授在提出模糊集概念后,又于 1968 年提出模糊算法的概念;之后,在 1970 年提出模糊决策,1971 年提出模糊排序,1973 年发表了一篇开创性的论文 *Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes*, 该文为研究模糊控制打下了理论基础。在此十年间,模糊理论领域的一个重大事件是诞生了处理实际系统的模糊控制器。1975 年,英国的 Mamdani 博士和 Assilian 教授创立了模糊控制器的基本框架,并将模糊控制器成功应用于蒸汽机的控制。该研究成果发表在模糊理论的另一篇开创性的文章 *An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller*。1978 年,丹麦工程师 Holmblad 和 Ostergaard 为整个工业过程开发了第一个模糊控制器——模糊水泥窑控制器。

20 世纪 80 年代,模糊理论在工业领域的应用产生巨大飞跃。然而,在此期间,模糊理论发展却非常缓慢,几乎没有出现新的概念和方法,只有模糊控制在实

际工程的应用方面保存下来。直到 1987 年,日本学者 Yasunobu 和 Miyamoto 为仙台地铁成功开发了模糊系统,创造了世界上最先进的地铁系统。模糊控制的这一成功应用令人振奋并引起了模糊领域的一场巨变,大量学者都投入到该领域的研究中。

20 世纪 90 年代,模糊理论迅猛发展但仍有很多的挑战。在此期间,模糊系统与模糊控制中的一些基本问题已经得到了解决,例如,利用神经网络技术系统地确定隶属度函数并严格分析模糊系统的稳定性。尽管模糊系统应用于控制理论的整体前景已显清晰,但仍有大量的工作要做,大多数的方法和分析还停留在初级阶段。

模糊系统也有自己固有的缺陷:对模糊信息的简单处理不仅会使系统的功能精度下降,也会使系统的动态品质恶化。若要提高系统的精度,必然增大量化级数,这又会导致对规则的搜索范围急剧增大,大大影响运算速度,甚至不能满足实时性的要求。

模糊系统的设计也缺乏系统性,不能明确定义功能目标。对相应规则的制定、论域的确定、模糊集的定义、比例因子的选择都采用尝试法,这些会导致难以对高不确定性系统进行表达和控制。要解决此问题,可行的途径是增加系统的模糊性。1975 年, Zadeh 提出了 Type-2 模糊集的概念。这种模糊集的元素隶属度不像传统模糊集 (Type-1 模糊集) 那样是一个清晰数,而是一个模糊集 (Type-1 模糊集),即 Type-2 模糊集的隶属度函数比 Type-1 模糊集的隶属度函数具有更多的参数,这为模糊系统的设计提供了更大的自由度,系统性能也有提升的潜力^[1]。基于 Type-1 模糊集建立的模糊系统称为 Type-1 模糊系统,基于 Type-2 模糊集建立的模糊系统称为 Type-2 模糊系统。当然,还可以对 Type-2 模糊集进行进一步扩展,形成更高阶的模糊集。但从现阶段的技术水平来说,这种扩展只具有理论意义,还不具备应用价值。

1998 年,南加利福尼亚大学电子工程系的一个工作小组将 Type-2 模糊系统成功应用到时变信道的均化上,性能显著。此后, Type-2 模糊系统广泛应用于许多领域,出现了许多研究成果,如近似理论、聚类分析、移动机器人控制、决策、数据库、医疗健康、神经网络、模式识别和无线通信等。成功利用 Type-2 模糊系统的实例包括对编码视频流进行分类、消除非线性时变通信共用信道的干扰、连接准许控制、控制移动机器人、均化非线性衰减信道、问卷调查表的知识提取、时间序列预测、函数拟合、语言学习、X 光图像预处理、关系数据库、模糊方程求解和交通

规划等。鉴于对计算复杂度的考虑,目前 Type-2 模糊系统的应用几乎都采用区间型 Type-2 模糊系统。

模糊系统,无论是 Type-1 模糊系统还是 Type-2 模糊系统,其核心均是由 IF-THEN 规则组成的规则库,其他组成部分都是以一种合理有效的方式来执行这些规则。因此,规则中的不确定性在模糊系统的推理中起着关键作用。不同的推理机制决定了规则中不确定信息的处理方法。

推理技术是人工智能的三大要素之一,也是目前模糊理论研究最活跃的方向之一。模糊推理和模糊逻辑是计算智能的一个重要组成部分,也是设计和分析模糊专家系统、模糊控制系统和模糊决策支持系统的理论基础。模糊神经网络是目前实现模糊推理的一个重要途径^[2-4]。可以说,模糊推理理论是信息科学领域的模糊信息处理和机器智能实现的一个重要工具,也是控制科学、计算机科学和人文科学的一个重要研究课题。

