

Type II Fuzzy Sets and Logic

# 二型模糊集合 与逻辑

王飞跃 莫红 赵亮 李润梅 著

清华大学出版社



Type II Fuzzy Sets and Logic

# 二型模糊集合 与逻辑

王飞跃 莫红 赵亮 李润梅 著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

二型模糊集合比相应的一型模糊集合能更好地解决数据噪声和语言歧义等问题,在复杂和智能系统的建模、分析、控制、管理与评估中有着广泛应用。本书采用拓扑学相关定义与方法来描述二型模糊集合的定义、分类和性质,提出利用支集闭包的 CoS 划分法给出其表述式,讨论了相应的语言动力系统及其稳定性分析,并介绍了在不同领域中的相关应用。

本书可作为高等院校理工科专业本科生、研究生的教材,也可供模糊逻辑与控制、人工智能等领域的研究人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

二型模糊集合与逻辑/王飞跃等著. —北京:清华大学出版社,2018

ISBN 978-7-302-48516-2

I. ①二… II. ①王… III. ①模糊逻辑 IV. ①B815. 6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 233257 号

责任编辑:薛慧

封面设计:何凤霞

责任校对:刘玉霞

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈: 010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 装 者: 北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 185mm×260mm 印 张: 21.75 字 数: 526 千字

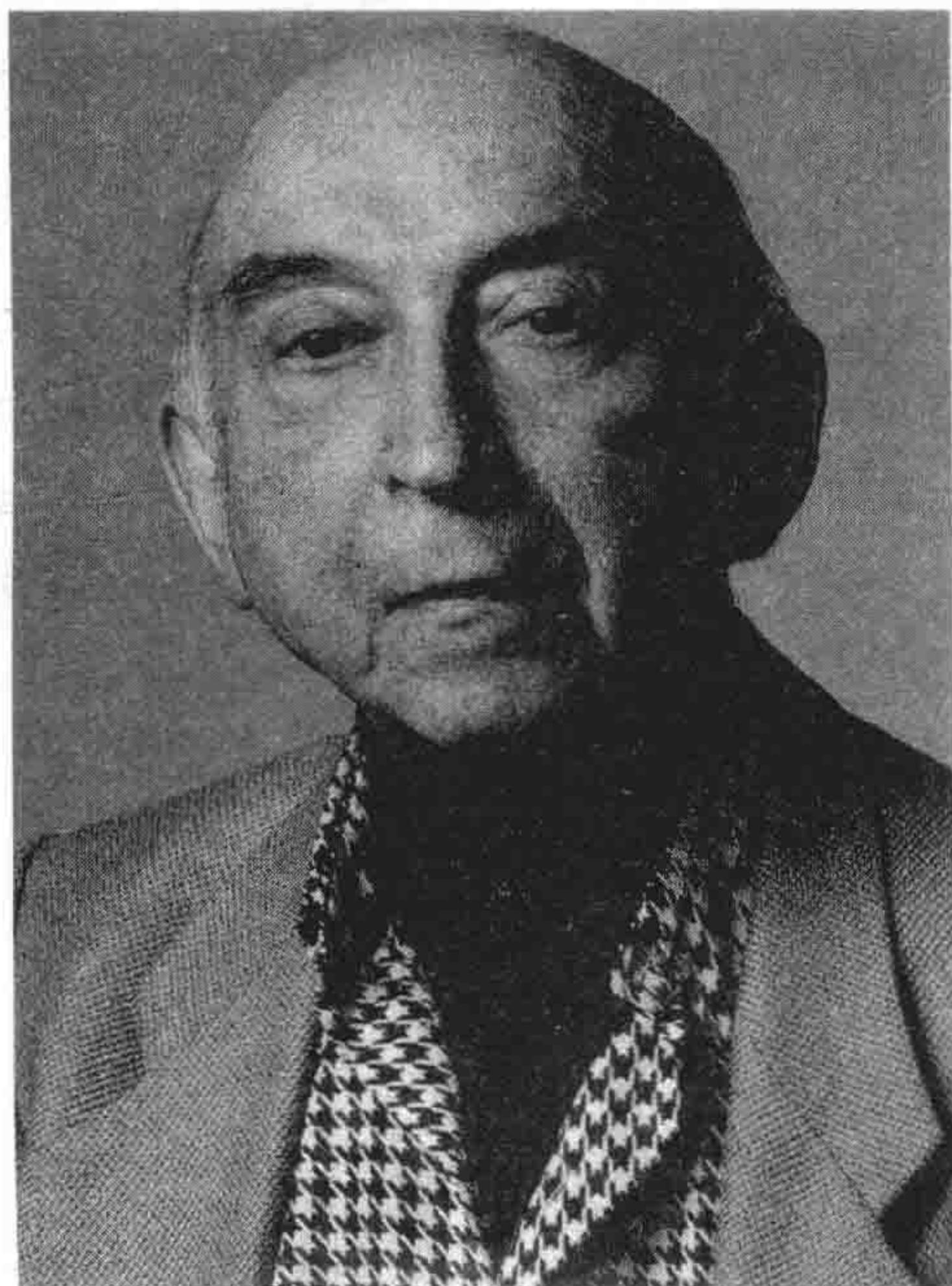
版 次: 2018 年 7 月第 1 版 印 次: 2018 年 7 月第 1 次印刷

