



最小成本共识决策 建模及应用

巩在武 张欢欢 徐晓霞 等/著



科学出版社

最小成本共识决策建模及应用

巩在武 张欢欢 徐晓霞 等 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

在人类的社会活动中,共识问题比比皆是,如国际气候谈判、领导人选举、重要国际事项决策,以及拆迁补偿、商业谈判、方案协商等。决策群体总希望针对某些决策议题、热点问题和重要行动展开充分讨论,达成一定程度的共识。共识问题研究是近年来学术界关注的热点。通常情况下,共识的达成必然需要考虑决策主体的效用偏好,也必然需要消耗一定的时间、人力、物力和资金等资源,考虑成本约束和决策主体效用的成本共识建模及分析是本书的核心研究内容。

本书既可作为高等院校管理科学、信息科学、系统工程和运筹学等专业研究生及高年级本科生的参考书,也可作为企事业单位的决策参考书。

图书在版编目(CIP)数据

最小成本共识决策建模及应用/ 巩在武等著. —北京: 科学出版社, 2018.6

ISBN 978-7-03-056005-6

I. ①最… II. ①巩… III. ①成本管理 IV. ① F275.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 312643 号

责任编辑: 魏如萍 / 责任校对: 杨聪敏

责任印制: 吴兆东 / 封面设计: 无极书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京虎彩文化传播有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018 年 6 月第 一 版 开本: 720 × 1000 B5

2018 年 6 月第一次印刷 印张: 11 1/2

字数: 260 000

定价: 82.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

群决策依托经济学、社会学、数学、行为学、心理学和信息科学等众多学科，自 Borda 于 1781 年提出 Borda 数法和孔多塞规则及投票悖论之日起，经过 200 多年的发展，已逐步形成完善的理论体系。目前，该领域已经成为现代决策理论的重要组成部分。Arrow 和 Sen 因研究社会选择与群决策问题，先后于 1972 年及 1998 年获得诺贝尔经济学奖。我国学者在群决策理论及应用研究方面也取得了比较突出的成就。群决策主要解决专家群体主观参与的各类非结构化决策问题，以获取决策问题的最佳方案为目的。通常，在实现正确决策之前，决策群体需要对决策问题展开广泛而充分的讨论，同时通过多次协商，达成一定程度的共识。

共识决策的现实存在至少有 3 600 年的历史：以共识决策基础运作的美洲土著居民联邦成立于公元前 1600 年，至今仍存在；从社会问题现象，如国际气候谈判、基金评审，到日常生活细节，如消费者网购、家庭会议，不仅存在于人类决策，共识现象（主动性，stigmergy）在生物界比比皆是。例如，非洲教堂白蚁筑巢过程，大雁排成“一”字形或者“人”字形在天空中飞翔，鱼群绕着某一中心转圈，等等。自然界生物群落特殊的共识主动性现象，引发了学者们对共识理论研究的极大兴趣。

较早的共识研究源于 French（1956）发表在 *Psychological Review* 上的 *A formal theory of social power*。Stone（1961）研究了意见集结问题，是群体意见集结较早期的研究成果。Winkler（1968）研究了基于主观概率的共识问题，且发表在 *Management Science* 上。而关于群体共识收敛的开创性论文则发表

在 1974 年, DeGroot (1974) 基于决策个体的主观概率分布, 通过集结决策个体意见形成群体收敛意见, 从而达成群体共识。该研究至今还是行为科学、社会物理学、控制论群体一致性问题等研究领域引用最广泛的论文之一。Morris (1974) 关于群体共识决策的研究发表在 *Management Science* 上。随后的 20 世纪 70 年代末 80 年代初, 基于主观概率的共识模型 (Morris, 1977; Winkler, 1981) 一直是 *Management Science* 的研究热点之一。近四十年来, 共识研究一直是一个较为活跃的研究课题。