在实际应用中,模糊推理不像经典逻辑那样基于公理进行形式推演或者根据赋值的语义运算,而是通过近似推理的方式,由命题的前提计算出结论,而不是推演出结论。因此,它的特征是数值计算而不是符号推演。1973 年, Zadeh 提出了模糊分离规则 (fuzzy modus ponens, FMP),后来又与 Mamdani 等一起将其算法化,形成了推理的合成规则 (compositional rule of inference, CRI),成为当今各种模糊推理方法的理论基础^[5-7]。近 30 年来,模糊推理技术成功应用于工业生产控制,尤其是在家电产品中的应用,使其在模糊逻辑系统及自动控制领域越来越受到人们的关注,已成为以数值计算而非以符号推演为特征的一个研究方向。

基于 CRI 发展而来的各种模糊推理算法虽然在无法给出数学模型的复杂系统的控制中比其他方法更有效,但从本质上讲,应用中的模糊控制方法与逻辑的联系越来越少,对算法的依赖越来越大。因此,用算法来取代模糊推理是否合理,其理论基础是否可靠仍被一些学者质疑。例如, Elkan 等在 1994 年国际人工智能大会上的报告“模糊逻辑的似是而非的成功”所提出的质疑^[8]。

如上所述,虽然模糊系统与模糊控制在工程上得到了成功的应用,但尚缺乏完善的理论基础,应用上也有待于进一步深入,尤其是在以下方面。

(1) 对模糊系统进行建模、确立模糊规则和模糊推理方法等方面进行深入研究,特别是对非线性复杂系统的模糊控制。

(2) 探索模糊控制系统新的创建和分析方法,目前稳定性理论还不成熟,需要进一步完善。

(3) 开发和推广简单实用的模糊集成芯片和通用模糊系统硬件。

(4) 加强对模糊系统设计方法的研究,把现代控制理论、神经网络与模糊控制进行更好的结合、相互渗透,在多方面进行深入研究,以便构成更多、更好的模糊集成系统。

在模糊逻辑系统中,不确定性不仅存在于前件集和后件集,还存在于模糊连接词,即模糊算子中。因此,在一个基于规则的模糊逻辑系统中,不仅需要模糊集,如 Type-1 模糊集、区间型 Type-2 模糊集 (interval Type-2 fuzzy set) 和一般型 Type-2 模糊集对前件集和后件集的不确定性进行建模,还要对模糊连接词的不确定性进行建模。模糊算子的模型决定了规则中模糊信息的加工方法及利用程度。目前,对模糊算子的建模方法主要是基于 t -范数 (也称为 t -模或三角模) 或其改进形式,这些模型的主要任务是解决如何加工规则中的一般模糊信息,而没有涉及如何深入挖掘规则中前件集与后件集之间的相关性信息。因此,对于某些实际问题,常会出现推理结果无法比较的情况,从而无法在多个连续的 t -范数或 t -余范数中选出与实际数据相匹配的算子。例如,广泛应用于工程领域的取小 t -范数和乘积 t -范数。采用取小 t -范数的模糊推理,得到的规则输出集往往只由其中一个前件集决定,也就是说,取小模糊推理忽略了其他前件集对结果的影响。采用乘积 t -范数的模糊推理,虽然在推理过程中考虑了所有前件集,但是推理结果并不是由每个前件集及其对后件集的影响程度共同决定的。

可见,在一个模糊集相互独立的环境下研究模糊集和模糊推理将会遗漏规则中的一些模糊信息。因此,如果将前件集与后件集的相关性信息考虑到模糊推理中,或者在对模糊算子进行建模时将前件集与后件集的相关性信息纳入模型中,那么推理结果无疑包含了规则中更多的模糊信息,从而使推理结果更符合客观事实和人们的实际生活经验。

综上所述,本书针对目前模糊推理过程中存在的上述问题,考虑在一个模糊集相互关联的环境下研究模糊集与模糊推理,将模糊规则中的前件集对后件集的相关性信息 (如影响程度、相关程度等) 引入推理过程,这种模糊推理可以捕获到规则中更多的模糊信息,推理结果也更加合理,可为模糊系统的设计提供更大的自由度。

1.2 模糊推理的分类

根据不同的划分标准,可将模糊推理划分为不同的类型。目前,主要有以下几

种划分方法。

1. 按模糊规则的条数和前件变量个数划分

根据模糊规则的条数和前件变量个数的不同, 常见的模糊推理可分为以下几种形式^[9-11]。

(1) 简单模糊推理。简单模糊推理是模糊推理最基本的模型, 它是经典逻辑在模糊域的推广。该模型只有一个大前提和一个小前提, 是单输入-单输出模型, 其模型为

$$\frac{A \rightarrow B \quad A^*}{B^*}$$

(2) 多维模糊推理。多维模糊推理解决的是大前提含有多个前件集的情形, 是多输入-单输出模型, 其一般形式为

$$\frac{A_1, A_2, \dots, A_n \rightarrow B \quad A_1^*, A_2^*, \dots, A_n^*}{B^*}$$

