

结构力学考研辅导及 真题详解

JIEGOU LIXUE KAOYAN FUDAO JI
ZHENTI XIANGJIE

朱永甫 汪 琴 主编

中国建筑工业出版社

结构力学考研辅导及真题详解

朱永甫 汪 琴 主编

中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

结构力学考研辅导及真题详解/朱永甫, 汪琴主编. —北京: 中国建筑工业出版社, 2018. 6
ISBN 978-7-112-22125-7

I. ①结… II. ①朱… ②汪… III. ①结构力学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 081635 号

本书收集了清华大学、同济大学、东南大学、西南交通大学、解放军理工大学、浙江大学、华南理工大学、武汉理工学院、福州大学、华侨大学、长安大学、西安交通大学、天津大学、厦门大学、重庆大学等几十所高校近 10 年的结构力学研究生入学考题, 针对每道考题进行了细致的分析, 阐述考点及难点, 并给出完善的解题步骤。本书每章均附有练习题, 这些练习题也全部来自各高校历年考试真题。

相信读者通过对本书中各种题型的熟悉和训练, 将更深刻地理解结构力学精髓, 熟练求解各种综合难题, 从而在研究生入学考试中轻松取得好成绩。

责任编辑: 刘婷婷 王 梅

责任校对: 姜小莲

结构力学考研辅导及真题详解

朱永甫 汪 琴 主编

*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京海淀三里河路 9 号)

各地新华书店、建筑书店经销

霸州市顺浩图文科技发展有限公司制版

北京圣夫亚美印刷有限公司印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 29 字数: 719 千字

2018 年 6 月第一版 2018 年 6 月第一次印刷

定价: 80.00 元

ISBN 978-7-112-22125-7

(32033)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

前 言

结构力学是土木类研究生入学必考课程，每年有大量考生苦于找不到一本知识点系统完整、题型丰富、讲解细致同时又切合自身水平的复习用书。本书主编朱永甫十年来一直致力于结构力学考研辅导，成绩斐然。有感于众多考生对考研复习用书的需求，作者特把几年积累下来的数箱资料整理成本书。

本书系统阐述了结构力学课程各章节的考点、难点，大量整合了 2010~2018 年清华大学、同济大学、东南大学、西南交通大学、解放军理工大学、浙江大学、华南理工大学、武汉理工学院、福州大学、华侨大学、长安大学、西安交通大学、天津大学、厦门大学、重庆大学等几十所高校的结构力学研究生入学考题，对每道考题进行了详尽的分析，给出完善的解题步骤，并尽量采用一题多解，以帮助考生拓展思路，融会贯通。

本书每章均附有练习题，这些练习题也全部来自各高校历年考试真题。书中采用图表方式逐题解答，以确保解题思路的清晰及解题步骤的详尽。

相信通过学习和应用本书，将有助于读者更深刻地理解结构力学精髓，并熟练运用力学知识求解各种综合难题，从而取得结构力学入学考试的好成绩。

本书由闽南理工学院朱永甫、汪琴主编，刘衍香、王凤华担任副主编，宋丽琴、黄丽芬参加编写。其中第 1、2、7 章由汪琴编写，第 3、4、5、6 章由朱永甫编写，第 8 章由刘衍香编写，第 9 章由王凤华编写，第 10 章由宋丽琴编写，附录由黄丽芬编写。全书由朱永甫统稿并绘制图表。