定 价: 88.00 元

---

产品编号: 074794-01

谨以此书纪念  
扎德(Lotfi A. Zadeh)教授



(1921.2.4—2017.9.6)

模糊集合和逻辑之父 三十年的老师和朋友

# Preface

In 1975, Professor Lotif A. Zadeh introduced type-2 fuzzy sets (T2 FSs). In recent years T2 FSs have become one of the research hot spots for data analysis and artificial intelligence, since they can provide more freedom to describe the membership information, and hence can address the problem of linguistic ambiguity and data noise better than conventional fuzzy sets.

Since 2007, Professor Fei-Yue Wang and his team have worked on T2 FS and their logic, building their theoretical foundation and finding various applications. A series of new ideas, new concepts and new methods for T2 FSs are developed through their efforts, from conceptual definitions, formal representations, intuitive descriptions to many related analyses. Practical implementations are provided of T2 FSs in modeling, control, management, and evaluation of complex systems.

I believe Prof. Wang's monograph provides a superb state-of-the-art foundation for T2 FSs. I highly recommend this excellent book to every student and researcher who is interested in fuzzy sets, and particularly in using T2 FSs in new and exciting research areas, both theoretical and practical.



Prof. Jonathan M. Garibaldi

Editor-in-Chief IEEE Transactions on Fuzzy Systems  
Head for the School of Computer Science, University of Nottingham

# 序

1975 年, Lotif A. Zadeh 教授提出了二型模糊集合(T2 FSs)。由于二型模糊集合比常规模糊集合给人们定义隶属函数以更大的自由度,进而能更好地解决语言歧义与数据噪声问题,近年来,二型模糊集合已经成为数据分析与人工智能的研究热点之一。

自 2007 以来,王飞跃教授及其团队致力于二型模糊集合与逻辑研究,建立了其理论基础,并开展了广泛的应用。他们通过努力,提出了一系列关于二型模糊集合的新思想、新概念及新方法,从概念性定义、形式表述、直觉描述到大量相关分析。本书为读者提供了二型模糊集合在复杂系统建模、控制、管理及评估方面的实例。

我相信王教授的专著为二型模糊集合奠定了绝妙艺术之基础。我很乐意向对模糊集合感兴趣、尤其是将二型模糊集合应用于让人们感兴趣的理论与实践的新研究领域的每位学生和研究人员推荐该著作。



Jonathan M. Garibaldi 教授  
IEEE Transactions on Fuzzy Systems 主编  
诺丁汉大学计算机科学学院院长

# 前　　言

21世纪人工智能技术的迅速发展使人们的生活方式发生了巨大的改变,如何表示、处理和模拟不确定信息与知识是当前业界关注的焦点。模糊集合建立了自然语言与定量描述之间的桥梁和纽带,是分析定性与定量之间相互转化的认知模型。基于模糊集合的词计算能较好地模拟人类使用语言和概念进行计算和推理的过程,因此,模糊集合作为不确定性人工智能方法被广泛地应用于解决复杂系统的相关问题。