在多维模糊推理中, 通常有三种方法可用来求 B^* , 即 Zadeh 法、Tsukamoto 法和 Takagi-Sugeno 法。

(3) 多重模糊推理。多重模糊推理解决的是规则含有多个大前提的情形, 每个大前提只有一个前件, 其一般形式为

$$\frac{\begin{array}{c} A_1 \rightarrow B_1 \\ A_2 \rightarrow B_2 \\ \vdots \\ A_n \rightarrow B_n \\ A^* \end{array}}{B^*}$$

在多重模糊推理中, 通常也有三种方法可用来求 B^* , 即 FITA(first infer then aggregate) 法、FATI(first aggregate then infer) 法和点火法。

(4) 多重多维模糊推理, 也称链式模糊推理。该推理形式是更一般的模糊推理模型, 在模糊控制中也最为常用。在多重多维模糊推理中, 大前提有多个情形, 且

每个大前提有多个前件集, 其一般形式为

$$\begin{array}{c}
 A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1n} \rightarrow B_1 \\
 A_{21}, A_{22}, \dots, A_{2n} \rightarrow B_2 \\
 \vdots \\
 A_{t1}, A_{t2}, \dots, A_{tn} \rightarrow B_t \\
 A_1^*, A_2^*, \dots, A_n^* \\
 \hline
 B^*
 \end{array}$$

在该模型中, 通常有六种方法可用以求 B^* , 即多重 Zadeh 法、多重 FITA 法、多重 FATI 法、多重 I 型 Tsukamoto 法、多重 II 型 Tsukamoto 法和 Takagi-Sugeno 法。

(5) 多重多维多输出模糊推理。在一些应用中也用到这种模型, 其形式为

$$\begin{array}{c}
 A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1n} \rightarrow B_{11}, B_{12}, \dots, B_{1k} \\
 A_{21}, A_{22}, \dots, A_{2n} \rightarrow B_{21}, B_{22}, \dots, B_{2k} \\
 \vdots \\
 A_{t1}, A_{t2}, \dots, A_{tn} \rightarrow B_{t1}, B_{t2}, \dots, B_{tk} \\
 A_1^*, A_2^*, \dots, A_n^* \\
 \hline
 B_1^*, B_2^*, \dots, B_k^*
 \end{array}$$

要求得结果 $B_1^*, B_2^*, \dots, B_k^*$, 只需对每个 $j (j \leq k)$ 采用多重多维多输出模型分别求得 B_j^* 即可。

2. 按模糊推理方法划分

根据模糊推理方法的不同, 常见的模糊推理可分为如下几种。

(1) 应用于纯模糊系统的模糊推理^[12,13]。该应用中常用的模糊推理方法有 Zadeh 的 CRI 方法^[7]、全蕴涵三 I 算法^[10]、Mamdani 算法^[6]、基于反馈的 CRI 算法^[14] 和陈永义等的特征展开方法等^[15]。

(2) 应用于工业过程控制的模糊推理。由于工业过程对模糊控制的要求, 应用的模糊推理方法的输入和输出都要求是精确的数值, 常见的有 Sugeno-Kang 模糊推理方法^[16]、Takagi-Sugeno 模糊推理方法等^[17]。

(3) 基于神经网络的模糊推理。例如, 常用的是采用径向基函数网络的模糊推理方法^[18]。

(4) 应用于模糊专家系统中的模糊推理, 如链式模糊推理等^[19]。

3. 按规则中模糊集的类型划分

根据规则中模糊集的类型是普通模糊集 (Type-1 模糊集)、区间型模糊集 (区间型 Type-2 模糊集) 还是二型模糊集 (Type-2 模糊集), 模糊推理可分为以下几种。

(1) Type-1 模糊集上的模糊推理 [20-22]。该模糊推理是一种以 Type-1 模糊集理论为基础的模糊推理方法。

(2) 区间型 Type-2 模糊集上的模糊推理 [23-25]。这种模糊推理的理论基础是区间型 Type-2 模糊集理论, 是 Type-1 模糊集上的模糊推理在功能上的扩展。

(3) 一般型 Type-2 模糊集上的模糊推理 [1,26-28]。该模糊推理是一种基于一般型 Type-2 模糊集理论进行的模糊逻辑演算, 是更一般意义上的模糊推理。