根据《美国传统辞典》的定义, 共识是“通过将群体视为一个整体所达成的观点或立场”。从协议文本角度来看, Bezdek 等 (1978) 认为“共识意味着一个完整且一致的协议”。从心理偏好角度来看, Orive (1988) 认为群体共识是指某一参照群体内部大多数人形成的共同认识, 也即群体所形成的态度偏向。从模型度量角度来看, Chiclana 等 (2013) 将“共识”定义为一般或普遍认可的意见, 并且可以利用数学模型中的相似函数来测度不同专家意见或偏好的距离。上述定义都侧重于共识达成的最终结果, 并未考虑整个共识达成的过程演化, 属于静态的观点。

群体共识过程中, 决策个体通过逐步改变自身意见, 最终在某种程度上达成共识, 即共识也是一个动态的多阶段过程。生物界共识主动性的定义本身就体现了一种动态特征: 共识主动性是社会网络中生物个体自治的信息协调机制, 在没有中枢控制和接触交流的条件下, 群体通过同频共振, 达到信息对称, 个体独立行动, 互相修正, 自我更新, 逐步完善群体的生态环境。”2002 年, 社会心理学研究者 Fuller (2002) 将共识分为“偶发性共识” (accidental consensus) 和“必要性共识” (essential consensus) 两类。前者强调所有个体通过自己的独立判断而选择, 属于抽象层次的共识; 后者表现为决策者针对具体问题, 经过集体协商、讨论而确定的观点。主动性共识及集体协商共识定义表明, 共识是动态演化的结果。

从决策分析的角度看, 共识理解为决策者意见之间的相似或者不相似程度。早期关于共识测度的研究采用硬 (hard) 共识 (Bezdek et al., 1978) 方法, 即共识水平用 0 或者 1 两个数字描述。硬共识的定义较为绝对化。事实上, 群决策者之间的共识水平达到最佳值 1, 表明群体共识完全达成, 是一种乌托邦

共识 (Utopian consensus) (Palomares et al., 2014), 现实决策中很难达到这种状态。更多的学者建议用软 (soft) 共识 (Dong et al., 2010; Xu et al., 2013; Palomares et al., 2014; Zhang B W et al., 2014) 代替硬共识。因为共识的达成过程本身体现了决策个体的直觉与主观性。从优化角度分析, 共识决策的目的在于通过容纳各参与方的意见获得最优 (帕累托最优) 共识意见, 从而实现群体整体利益的最大化。

通常情况下共识的达成需要改变多个甚至全体决策主体的意见, 使之趋于统一, 这必然需要消耗一定的时间、人力、物力和资金等资源, 必然需要考虑决策主体的效用偏好。如何合理地利用有限的资源, 使决策主体改变意见, 从而得到最优的群体共识目标, 往往是人们所关注的焦点问题, 即群决策中最小成本共识问题为管理者所重视, 这方面的研究与应用具有重要意义。

在复杂群决策中, 达成共识不仅需要决策个体充分沟通和交流, 还需要引入协调者, 因为协调者可以通过各种有效措施, 如提供经济补偿来说服决策个体不断修正决策意见, 从而达成最终共识。一般情况下, 协调者总是希望以最少的资源消耗获取最优共识意见。但作为决策个体, 由于对共识达成具有重要作用, 所以他们总是希望自身利益被充分重视。也就是说, 他们希望共识意见不仅位于自己的意见区间, 还应与自己期望的理想意见越接近越好。此外, 无论是协调者, 还是决策个体, 对共识意见都表现出一定的效用偏好。显然, 这种效用偏好也是衡量群体共识是否有效的一个重要指标。因此, 若仅协调者以最小资源消耗为目标, 即使他获得了数学意义上的最优共识, 也很难满足决策个体的效用要求。所以, 协调者必须分配更多的资源来满足绝大多数决策个体的偏好需求。

基于上述分析, 本书在 Ben-Arieh 等 (Ben-Arieh and Easton, 2007; Ben-Arieh et al., 2009) 相关研究的基础上, 通过引入对偶规划理论, 从协调者和决策个体两个视角, 探讨群体共识最小花费与最大补偿问题, 第 3 章至第 7 章 (张欢欢, 2015) 主要讨论群体共识决策中最小成本共识问题。在有限成本预算及决策个体和协调者不同偏好组合的约束前提下构建一类共识优化模型, 该类模型旨在最大化群决策效用。其中, 本书探讨的效用偏好不仅包括线性形式 (第 11 章至第 13 章) (许超, 2016), 还包括能更好地模拟现实心理的复杂