对于本书存在的错误和不妥之处，恳请广大读者不吝指正。

目 录

第1章 结构的几何组成分析	1
1.1 知识要点	1
1.1.1 几何组成分析中的几个重要概念	1
1.1.2 计算自由度	3
1.1.3 平面几何不变体系组成的基本规律	3
1.1.4 瞬变体系和常变体系	4
1.1.5 几何构造与体系静力特性之间的关系	4
1.2 几何组成分析常用方法	5
1.2.1 排除二元体	5
1.2.2 去掉基础(或刚片)	5
1.2.3 刚片转换	6
1.2.4 组成大刚片	7
1.2.5 等效变换	7
1.2.6 无穷远铰的分析	9
1.2.7 依次分析原则	10
1.2.8 零载法	10
1.2.9 增加链杆法	11
1.3 考点、难点及真题解析	11
1.4 实战典型练习题及参考答案	19
1.4.1 练习题	19
1.4.2 练习题参考答案	24
第2章 静定结构受力分析	39
2.1 知识要点	39
2.1.1 静定结构基本性质	39
2.1.2 内力图符号规定	40
2.1.3 内力图基本特性及“图形关系”	40
2.1.4 荷载与内力的关系	42
2.1.5 快速绘制任意杆段的弯矩图	43
2.1.6 刚架弯矩图绘制	49
2.1.7 静定桁架内力图绘制	51
2.1.8 三铰拱内力图绘制	54
2.2 考点、难点及真题解析	55

2.3 实战典型练习题及参考答案	76
2.3.1 练习题	76
2.3.2 练习题参考答案	80
第3章 虚功原理与静定结构的位移计算	90
3.1 知识要点	90
3.1.1 位移计算概述	90
3.1.2 变形体虚功原理	91
3.1.3 位移计算	93
3.1.4 静定结构位移计算公式小结	98
3.2 考点、难点及真题解析	98
3.3 实战典型练习题及参考答案	122
3.3.1 练习题	122
3.3.2 练习题参考答案	127
第4章 静定结构的影响线	141
4.1 知识要点	141
4.1.1 影响线基本概念	141
4.1.2 影响线与内力图的区别	141
4.1.3 静力法作影响线	141
4.1.4 机动法作影响线	143
4.1.5 影响线的应用	144
4.1.6 内力包络图	144
4.1.7 简支梁的绝对最大弯矩	145
4.1.8 熟记两种典型结构的影响线	146
4.1.9 影响线绘制要点	146
4.2 考点、难点及真题解析	147
4.3 实战典型练习题及参考答案	168
4.3.1 练习题	168
4.3.2 练习题参考答案	174
第5章 力法	192
5.1 知识要点	192
5.1.1 超静定结构的基本概念	192
5.1.2 力法基本方程	193
5.1.3 利用对称性简化	195
5.1.4 无弯矩状态的判别	198
5.1.5 支座移动、温度变化时的计算	199
5.1.6 具有弹性支座时的计算	201

5.1.7 超静定结构的位移计算	202
5.1.8 超静定结构计算的校核	203
5.1.9 静定、超静定结构特征比较	203
5.2 考点、难点及真题解析	204
5.3 实战典型练习题及参考答案	232
5.3.1 练习题	232
5.3.2 练习题参考答案	237
第6章 位移法	256
6.1 知识要点	256
6.1.1 位移法的基本思想和基本步骤	256
6.1.2 位移法中的符号约定	257
6.1.3 位移法中的杆端弯矩方程	257
6.1.4 位移法中的固端弯矩	258
6.1.5 位移法中未知量的判断	258
6.1.6 位移法的基本方程	259
6.1.7 带有弹簧或无限刚度杆件的处理	260
6.1.8 位移法与力法的全面比较	263
6.2 考点、难点及真题解析	263
6.3 实战典型练习题及参考答案	289
6.3.1 练习题	289
6.3.2 练习题参考答案	295
第7章 力矩分配法	314
7.1 知识要点	314
7.1.1 几个重要概念	314
7.1.2 力矩分配法基本原理	316
7.1.3 力矩分配法计算连续梁和无侧移刚架	317
7.2 考点、难点及真题解析	319
7.3 实战典型练习题及参考答案	331
7.3.1 练习题	331
7.3.2 练习题参考答案	334
第8章 矩阵位移法	340
8.1 知识要点	340
8.1.1 几个重要概念	340
8.1.2 矩阵位移法解题思路及步骤	343
8.2 考点、难点及真题解析	344
8.3 实战典型练习题及参考答案	356