4. 按输入和输出的对象划分

根据输入和输出的对象不同, 常见的模糊推理如下。

(1) 输入和输出均是清晰值的模糊推理, 如前所述的基于 Tsukamoto 法的模糊系统和基于 Takagi-Sugeno 法的模糊系统, 以及基于神经网络的模糊推理等 [4,29,30]。

(2) 输入和输出均是模糊值的模糊推理, 如用于纯模糊系统的模糊推理等 [16,17]。

(3) 输入是模糊值, 输出是清晰值的模糊推理 [20,21,31]。

1.3 模糊推理的研究现状

模糊推理是一种模拟人类大脑思维方式的近似推理, 是以模糊集理论为描述工具, 对数理逻辑进行扩展, 从不精确的前提集合得到不精确的结论的推理过程, 又称近似推理, 是不确定推理的一种。它是模糊控制技术的理论基础。20 世纪 80 年代末, 随着计算机技术的迅速发展, 以模糊推理为基础的模糊控制技术得到了广泛的应用和发展, 国内外学者对该领域进行了大量的研究, 并提出了许多关于模糊推理的理论和方法。

逻辑学家对模糊性的讨论始于 1923 年。英国学者 Russell 发表了题为 *Vagueness* 的论文, 文中明确指出, “模糊知识是靠不住” 的这种观点是错误的 [32]。该论文的发表并没有引起学者对含糊性 (目前称为模糊性) 的注意。直到 1965 年, Zadeh 创立了模糊集理论, 人们才重新对模糊推理给予重视和研究。纵观国内外文献, 对于模糊推理的研究主要集中在以下几个方面。

1. 模糊推理方法的研究

对模糊推理的研究始于 1973 年, 随后 Zadeh 教授首先在模糊推理算法中加入模糊数学的思想和方法, 即合成算法 (CRI)^[7], 它主要用来解决模糊推理过程中的两个核心问题——模糊假言推理问题 (FMP) 和模糊拒取式推理 (fuzzy modus tollens, FMT) 问题。紧接着, 该推理方法被应用到模糊控制技术中, 并得到了良好的效果。目前为止, 在工业生产领域广泛使用的模糊推理方法仍是 Zadeh 提出的 CRI 方法。模糊推理由于在工业应用上表现出极大的优越性而成为人们研究的热点。目前, 有关模糊推理的研究大都基于 Zadeh 的 CRI 方法, 提出了多种定义模糊关系和合成运算的方法, 这些方法是通过对 CRI 方法进行改进、扩充或推广得到的。以 CRI 方法为思想的模糊推理已经发展成为模糊控制理论的一个重要研究方向。至今, 学者已经提出了许多与 CRI 相关的模糊推理方法。其中比较典型的有王国俊教授在 1999 年提出的全蕴涵三 I 算法^[10]。他指出, 从逻辑语义的角度来看, CRI 算法在语义上偏离了蕴涵的框架, 且该算法不具有还原性, 使用该算法求得的结果并不是最优的。他从逻辑学的角度对 Zadeh 的 CRI 方法进行了修正, 提出在推理过程中的每一步都要使用蕴涵算子的全蕴涵算法。在推理中用了三次蕴涵, 因此称为全蕴涵三 I 算法, 该算法具有逻辑蕴涵意义, 从而扩展了人们对 CRI 模糊推理的研究。进而, 人们基于全蕴涵三 I 算法也提出了很多有价值的推理方法, 如宋士吉和吴澄于 2002 年提出的模糊推理的反向三 I 算法和反向三 I 约束算法^[33,34]; 俞峰和杨成梧于 2008 年提出的区间值三 I 算法^[35]; 付利华和何华灿在 2004 年对模糊推理中相异因子的研究^[36]等。这些研究工作主要集中在对 CRI 方法的改进和三 I 算法的研究上。

国外学者提出了异于 CRI 算法的模糊推理方法。Baldwin 在 1979 年提出了真值推理 (truth values reasoning, TVR) 方法^[37]。该方法是一种用真值来限定的近似推理方法, 首先通过将模糊命题由 TVR 方法转化成语言真值, 即论域为 $\bar{F}_1$ 上的正规模糊集, 然后对各个蕴涵命题在 $\bar{f}(X')$ 上的模糊关系进行推理。另外, 在研究中人们发现, 从逻辑学的角度来看, 以 CRI 算法为基础的模糊推理缺乏逻辑性。基于此原因, Turksen 和 Zhong 分别在 1988 年和 1990 年提出了基于相似度的模糊推理^[38,39], 他们将观测结果与前件模糊集间的相似性运用到模糊推理中, 给出了一种新的模糊推理方法。2003~2012 年也有不少文献提出了各种各样的基于相似度的模糊推理方法^[40-43]。

最早将 Petri 网运用到模糊推理过程的是 Looney 教授, 他在 1988 年提出了