然而,如何给出一个模糊集合的隶属函数,不仅不同的人有不同的方式,同一个人在不同的时间、地点和问题上也有不同的方式。为此,本书在介绍二型模糊集合时结合了时变论域等相关内容。相对于一型模糊集合,二型模糊集合(type-2 fuzzy sets, T2 FSs)能较好地解决语言歧义与数据噪声问题,给定义隶属函数以更大的自由度,近年来,二型模糊逻辑与控制得到了广泛的应用。但是,对于一般的工程技术人员来说,T2 FSs 的定义晦涩难懂,且其对应的图形一般为空间图形,没有平面图形的直观性,也很难给出类似于一型模糊集合的隶属函数及对应的图形。因此,以往关于 T2 FSs 方面的工作主要集中于区间二型模糊集合(interval type-2 fuzzy sets, IT2 FSs),主要的方法是将 IT2 FSs 的相关研究转化到其对应的不确定覆盖域(footprint of uncertainty, FOU),将对 FOU 的讨论进一步转化为其对应的上边界(upper membership function, UMF)和下边界(lower membership function, LMF)上进行。但是,一个 FOU 的上下边界实际上就是两个一型模糊集合,可以说,现有的关于二型模糊集合的理论与分析主要是借助于一型模糊逻辑与系统的理论与方法。

为了让读者能够更好地了解 T2 FSs 及相关性质,本书综合了王飞跃、莫红与赵亮多年的研究成果,给出 T2 FSs 类似于一型模糊集合的表述形式及对应的图形;用两种不同的方式给出了 T2 FSs 的新定义;并将 T2 FSs 分成四类:离散 T2 FSs、半连通 T2 FSs、连通 T2 FSs 和复合 T2 FSs,给出了每一类二型模糊集合的表述方法;对于连通 T2 FSs,提出了 T2 FSs 次隶属函数支集的闭包(closure of support, CoS)划分法、二次划分法及三次划分法。由该定义及 CoS 各次划分法,能较好地理解 T2 FSs,并能类似于一型模糊集合给出 T2 FSs 的表述式,探讨 T2 FSs 的相关性质。

本书的主要内容来自王飞跃及其领导的团队过去 10 年(2007—2017)在 T2 FSs 领域的工作总结。本书可以作为高校及科研院所信息处理、语言动力系统及自动化专业的本科生、研究生的教材,还可供模糊逻辑与控制、智能制造、人工智能、知识自动化和智能科学与技术等领域的研究人员阅读参考。

本书分为理论与应用两篇,各篇内容及分工为:第一篇为二型模糊集合理论篇,包括 6 章,其中,第 1 章拓扑学理论与基础与第 2 章模糊集合由莫红撰写;第 3 章二型模糊集合的定义与分类与第 4 章 CoS 划分法与二型模糊集合的表述、第 5 章二型模糊集合的性质与运算,由王飞跃、莫红撰写;第 6 章二型模糊集合下的语言动力系统由王飞跃、莫红、赵亮撰写。第二篇为二型模糊集合应用篇,包括 12 章,其中,第 7 章二型模糊集合在心理危机干预中的应用、第 8 章二型模糊集合在员工胜任力评估中的应用、第 9 章二型模糊集合在 Mealy 自动

机中的应用、第 10 章二型模糊集合在考研国家线预测中的应用、第 11 章二型模糊集合在电力客户满意度评估中的应用、第 12 章基于二型模糊集合的红绿灯配时方法、第 13 章二型模糊集合在交叉路口交通流干预中的应用、第 14 章二型模糊集合在主干道协调控制中的应用、第 15 章二型模糊集合在电子商务在线评论中的应用,由莫红、王飞跃撰写;第 16 章二型模糊集合在水温控制中的应用、第 17 章二型模糊集合在高速公路匝道控制中的应用,由赵亮撰写;第 18 章二型模糊集合在多项目风险评估及控制中的应用由莫红、王飞跃撰写;第 19 章二型模糊集合在交通流数据处理中的应用由李润梅撰写;第 20 章为本书总结与展望。

本书第 1 章介绍了点集拓扑的相关定义与性质,为后续关于二型模糊集合的分类与表述,及对二型模糊集合的相关性质的讨论奠定基础。由于本章要求读者有较好的集合论基础,对于拓扑学有困难的读者可直接略过第 1 章,并不影响后续章节的阅读。

湖南师范大学理学院邓迎春教授及中国人民解放军国防科学技术大学管理学院杨田副教授协助本书的审核与校对工作,长沙理工大学硕士研究生曹小玲、舒维安、周鑫、刘芬、郑和斌、刘主正、晏可夫、李军、张峰参与本书相关文献的搜集与整理,在此一并表示感谢!