8.3.1 练习题	356
8.3.2 练习题参考答案	358
第9章 结构动力计算	366
9.1 知识要点	366
9.1.1 结构动力计算的几个重要概念	366
9.1.2 动力学计算方法	367
9.1.3 几种简单结构的刚度及串、并联	367
9.2 单自由度体系振动	370
9.2.1 单自由度自由振动	370
9.2.2 单自由度体系的阻尼振动	370
9.2.3 单自由度体系的无阻尼强迫振动	371
9.2.4 单自由度体系有阻尼强迫振动	373
9.3 多自由度体系振动	373
9.3.1 多自由度体系无阻尼自由振动微分方程及其解	373
9.3.2 多自由度体系在简谐荷载作用下的无阻尼强迫振动	375
9.4 考点、难点及真题解析	376
9.5 实战典型练习题及参考答案	413
9.5.1 练习题	413
9.5.2 练习题参考答案	417
第10章 结构稳定计算	436
10.1 知识要点	436
10.1.1 几个重要概念	436
10.1.2 静力法求解临界荷载	437
10.1.3 能量法求解临界荷载	438
10.1.4 刚架带弹簧结构的简化	438
10.2 考点、难点及真题解析	439
10.3 实战典型练习题及参考答案	444
10.3.1 练习题	444
10.3.2 练习题参考答案	445
附录 载常数和形常数	449

第1章

结构的几何组成分析

【复习要求】

- (1) 深刻理解几何不变体系、刚片、自由度、约束、瞬铰、多余约束、二元体、瞬变体系等基本概念。
- (2) 深刻理解几何不变体系的组成规律。
- (3) 熟练掌握用几何不变体系的组成规律，对平面杆系作几何组成分析。

1.1 知识要点

1.1.1 几何组成分析中的几个重要概念

1. 几何组成分析的目的

- (1) 研究几何不变体系的组成规律，用于判断某个结构体系是否可作为结构使用。
- (2) 明确结构各部分在几何组成上的相互关系，从而选择简便合理的计算顺序。
- (3) 判定结构是静定结构还是超静定结构，以便选择合适的结构以及外力和内力的计算方法。

2. 几何不变体系

在不考虑构件变形的条件下，位置和形状均能保持不变的体系。

3. 几何可变体系

在不考虑构件变形的条件下，即使在很小的荷载作用下，也会发生机械运动而不能保持原有几何形状和位置的体系。

4. 体系自由度

体系自由度等于体系运动时，可以独立改变的坐标参数数目，即完全确定体系位置所需要的独立坐标数。

一个点在平面内有 2 个自由度，一个刚片在平面内有 3 个自由度。

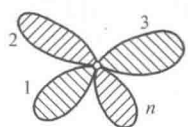
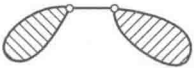
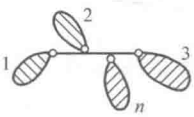
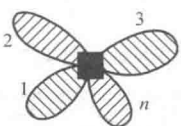
5. 约束、必要约束和多余约束

- (1) 约束——限制体系运动的装置称为约束。
- (2) 必要约束——能有效减少体系自由度的约束称为必要约束。
- (3) 多余约束——不能减少体系自由度的约束称为多余约束。

各种约束类型见表 1-1。

约束类型及约束数计算

表 1-1

约束类型	约束图例	描 述	约束数
单铰		连接 2 个刚片的单铰	2
复铰		连接 n 个刚片的复铰	$n-1$
单链杆		连接 2 个刚片的 1 根单链杆	
复链杆		在 n 个铰点上分别连接 n 个刚片的复链杆	$2n-3$
单刚		连接 2 个刚片的单刚	3
复刚		连接 n 个刚片的复刚	$3(n-1)$