非线性形式(第9章至第10章)(徐晓霞, 2016)。本书结合激励相容原理, 将政府及制造型企业之间就污染物减排所开展的谈判作为案例背景, 构建基于非线性偏好及有限成本预算的群体减排共识模型, 并从经济学角度解释模型参数的设定含义; 将带有多阶段波动线性效用偏好结构的共识优化模型运用于中国的城市化搬迁问题, 讨论政府与搬迁居民就拆迁补偿价格展开博弈的案例。

总之, 本书将进一步丰富和发展共识决策理论, 对现实群体共识的达成具有实践指导意义。

特别感谢曾与作者进行合作研究的林益教授(Slippery Rock University of Pennsylvania)、李武教授(University of Windsor)、Enrique Herrera-Viedma教授(Universidad de Granada)、Luis Martínez López教授(Universidad de Jaén)、Francisco Chiclana教授与杨英杰教授(De Montfort University)等。在本书的相关研究中, 众多国内学者从多个角度(如思想、方法及体系等方面)给予了莫大的帮助, 在此表示感谢! 同时感谢硕士研究生谭笑、王立红、陈晓庆、张宁、王惠和王一鸣等在书稿编辑过程中的辛勤工作。

本书的研究工作得到了国家自然科学基金(71571104 和 71171115)、珠三角产业生态研究中心(2016WZJD005)以及江苏高校品牌专业建设工程专项资金的资助。

由于作者学术水平有限, 书中难免有不足之处, 恳请广大读者批评指正。

作 者

2017年9月24日

目 录

第 1 章 群决策与最小成本共识	1
1.1 群决策概述	3
1.2 群体共识	4
1.3 效用	7
1.4 群决策与效用偏好	10
第 2 章 线性、非线性规划及其对偶问题	12
2.1 线性规划及其对偶问题	12
2.2 非线性规划及其对偶问题	14
第 3 章 最小成本共识基本模型	16
3.1 问题描述	16
3.2 群体共识最小成本与最大补偿模型	18
3.3 线性加权问题 $LP(w)$ 及其对偶问题 $DLP(w)$ 之间的关系	21
3.4 算例分析	27
3.5 本章小结	29
第 4 章 考虑特殊决策个体情形下最小成本共识模型	30
4.1 第 k 个目标 ϵ 约束问题 $P_k(\epsilon)$ 及其对偶 $DP_k(\epsilon)$	30
4.2 $LP_k(\epsilon)$ 模型及其对偶问题 $DLP_k(\epsilon)$ 模型之间的关系	33
4.3 线性加权问题 $P(w)$ 与第 k 个目标 ϵ 约束问题 $P_k(\epsilon)$ 之间的关系	36
4.4 算例分析	39
4.5 本章小结	42

第 5 章	二次最小成本共识基本模型	44
5.1	二次最小成本共识与最大补偿模型	44
5.2	加权最小二乘 $NLP(w)$ 问题及其对偶 $DNLP(w)$ 之间的关系	46
5.3	算例分析	48
5.4	本章小结	50
第 6 章	考虑特殊决策个体情形下二次最小成本共识模型	51
6.1	模型的构建	51
6.2	$NLP_k(\varepsilon)$ 及其对偶问题 $DNLP_k(\varepsilon)$ 之间的关系	53
6.3	算例分析	57
6.4	本章小结	60
第 7 章	灰色决策情境下最小成本共识问题建模研究	61
7.1	最小成本与最大补偿优化模型的构建	61
7.2	$LP(w)$ 模型及其对偶问题 $DLP(w)$ 模型之间的关系	66
7.3	算例分析	71
7.4	本章小结	73
第 8 章	基于简单线性效用偏好和有限预算的共识建模	75
8.1	问题描述	75
8.2	基于模糊效用偏好的共识模型构建	78
8.3	算例分析	90
8.4	本章小结	94
第 9 章	基于非线性效用及成本约束的共识建模	95
9.1	问题描述	95
9.2	效用函数构建	97
9.3	共识成本设定	102
9.4	最大效用共识优化模型构建	104
9.5	本章小结	110
第 10 章	基于非线性效用偏好约束的制造业污染物减排共识研究	111
10.1	研究背景	111