由于作者水平有限,加上时间仓促,书中不妥之处在所难免,还望读者能够批评指正。

本书得到了国家自然科学基金(No. 61473048, 61074093, 61233008, 61473114, 61105079),长沙理工大学青年英才计划及中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室开放课题(No. 20150101, 20130101)和青岛智能产业技术研究院平行研讨基金(No. 2017002)的资助!

王飞跃 中国科学院青岛智能产业技术研究院  
莫 红 长沙理工大学电气与信息工程学院

2017 年 10 月

# 目 录

## 第一篇 二型模糊集合的基础理论

第1章 拓扑学理论与基础.....	3
1.1 集合的定义与表述 .....	3
1.1.1 集合的定义与术语.....	3
1.1.2 集合的表示方法.....	3
1.1.3 集合的关系.....	3
1.1.4 集合的其他相关定义.....	4
1.2 集合的基本运算 .....	4
1.2.1 集合的并.....	4
1.2.2 集合的交.....	4
1.2.3 集合的补.....	5
1.2.4 集合的其他运算.....	5
1.3 集合的基本运算性质 .....	6
1.4 关系和映射 .....	7
1.4.1 关系 .....	7
1.4.2 映射 .....	8
1.4.3 特征函数 .....	8
1.4.4 限制与投射.....	8
1.5 度量空间 .....	9
1.5.1 度量与度量空间的定义.....	9
1.5.2 邻域与开集 .....	9
1.5.3 连续映射 .....	9
1.6 拓扑空间.....	10
1.6.1 拓扑及拓扑空间 .....	10
1.6.2 邻域 .....	10
1.6.3 闭集与闭包 .....	11
1.6.4 内部与边界 .....	12
1.6.5 连续映射 .....	13
1.7 连通 .....	14
1.7.1 隔离子集 .....	14
1.7.2 不连通空间与连通空间 .....	14
1.7.3 局部连通与局部连通空间 .....	16
1.7.4 单连通与多连通 .....	17

1.7.5 弧连通 .....	17
参考文献 .....	18
<b>第 2 章 模糊集合 .....</b>	<b>19</b>
2.1 模糊集合的相关定义 .....	19
2.2 模糊集合的支集与支集的闭包 .....	19
2.3 模糊集合的表述 .....	20
2.3.1 离散模糊集合的表述 .....	20
2.3.2 连通模糊集合的表述 .....	21
2.3.3 复合型模糊集合的表述 .....	22
2.4 单位模糊集合 .....	23
2.5 模糊集合的运算 .....	23
2.6 扩展原理 .....	24
2.6.1 $\lambda$ 截集 .....	24
2.6.2 内截图 .....	24
2.6.3 分解定理 .....	25
2.6.4 扩展原理 .....	25
2.6.5 扩展原理的推广 .....	26
2.7 模糊数 .....	27
2.8 模糊集合下的词计算 .....	27
2.8.1 I 型词计算 .....	28
2.8.2 II 型 LDS 的词计算 .....	33
2.8.3 实例 .....	35
2.8.4 词计算在复杂金融系统中的应用 .....	37
2.9 模糊集合在智能停车中的应用 .....	39
2.9.1 模糊层次分析法 .....	40
2.9.2 停车搜索过程 .....	41
2.9.3 停车行为模型 .....	42
2.9.4 分析验证 .....	44
2.10 小结 .....	47
参考文献 .....	47
<b>第 3 章 二型模糊集合的定义与分类 .....</b>	<b>49</b>
3.1 二型模糊集合的原始定义及演化 .....	49
3.1.1 Zadeh 定义下的二型模糊集合 .....	49
3.1.2 Mizimoto 定义下的二型模糊集合 .....	50
3.2 Mendel 定义下的二型模糊集合 .....	50
3.2.1 Mendel 给出的二型模糊集合相关定义 .....	50
3.2.2 对 Mendel 给出的二型模糊集合相关定义的分析 .....	52