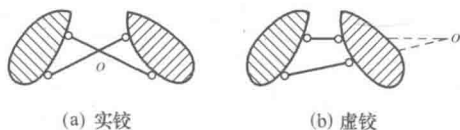


图 1-1 瞬铰 (实铰与虚铰)

6. 瞬铰

连接两个刚片的两根链杆作用相当于在链杆交点处 (或延长线交点) 的一个铰所起的约束作用, 这个单铰称为瞬铰。瞬铰包括实铰和虚铰, 如图 1-1 所示。

【注意】

- (1) 体系运动时, 与两根链杆相对应的瞬铰位置也随之改变。
- (2) 用瞬铰替换对应的两个链杆约束, 这种约束的等效变换只适用于瞬时微小运动。
- (3) 若连接两刚片的两根链杆自行连接, 如图 1-2 (a) 所示, 或者两根链杆的两端分别连接到三个刚片上, 如图 1-2 (b) 所示, 则链杆交点 O 不属于瞬铰。

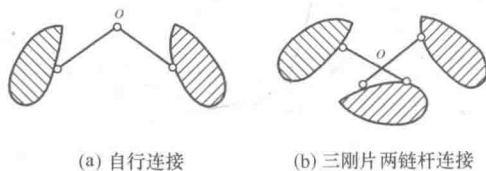


图 1-2 不属于瞬铰的连接形式

7. 无穷远瞬铰

若连接两刚片的两根链杆相互平行, 则两链杆约束作用相当于无穷远处的一个瞬铰, 如图 1-3 所示。

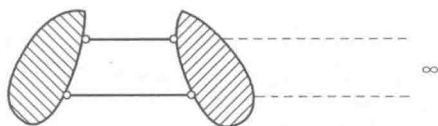


图 1-3 瞬铰

【注意】

- (1) 每个方向有一个 ∞ 点(该方向上各平行线的“交点”)。不同方向有不同的 ∞ 点。
- (2) 所有的 ∞ 点都在一条广义的直线上, 称为 ∞ 线。
- (3) 所有的有限点都不在 ∞ 线上。

1.1.2 计算自由度

计算自由度非真实自由度, 而是体系自由度减去约束数。其计算公式如下:

$$W = 3m - (2h + b) \quad (1-1)$$

式中 W ——计算自由度;

m ——刚片数;

h ——单铰数。连接 n 根杆件的复铰相当于 $n-1$ 个单铰;

b ——支座链杆数。

对于铰接链杆体系, 也可使用如下公式计算:

$$W = 2j - b \quad (1-2)$$

式中 j ——铰接点数;

b ——单链杆数。

【注意】

- (1) 若 $W > 0$, 体系一定几何可变。
- (2) 若 $W \leq 0$, 体系满足几何不变的必要条件, 但不一定几何不变, 还需进行几何构造分析。
- (3) 若 $W < 0$, 无论是否几何不变, 体系均有多余约束。

1.1.3 平面几何不变体系组成的基本规律

1. 二元体规则

一刚片与一单铰之间, 用不共线的两根链杆相连, 组成无多余约束的几何不变体系。如图 1-4 (a) 所示, 两根链杆在一端铰结, 另一端与同一刚体在不同位置连接, 称为二元体。