10.2	问题分析	112
10.3	减排共识建模	114
10.4	拓展分析	118
10.5	本章小结	120
第 11 章	基于城市化拆迁的群决策与谈判	122
11.1	研究背景	122
11.2	无效用偏好约束的成本共识建模	123
11.3	群体谈判建模及其经济学意义	125
11.4	算例分析	126
11.5	本章小结	127
第 12 章	带有线性效用偏好约束的成本共识建模	129
12.1	效用模型	130
12.2	多阶段波动效用模型	130
12.3	带有效用偏好的共识建模及其经济学意义	144
12.4	算例分析	145
12.5	本章小结	148
第 13 章	灵敏度分析	149
13.1	预算对群体共识水平的影响	149
13.2	容忍度对群体共识水平的影响	155
13.3	本章小结	159
参考文献		161

第1章 群决策与最小成本共识

近年来,随着信息获取技术、物联网和社交网络等信息技术的迅猛发展,数据正以前所未有的速度增长和积累。数据规模的爆炸式增长已向我们充分证明:大数据时代已经来临(李建中和刘显敏,2013)。据统计,2011年全球数据总量已达到1.8ZB^①而其中75%的数据来源于个人,这已远远超过了人类有史以来所有印刷材料的数据总量(Gantz and Reinsel, 2011)。互联网数据中心(Internet Data Center, IDC)的报告显示,到2020年全球的数据总量预计将会超过40ZB,即约为2011年数据总量的22倍。不难想象,随着Facebook、人人网、新浪微博等各种新型化社交网络的出现和快速发展,用户产生数据的意愿将不断增强;另外,智能手机、平板电脑等各式新型移动设备的出现也将使人们能更便捷地畅抒己见(孟小峰和慈祥,2013)。总之,网络技术的迅猛发展,尤其是Web 2.0时代的到来,使人类信息的传播从技术层面上更趋近于Anyone、Anytime、Anywhere、Anyway的“4A”理想情境(喻国明,2010)。换言之,利用网络技术,人类可以随时随地就某些决策问题进行讨论,而这种讨论过程究其本质就是群决策(Alonso et al., 2009, 2010, 2013; Bacharach, 1975; Bezdek et al., 1978; Black, 1948; Borda, 1781; 毕鹏程和席酉民, 2002; 陈廷, 2005; Chiclana et al., 1998, 2007, 2013; Chakraborty C and Chakraborty D, 2007; Delgado et al., 1998; Desanctis and Gallupe, 1987; Dong et al., 2008, 2009; Dorff and Steiner, 1981; Dowling and Louis, 2000; Herrera et al., 2001;

① ZB, 泽字节(zettabyte), 代表 10^{21} 字节。

Herrera-Viedma et al., 2007a, 2007b; Hiltz et al., 1986; Hwang and Lin, 2012; 姜艳萍和樊治平, 2006; 蒋御柱等, 2009; Kacprzyk et al., 1992; Keeney and Kirkwood, 1975; Liu and Jin, 2012; Neumann and Morgenstern, 1947; Pérez et al., 2010, 2013, 2014; Terwel et al., 2010; Wan, 2013; 王丹力和戴汝为, 2002; Wortley et al., 2016; Xu and Wu, 2011; Xu, 2005; 谢玲红等, 2012; 杨善林等, 2009)。