3.3 二型模糊集合的王-莫(Wang-Mo)定义 .....	53
3.3.1 二型模糊集合在一点的限制 .....	54
3.3.2 二型模糊集合的支集与支集的闭包 .....	55
3.3.3 主隶属度及 CoS 的分类 .....	57
3.3.4 $x, u, z$ -截图 .....	60
3.4 二型模糊集合的分类 .....	61
3.4.1 离散二型模糊集合 .....	61
3.4.2 半连通二型模糊集合 .....	62
3.4.3 连通二型模糊集合 .....	62
3.4.4 复合二型模糊集合 .....	65
3.5 小结 .....	65
参考文献 .....	66
 第 4 章 CoS 划分法与二型模糊集合的表述 .....	68
4.1 二型模糊集合的主隶属度与 CoS .....	68
4.1.1 二型模糊集合的主隶属度与主隶属 .....	68
4.1.2 二型模糊集合的 CoS 与 FOU .....	69
4.2 CoS 的划分方法 .....	69
4.2.1 CoS 划分法 .....	69
4.2.2 CoS 二次划分法 .....	72
4.2.3 CoS 三次划分法 .....	72
4.3 二型模糊集合的表述 .....	73
4.3.1 离散二型模糊集合的表述 .....	73
4.3.2 半连通二型模糊集合的表述 .....	74
4.3.3 连通二型模糊集合的表述 .....	79
4.3.4 复合二型模糊集合的表述 .....	92
参考文献 .....	93
附录 A .....	93
附录 B .....	95
附录 C .....	99
 第 5 章 二型模糊集合的性质与运算 .....	102
5.1 二型模糊集合的相关性质 .....	102
5.2 区间二型模糊集合下的词计算 .....	106
5.3 广义区间二型模糊集合下的词计算 .....	108
5.4 区间二型模糊集合的运算 .....	114
5.4.1 区间二型模糊集合的并运算 .....	115
5.4.2 区间二型模糊集合的交运算 .....	117
5.4.3 区间二型模糊集合的补运算 .....	118
参考文献 .....	119

<b>第 6 章 二型模糊集合下的语言动力系统</b>	120
6.1 语言动力系统理论简介	120
6.2 语言动力系统理论相关术语	121
6.3 语言动力系统理论框架	122
6.4 I 型语言动力系统	125
6.5 区间二型模糊集合下的线性语言动力系统	125
6.5.1 线性语言动力系统的数值解	126
6.5.2 线性语言动力系统的能控性和能观性	131
6.6 线性语言动力系统的稳定性	140
6.7 区间二型模糊集合下的单调非线性语言动力系统	142
6.7.1 区间二型模糊集合下的 LDS 的迭代算法	142
6.7.2 区间二型模糊集合的语言动力轨迹	142
6.7.3 区间二型模糊集合下的单调非线性语言动力系统稳定性	145
6.8 II 型语言动力系统	148
6.9 区间二型模糊集合下的语言动力学不变语言向量定理	154
6.9.1 单输入单输出自治 II 型语言动力系统	155
6.9.2 多输入多输出自治 II 型语言动力系统	157
6.9.3 目标语言状态向量 $\tilde{X}_d$ 的选取条件	160
6.10 区间二型模糊集合下的语言动力系统控制律设计	164
6.11 小结	168
参考文献	168

## 第二篇 二型模糊集合的应用

<b>第 7 章 心理危机干预</b>	173
7.1 基于二型模糊集合的心理健康状态评价及描述	173
7.2 心理健康状态的语言动力学描述	177
7.3 心理危机干预的语言动力学建模	180
参考文献	181
<b>第 8 章 员工胜任力评估</b>	183
8.1 介绍	184
8.2 时变论域	185
8.2.1 离散时变论域	185
8.2.2 连续时变论域	186
8.3 动态模糊规则	187
8.4 词计算	188
8.5 语言动力系统	189
8.6 小结	197
参考文献	198