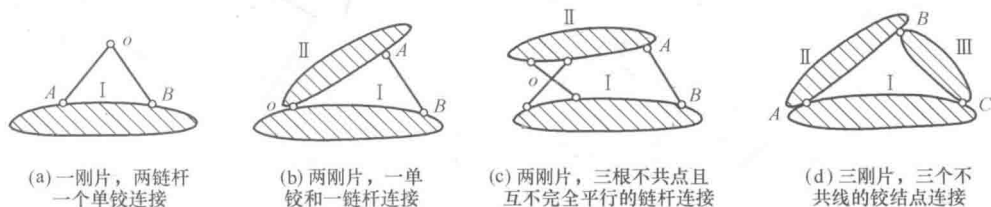


图 1-4 二元体

【注意】

一个体系上增加或减少二元体，不改变原体系的几何组成性质。

2. 两刚片规则

两种不同的描述：

(1) 两刚片之间用一铰和一根不通过该铰的链杆相连，组成无多余约束的几何不变体系，如图 1-4 (b) 所示。

(2) 两刚片用三根不共点且互不完全平行的链杆相连，组成无多余约束的几何不变体系，如图 1-4 (c) 所示。

3. 三刚片规则

三刚片之间用不在同一条直线上的铰两两相连，组成无多余约束的几何不变体系，如图 1-4 (d) 所示。

【注意】

(1) 图 1-4 的四种不同连接情况中，刚性链杆可以用刚片替代，单铰可以用两根链杆替代，因此几何不变体系组成的三条规则实质就是由三单链杆、三单铰组成的“三角形规则”，即用三个单铰（含瞬铰）两两相连，形成铰结三角形。若三个单铰（含瞬铰）不共线，则铰结三角形是无多余约束的几何不变体系。

(2) 三刚片规则中的三刚片用三铰两两相连，三个铰必须是单铰，每个铰只连两个刚片。

1.1.4 瞬变体系和常变体系

计算自由度 $W \leq 0$ 的几何可变体系，在外力作用下发生微小位移后成为几何不变体系，外力消失后，又成为几何可变体系，这样的体系称为几何瞬变体系。其基本瞬变体系类型有如图 1-5 所示的三种。瞬变体系不能作为结构。

若图 1-5 (c) 体系中的三根单链杆等长且平行，则为常变体系。

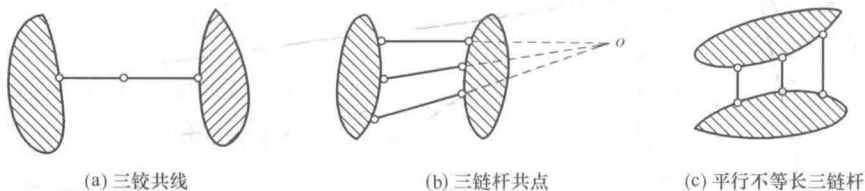


图 1-5 基本瞬变体系类型

1.1.5 几何构造与体系静力特性之间的关系

体系静力特性，指体系在任意荷载作用下的全部反力和内力是否可以根据静力平衡条件来确定。具体两者之间的关系如表 1-2 所示。

几何构造与体系静力特性之间的关系

表 1-2

体系	几何特性	静定特性
几何不变体系	无多余约束	能由力的平衡条件求出所有外力和内力
	有多余约束	不能由力的平衡条件求出所有外力和内力
几何可变体系	瞬变体系	内力无穷大或不确定
	常变体系	不存在静力平衡问题

1.2 几何组成分析常用方法

1.2.1 排除二元体

采取与装配顺序相反的拆卸方法排除二元体。若体系中有不共线的两链杆（含等效直链杆）连一个铰结点于基本部分，如图 1-6 所示的 AOB 部分。若基本部分为几何不变，则添加或删除二元体后，仍为几何不变。

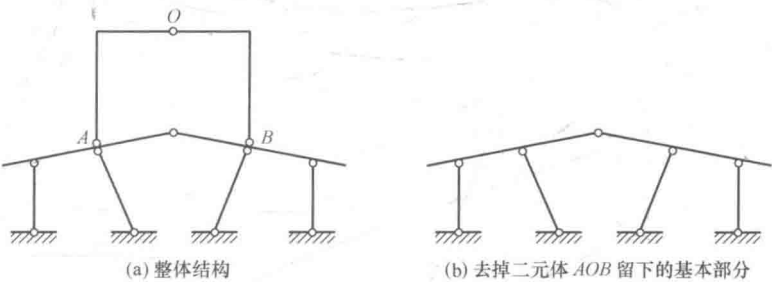


图 1-6 排除二元体

利用二元体规则，在静定结构基础上，通过增加二元体组成新的结构，此结构称为主从结构或基附型结构。把先构建的基础部分称为主结构或基本部分，后增加的二元体部分称为从结构或附属部分，如图 1-7 所示。在分析主从结构体系的几何组成时，按照构建相反顺序，先排除附属结构上的二元体。