群决策,是指为了充分发挥集体智慧,由两个或者两个以上的个体共同参与并制定出结果的决策过程。群决策的研究始于200多年前,群决策以数学、经济学、社会学、行为学、心理学和信息科学等众多学科为基础,逐步形成了自己的理论体系与研究方法,成为现代决策理论的重要组成部分(朱佳俊和郑建国, 2009)。群决策旨在解决需要专家群体主观参与的各类非结构化决策问题。群决策中,决策群体总希望针对某些决策议题、热点问题和重要行动展开充分讨论,达成一定程度的共识。共识问题研究一直是学术界关注的热点(Alonso et al., 2009, 2010, 2013; Ben-Arieh and Chen, 2006; Ben-Arieh and Easton, 2007; Ben-Arieh et al., 2009; Bezdek et al., 1977; Butler and Rothstein, 1991; Cabrerizo et al., 2010a, 2010b; Cook and Seiford, 1982; 陈侠和樊治平, 2011; 陈晓红等, 2008; Dong et al., 2010, 2015; Erdamar et al., 2014; Beliakov et al., 2014; Gong et al., 2015a, 2015b, 2015c; Herrera-Viedma et al., 2002; Kacprzyk, 1987; Kemeny and Snell, 1962; Orive, 1988; Pérez et al., 2010, 2014; Armstrong et al., 1982; Sciarini et al., 2015; Wade and Seiford, 1982; Wu and Chiclana, 2014a, 2014b; Xu, 2009; Zhang G et al., 2011, 2014; Zhang B et al., 2013, 2014)。

《美国传统辞典》将共识定义为“通过将群体视为一个整体所达成的观点或立场”。在实际应用中,群体共识问题涉及的范围较广,大到社会问题及社会现象,如核电厂建造、垃圾食品征税、政治选举和安乐死等重大社会热点问题;小到日常生活细节,如消费者在网上进行的产品选购、企业或个人在社交平台发起的投票等。不难发现,无论是解决重大社会问题还是解决日常生活细节,当下人们所面临的内外环境日益复杂多变,使群决策往往具有目标多重、时间动态及状态不确定等特点,同时,由于决策个体自身具备的价值观、教育

背景和社会经历等通常又具有一定的局限性,所以,若想使群体共识科学有效,就需要集结不同领域的专家学者,从不同角度认识问题并进行决策。一般情况下,为了达成共识,决策群体需要对所要进行的决策问题展开广泛而充分的讨论,通过多次协商与妥协,不断改变多个个体甚至是全体决策个体的意见,最终使之趋于统一。

不难发现,信息技术的发展对群体共识的达成有利也有弊:一方面,信息的共享和交流有益于群体共识的达成,有助于构建社会成员间互有关联的圈子,从而消除群体极化现象,同时,通过社交网络平台达成的共识能更容易产生群体间的认同和归属感(喻国明,2010)。另一方面,互联网的开放性导致了获取的信息势必具有一定的矛盾性,从而使不同个体对相同问题往往持有相互不一致甚至是矛盾的多元化特点,使在现实生活中的群决策问题往往具有相对复杂且不易形成最终完全共识的性质,并最终导致共识达成的成本显著提高。因此,本书关注的热点是如何在共识达成的前提下,充分考虑成本消耗、决策偏好、效用及最终的共识水平测度等因素。

1.1 群决策概述

1.1.1 发展历程

群决策研究始于1781年法国数学家Borda针对群体对方案排序问题提出的Borda数法(Borda,1781),以及de Condorcet于1785年发现投票悖论后提出的孔多塞规则(de Condorcet,1785)。同时,美国经济学家Arrow在其著作《社会选择与个体价值》中提出的“不可能定理”也为群决策的理论发展奠定了重要基础。依托数学、经济学、社会学、行为学、心理学和信息科学等众多学科,群决策理论自提出之日起,已在短短的200多年间,逐步形成了自己的理论体系与研究方法。具体地,20世纪70年代以后,该学科主要沿两条路径发展,即通过实验方法分析群体相互作用对选择转移的影响以及通过模型构建研究个体偏好数量的集结(陈廷,2005)。而在80年代以后,该学科已

经细化为偏好分析、社会选择理论、投票理论、模糊群决策理论和决策支持理论等多个不同却又相互联系的子学科。时至今日，群决策已经成为现代决策理论的重要组成部分。

1.1.2 群决策的优缺点

区别于个体决策，群决策可利用不同领域专家的智慧形成更多的备选方案；能凭借不同参与个体的教育背景和社会经历等，使决策过程中需要关注的问题更全面，从而提高决策科学性；此外，群决策因集结了不同个体的意见，所以更容易获得普遍的认可，有助于决策的顺利实施。然而，群决策虽然具有上述优势，但也存在一些问题。例如，群决策可能会因为某些细节问题而陷入盲目讨论误区，导致决策速度和效率下降；实际决策中可能会由于决策个体地位的不平等，决策结果被个人或子群体影响；决策个体出于自身利益考虑，可能更关心自身目标，而使决策结果可能发生偏离组织目标而偏向个体目标的情况。即便如此，当前针对群决策开展的研究依旧如火如荼，国内外学者利用理论创新和方法论证，不断拓展群决策理论体系。