<b>第 9 章 Mealy 自动机</b>	199
9.1 预备知识	199
9.2 区间二型模糊 Mealy 自动机	199
9.3 基于区间二型模糊 Mealy 自动机的语言动力系统	204
9.4 小结	206
参考文献	206
<b>第 10 章 考研国家线预测</b>	208
10.1 基于区间二型模糊集合的考研国家线的预测	208
10.1.1 区间二型模糊集合下考研国家线的分析	208
10.1.2 基于模糊规则的 IT2 FS 的计算	209
10.1.3 报考人数与招生人数的模糊化	210
10.1.4 难度系数隶属函数的建立	210
10.2 实例验证	211
参考文献	213
<b>第 11 章 电力客户需求</b>	214
11.1 电力客户满意度	214
11.2 基于二型模糊集合的电力客户满意度评估及分析	215
11.2.1 基于离散二型模糊集合的满意度指标描述及分析	215
11.2.2 电力客户满意度的评估	216
11.3 应用实例	216
11.4 小结	220
参考文献	220
<b>第 12 章 红绿灯配时</b>	222
12.1 基于区间二型模糊集合交通灯的时间调节	222
12.2 实例分析	225
12.3 小结	227
参考文献	227
<b>第 13 章 交叉路口交通流干预</b>	229
13.1 预备知识	229
13.1.1 建立相应的模糊规则	229
13.1.2 模糊综合评价方法	230
13.2 基于区间二型模糊集合的交叉路口拥堵分析	231
13.3 基于区间二型模糊集合的交叉路口干预	234
参考文献	236

<b>第 14 章 主干道协调控制</b>	237
14.1 离散时变论域	237
14.2 波动型离散时变论域	237
14.3 基于二型模糊集合的主干道路口通行状况评估	238
14.4 基于时变论域的红绿灯协调配时模型	239
14.4.1 相位 1 绿灯时长	239
14.4.2 相位差	240
14.4.3 相位 1 红灯时间及周期	241
14.5 小结	241
参考文献	242
<b>第 15 章 电子商务的在线评论</b>	243
15.1 时变论域	243
15.2 时变论域下在线评论的二型模糊评估	244
15.2.1 在线评论包含的信息分类	244
15.2.2 在线评论及商家干扰措施的模糊化	244
15.2.3 动态模糊规则	245
15.2.4 因素集隶属函数的确定	246
15.3 应用	246
15.4 小结	249
参考文献	249
<b>第 16 章 水温控制</b>	251
16.1 区间二型模糊神经网络结构	251
16.2 区间二型模糊神经网络的学习算法	255
16.3 基于区间二型模糊神经网络的直接逆模型控制方法	259
16.4 仿真实验	261
16.5 小结	265
参考文献	265
<b>第 17 章 高速公路匝道控制</b>	267
17.1 匝道控制分类	267
17.2 交通流模型	268
17.3 基于输出反馈的区间二型模糊控制算法	269
17.4 仿真实验	271
17.5 小结	278
参考文献	278
<b>第 18 章 多项目风险管理</b>	279
18.1 项目风险管理	279
18.2 多项目风险管理评估体系	282

18.2.1 多项目风险识别	282
18.2.2 多项目风险评估	283
18.2.3 多项目风险应对	284
18.3 时变论域下多项目管理的风险识别	284
18.3.1 多项目风险管理模型	284
18.3.2 多项目优先级决策	285
18.3.3 多项目风险程度评估指标体系	286
18.3.4 时变论域下的风险因素识别	288
18.3.5 实例分析	288
18.4 区间二型模糊集合下多项目风险的综合评估	290
18.4.1 时变论域下的区间二型模糊集合表述	290
18.4.2 基于模糊综合评判的多项目风险评估	291
18.4.3 实例分析	293
18.5 多项目风险的应对策略	300
18.5.1 消极风险的应对策略	300
18.5.2 积极风险的应对策略	301
18.5.3 基于区间二型模糊集合的风险应对及语言动力学分析	302
18.5.4 实例分析	303
参考文献	305
<b>第 19 章 交通流数据处理</b>	<b>307</b>
19.1 交通流长时预测框架的提出及其实现方法	308
19.1.1 交通流长时预测框架简介	308
19.1.2 交通流数据预处理模块	308
19.1.3 交通流数据的置信区间描述	309
19.1.4 二型模糊化模块	310
19.1.5 交通流数据预测模块	311
19.1.6 预测框架误差分析方法	311
19.2 交通流长时预测仿真实验	312
19.2.1 预处理模块仿真实验	312
19.2.2 二型模糊化模块仿真实验	312
19.2.3 预测模块仿真实验	313
19.2.4 误差分析	314
19.3 小结	317
参考文献	317
<b>第 20 章 总结与展望</b>	<b>319</b>
参考文献	320
附录 A 关于模糊系统研究的认识和评价以及其它	320
附录 B 回复：关于模糊理念的思考	326

## 二型模糊集合的基础理论