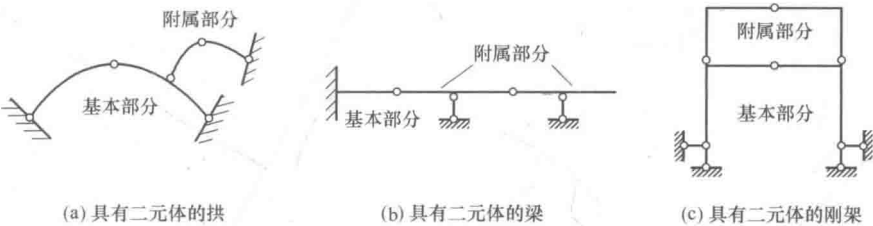


图 1-7 主从结构

1.2.2 去掉基础（或刚片）

若基础（或刚片）与体系的其他部分用三个约束连接，且符合几何不变体系的组成规

则, 则可以将基础 (或刚片) 和三个约束一并去掉, 只分析余下部分而不影响体系的组成分析, 如图 1-8 所示。去掉刚片与三个既互不平行又不相交于一点的链杆约束, 不影响几何组成分析, 如图 1-9 所示。

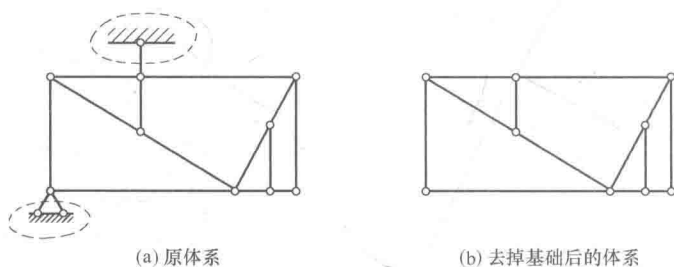


图 1-8 去掉基础

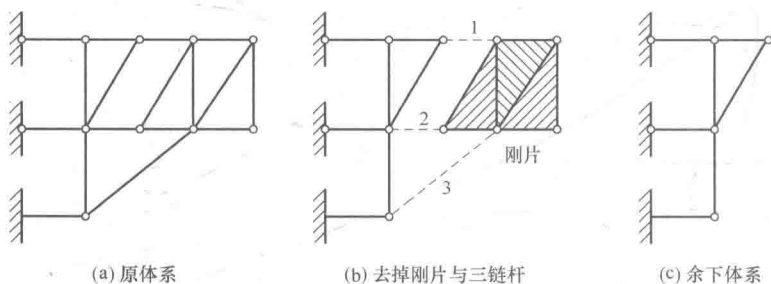


图 1-9 去掉刚片与三链杆

1.2.3 刚片转换

若一个无多余约束的刚片仅用两个铰与其他部分相连, 则可用一根链杆代替这个刚片; 若一个无多余约束的刚片仅用三个铰与其他部分相连, 则可用铰结三角形代替这个刚片, 简称“刚片三角形化”。如图 1-10 (a) 所示, 杆件 AD 、 AE 可以看成是与基础相连的链杆, 这时, 体系可简化为如图 1-10 (b) 所示。而把杆件 DB 、 BF 、 FD 由三铰链组成的构造看成刚片, 容易分析得出此体系为无多余约束的几何不变体系。