1.2 群体共识

一般而言，群决策主要是为了解决专家群体主观参与的各类非结构化决策问题，从而获取决策问题的最佳方案，即不同决策个体通过充分沟通交流和多次有效讨论，最终形成对某一议题明确支持或反对的意见，从而达成共识（Orive, 1988; Butler and Rothstein, 1991; Eklund et al., 2007; Chiclana et al., 2013）。近年来，随着群决策研究的逐步深入，大量学者提出了相应的共识定义。例如，Orive（1988）认为群体共识是指某一参照群体内部大多数人意见所形成的共同认识，也即群体所形成的态度偏向。而 Ben-Arieh 等（2009）则认为群体共识就是组织中大多数人已经达成了一个明确的选择，少数反对派则认为他们有理由去影响这个选择，并且所有成员都支持这个决定。Chiclana 等

(2013)则将共识定义为一般或普遍认可的意见,并且可以利用数学模型中的相似函数来测度不同专家意见或偏好的距离。

上述定义都侧重于共识达成的最终结果,而并未考虑整个共识达成的过程。事实上,在许多大型复杂决策中,一方面,不同决策者会因为地域、文化、教育背景的不同而选择各种各样的形式来表达意见(Chiclana et al., 1998; Herrera et al., 2001; Zhang B W et al., 2014);另一方面,决策者因代表不同利益集团,或希望意见受到充分重视从而体现自身价值(Ben-Arieh et al., 2009),因此很难自发地与其他决策者有效沟通,导致最终只能形成妥协共识。对于上述群决策,其决策过程往往需要一个具有良好的领导才能和沟通技能的协调者(Herrera-Viedma et al., 2014; 王丹力和戴汝为, 2002),通过发挥其权威、采用各种有效手段,如提供资金补偿等(统称为“共识成本”),来说服决策个体不断修正意见,最终达成共识意见。可以认为,对于这种具有协调机制的群决策,其共识决策的目的(Herrera-Viedma et al., 2014)就在于通过容纳各参与方的意见获得最优的共识意见,该共识可实现群体整体利益的最大化。需要注意的是,在共识达成的过程中,部分决策个体可能会出于群体利益的角度而改变初衷,接受群体意见,即共识的达成往往意味着并不是每个人都完全同意(Butler and Rothstein, 1991)。

1.2.1 成本共识

群体共识是实现有效决策的前提。现代互联网及通信技术的发展,使不同地域、不同背景和不同偏好结构的大群体决策成为可能,也进一步提高了决策的可靠性。然而,大群体决策可能会造成群体共识达成效率的降低,可能造成资源(时间、人力、成本)消耗的增加,也必然造成群体共识成本的增加。追求最小共识成本是当今众多学者的研究热点之一。事实上,最小成本共识模型由 Ben-Arieh 等于 2007 年率先提出。Ben-Arieh 和 Easton (2007)采用距离测度方法,探讨了单一准则和多准则情境下,决策意见为线性成本改变趋势的最小成本加权共识问题,同时总结了成本函数分别为直线或几何平方时的最优共识意见。之后, Ben-Arieh 等(2009)又针对单目标二次成本决策问题,构建了共识意见有/无阈值的最小成本模型及预算一定时求解最大专家数的模型。

G.Q. Zhang 等 (2011) 和 B.W. Zhang 等 (2013) 通过引入集结算子概念对上述模型进行了进一步的深化, 他们于 2011 年和 2013 年分别提出了基于集结算子的最小成本共识模型以及基于集结算子的最大专家数共识模型。基于上述理论研究, 本书以优化建模的全新视角, 从决策个体和协调者利益角度分别提出最小成本-最大补偿共识优化模型, 同时, 依据多目标对偶理论, 深入探讨模型以及变量之间的相互关系和经济学意义。

其实, Ben-Arieh 等的最小成本共识模型可以追溯到基于距离的目标规划模型 (González-Pachón and Romero, 1999, 2011)。目标规划的标准形式最早由 Charnes 和 Cooper (1961) 提出, 旨在最小化目标函数与决策者既定的期望水平之间的偏差。特别地, González-Pachón 和 Romero 的研究成果为 Ben-Arieh 等的最小成本共识模型的研究奠定了理论基础, 具体表现如下: González-Pachón 和 Romero (1999) 利用效用函数与社会选择函数, 提出了三种基于距离函数的共识模型, 用来解决基数型方案的排序问题。González-Pachón 和 Romero (2011) 还研究了当决策意见为成对比较矩阵时的共识问题, 他们利用 P 标准距离形式, 分析了少数原则和多数原则前提下的群决策问题; 同时, 他们还采用效用函数、 P 标准距离函数及讨价还价理论进行了最优决策方案的选取, 并针对上述三种方法的联系和区别进行了分析。

1.2.2 最小成本共识模型

考虑到共识成本是衡量一个群决策问题是否有效的重要指标, 因此就共识成本问题所开展的研究必然非常丰富而全面。基于研究内容, 本小节仅罗列上述成果, 其余不再赘述。Ben-Arieh 等 (Ben-Arieh and Easton, 2007; Ben-Arieh et al., 2009) 提出的最小成本共识模型可以简单描述如下。

假设参与群决策的 m 个决策者的集合为 $D = \{d_1, \dots, d_m\}$, 令 $o_i \in R$ 表示第 i 个决策者经过充分衡量考虑后的原始意见, $f_i(o'_i)$ 表示第 i ($i \in M = \{1, 2, \dots, m\}$) 个决策者的最初意见 o_i 与经过调整后决策者意见 o'_i 之间的偏差。这个偏差用距离的形式可以表示为 $f_i(o'_i) = |o'_i - o_i|$ 。如果用 c_i 表示群体共识协调者因第 i ($i \in M$) 个决策者改变意见而付出的单位补偿, 并且用 o' 表示群体共识理想意见, Ben-Arieh 和 Easton (2007) 提出的最小成本共识模型可以用如下优化

模型表示:

$$\min \varphi = \sum_{i=1}^m c_i |o'_i - o_i| \quad (1-1)$$

$$\text{s.t. } |o'_i - o_i| \leq \varepsilon, i = 1, 2, \dots, m$$

其中, ε 为给定的临界值, 即每个决策个体调整后的意见与群体共识理想意见的偏差要较小, 在一定的范围内, 它代表专家的意见达到了可接受的共识。在此基础上, Ben-Arieh 等 (2009) 还定义了最小二次成本共识函数:

$$f_i(o'_i) = c_i(o'_i - o_i)^2 \quad (1-2)$$

同样, 最小二次成本共识函数也可以用来衡量群体共识达成所消耗的资源。

1.3 效用

1.3.1 效用的内涵

所谓效用 (utility), 是指决策者根据自己的喜好, 为某一个特定的结果所分配的一个具体的数值 (Castagnoli and Calzi, 1996)。在经济理论中, 效用 (Golob and Beckmann, 1971; Pliskin et al., 1980; Mosteller and Nogee, 2006) 被用来衡量人们对商品 (劳务) 的欲望或是满足程度。一种商品或是劳务是否具备某种效用, 以及效用的强弱、大小通常取决于这种商品 (劳务) 能够满足人们需求的程度。对不同的主体而言, 同一商品 (劳务) 效用的大小不同。

假设决策者的总效用 (total utility, TU) 表示从消费一定量某种物品中所得到的总满足程度, 即

$$TU = f(x)$$

边际效用 (marginal utility, MU) 表示某种物品的消费量每增加一单位所增加的满足程度, 即

$$MU = \frac{\Delta TU(x)}{\Delta x}$$

并且当商品的增加量趋于无穷小时, 有