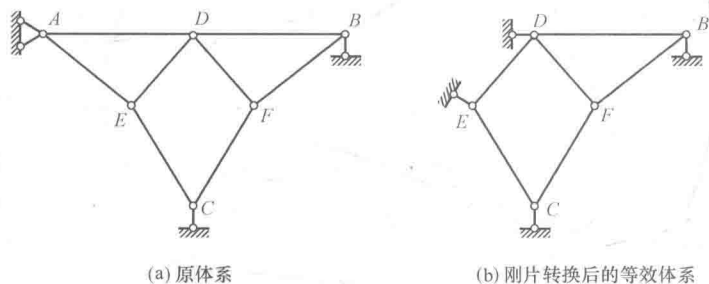


图 1-10 刚片转换

1.2.4 组成大刚片

若体系杆件比较多，则可以先将一些杆件组成大刚片，如图 1-11 所示。

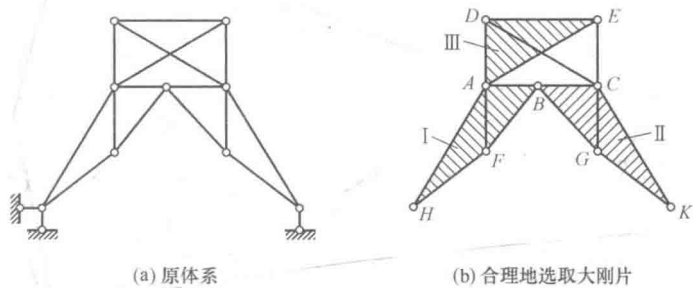


图 1-11 大刚片的选取

由图 1-11 (a) 知，体系与地基有三个约束，可排除三根链杆，只分析上部构件即可。选取大刚片如图 1-11 (b) 所示，三个刚片通过实铰 A、B 和一个虚铰 C（链杆 CE、CD 的交点）两两相连，但三铰共线，故为几何瞬变体系。

1.2.5 等效变换

1. 常见构造的等效变换

等效变换分为外部构造的等效变换（主要指支座链杆的等效变换）和内部构造的等效变换。常见的等效变换如表 1-3 所示。

常见构造的等效变换表					表 1-3
原构造					
等效变换后					

2. 支座链杆的等效滑移

如图 1-12 (a) 和 (b) 所示，两体系都只有 B 点竖向位移，故两者瞬时微小运动是等效的。因此，与一杆件共线的支座链杆可由其一端滑移到另一端，其约束性质不变。



图 1-12 支座链杆的等效滑移

如图 1-13 (a) 所示体系, B 点处的支座链杆沿着 BA 移动到 A 点, A 处形成固定铰支座, 同理 D 点处的支座链杆沿着 DC 移动到 C 点, C 处形成固定铰支座。在此基础上, 排除二元体后, 余下如图 1-13 (b) 所示的体系, 即三角形 (刚片) 与基础是通过三根相交于一点 O 的链杆联结, 故原体系是瞬变体系。

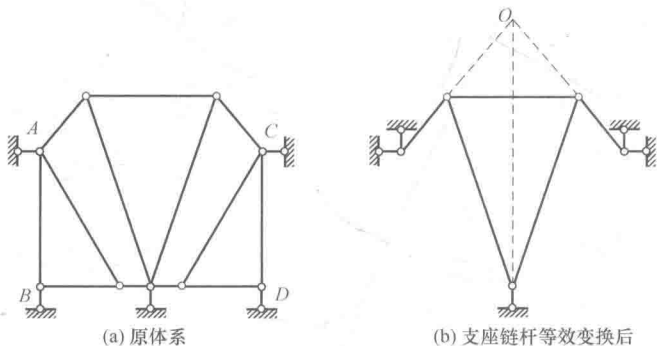


图 1-13 支座链杆的等效变换

3. 将支座链杆替换成体系中的链杆

体系中某点沿 l 方向的支座链杆, 可以用该点与一个不动点相连的 l 方向的链杆代替, 不改变对该点 l 方向的运动约束性质。

如图 1-14 (a) 所示, 体系中 B 点的水平支座链杆约束 B 点的水平位移, 如将它用连接不动点 A 的水平链杆 AB 代替, 可起到同样的约束作用, 如图 1-14 (b) 所示, 新体系很容易按简单组成规则进行分析。

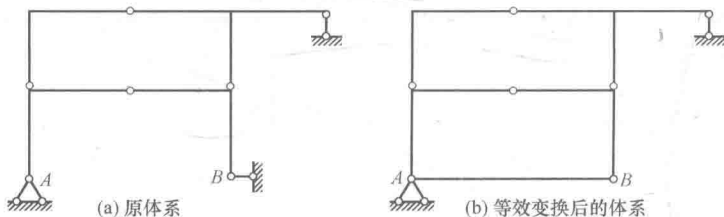


图 1-14 支座链杆替换成体系中的链杆

4. 联结一个刚片的两根支座链杆用固定铰支座代替

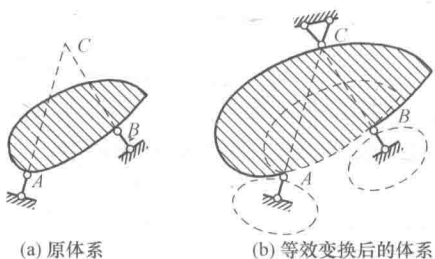


图 1-15 联结一个刚片的两根支座链杆用固定铰支座代替

如图 1-15 (a) 所示, 体系中的刚片与基础由 A 、 B 处的支座链杆相连, 相当于 C 点的一个瞬铰, 从瞬时微小运动看, 瞬铰与单铰的作用是等效的。因此, 可以将联结一个刚片的两根支座链杆用它们交点处的固定铰支座代替, 如图 1-15 (b) 所示。

图 1-16 (a) 所示体系中的刚片 ABC 和刚片 EFG 分别与基础由两根支座链杆相连, 用它们交点处的固定铰 O_1 、 O_2 代替, 并将两刚片分别

扩大到 O_1 、 O_2 ，如图 1-16 (b) 所示。刚片 O_1ABC 和刚片 O_2EFG 又可分别看成是链杆 O_1C 和 O_2E ，最后得到刚片 CDE 与基础用三根链杆相连，原体系属无多余约束的几何不变体系。

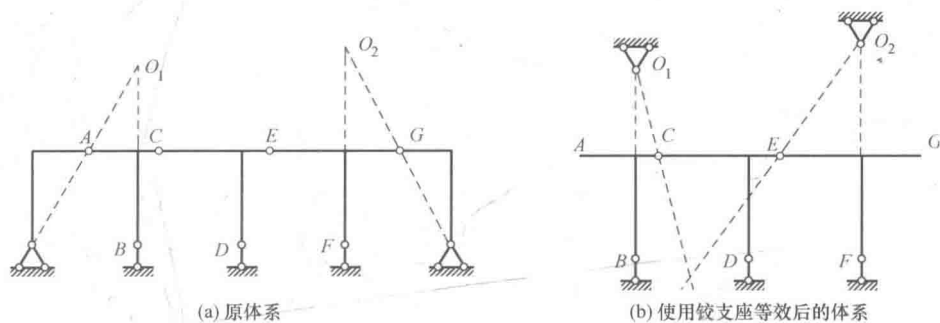


图 1-16 联结一个刚片的两根支座链杆用固定铰支座代替

1.2.6 无穷远铰的分析

三个刚片之间存在无穷远铰的情况，汇总见表 1-4 所示。

三个刚片存在无穷远铰情况汇总

表 1-4

无穷远虚铰数	体系 1	体系 2	体系 3
1			
	三链杆不互相平行	三链杆平行但不等长	三链杆平行且等长
	几何不变体系	几何瞬变体系	几何常变体系
2			
	两对链杆不互相平行	平行但不等长	平行且等长
	几何不变体系	几何瞬变体系	几何常变体系