iCourse·教材

概率论与数理统计

（第二版）

荣腾中　刘琼荪　钟　波
李曼曼　黎雅莲　胥　斌　编著

高等教育出版社

iCourse·教材

概率论与数理统计

（第二版）

荣腾中　刘琼荪　钟　波
李曼曼　黎雅莲　胥　斌　编著

高等教育出版社·北京

内容简介

本书主要内容包括随机事件及其概率、一维随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、极限定理、数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、回归分析等9章。本次修订在第一版的基础上，增添和更新了应用案例、思考题和课后习题，增添的应用案例更加贴近生活和当前的热点研究问题，如电子商务、排队服务、交通运输、通信技术、生物医学、经济等问题。编者从团队制作的国家精品在线开放课程概率论与数理统计中筛选了包括微视频、随堂测验、知识拓展、思考提示、章末讨论、章末测验、章末作业等优质资源与纸质教材有机结合，便于辅助学生自主学习，满足学生个性化发展和教师开展翻转课堂教学改革的需求。

本书简明扼要、通俗易懂、注重应用、适应面广，可作为高等学校理工类、经管类专业具备微积分基础知识的学生的教材，也可作为实际工作者的应用参考书和工具书。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计 / 荣腾中等编著. --2版. -- 北京：高等教育出版社，2018.7
ISBN 978-7-04-049395-5

Ⅰ. ①概… Ⅱ. ①荣… Ⅲ. ①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ. ①O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第019006号

策划编辑 兰莹莹　责任编辑 杨 帆　封面设计 王 鹏　版式设计 马 云
插图绘制 黄云燕　责任校对 张 薇　责任印制 赵义民

出版发行	高等教育出版社	网　址	http://www.hep.edu.cn
社　址	北京市西城区德外大街4号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印　刷	北京盛通印刷股份有限公司		http://www.hepmall.com
开　本	787mm×1092mm　1/16		http://www.hepmall.cn
印　张	20	版　次	2013年8月第1版
字　数	430千字		2018年7月第2版
购书热线	010-58581118	印　次	2018年7月第1次印刷
咨询电话	400-810-0598	定　价	39.50元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

物 料 号　49395-00

概率论与数理统计

（第二版）

荣腾中

刘琼荪

钟 波

李曼曼

黎雅莲

胥 斌

1 计算机访问http://abook.hep.com.cn/1234129，或手机扫描二维码、下载并安装Abook应用。

2 注册并登录，进入“我的课程”。

3 输入封底数字课程账号（20位密码，刮开涂层可见），或通过Abook应用扫描封底数字课程账号二维码，完成课程绑定。

4 单击“进入课程”按钮，开始本数字课程的学习。

课程绑定后一年为数字课程使用有效期。受硬件限制，部分内容无法在手机端显示，请按提示通过计算机访问学习。

如有使用问题，请发邮件至abook@hep.com.cn。

精讲视频 知识拓展 思考提示 章末讨论

http://abook.hep.com.cn/1234129

第二版前言

本书是我们十几年来课程建设、教学改革和教学实践的知识凝练和经验总结。随着科技发展的日新月异，信息量与知识量急剧增长，作为大学数学基础课程之一的概率论与数理统计，面临着知识深度和广度的更高需求。MOOC 等在线开放课程建设和创新教学模式的探索与实践已成为高等教育本科教学改革的热点之一。在这样的新形势下，2016 年，重庆大学概率论与数理统计 MOOC 在“爱课程”网上线，并受到广大学习者的好评，在 2017 年被评为国家精品在线开放课程。为了进一步满足学生个性化发展和自主学习的需求，便于师生课堂教学与在线教学的有机结合，便于开展和实施“翻转课堂”和“混合式”的教学模式，我们编写了这本辅以网上数字课程的新形态教材。

本次修订在第一版的基础上，增添了应用案例、思考题和课后习题，具有如下特色：

1. 在讲授理论的同时突出应用。在应用案例和习题中包括了各个领域中的应用背景和贴近生活的一些话题，如网络购物的分类统计整合计算，河水污染浓度检测结果分析，银行业务分类服务强度测算，电子产品的故障与维修，患者就医排队等问题。使学生对运用“概率论与数理统计”知识解决实际问题有更深入的认识，从而对本门课程产生浓厚兴趣。

2. 教学内容编排设计新颖。由实际问题引入概念和数学建模，针对模型导入知识点和方法，运用计算机模拟数字化和图形展示，验证理论问题的模拟结果分析。使学生了解知识点的来龙去脉，能灵活运用和举一反三。

3. 辅助学习资源丰富。从国家精品在线开放课程概率论与数理统计中筛选了丰富的教学资源：将每章知识点碎片化后制作的微视频、随堂测验、知识拓展、思考提示、章末讨论、章末测验、章末作业等与纸质教材有机融合，便于辅助学生自主学习，将课堂学习与在线学习有机地融合，可满足学生个性化发展和教师开展翻转课堂教学改革的需求。

概率论与数理统计作为高校一门重要的大学数学基础课程，并不算难，也不算很抽象，但大学生普遍感觉学习这门课程很吃力，究其原因在于这门课程比其他数学课程更加灵活。要跳出严谨的数学思维习惯有一个过程，尤其是数理统计，需要学生反复体会统计的含义，在数学推导和计算中明白蕴含其中的随机本质。因此，要学好本门课程，大量的练习这一学好数学的法宝仍然需要，要勤于思考和举一反三，学会归纳尤为重要。

本书共分 9 章，其中第 1 章由刘琼荪编写，第 2 章由李曼曼编写，第 3 章、第 5 章由胥斌编写，第 4 章、第 8 章由荣腾中编写，第 7 章由钟波编写，第 6 章、第 9 章由黎雅莲编写，全书由刘琼荪整理、统稿。编著者为编写本书和建设数字资源付出了许多艰辛的劳动，还有许多人为出版本书默默地付出，在此一并表示感谢！

由于编者水平所限，不当乃至错谬之处在所难免，恳请国内同行及广大读者不吝赐教。

编　者

2017 年 12 月 30 日于重庆大学数学与统计学院

第一版前言

本书是作者在重庆大学十多年教学实践的经验总结,编写时参照了教学基本要求和最新的全国硕士研究生入学统一考试大纲,可作为高等学校非数学类各专业的教材。

重庆大学概率论与数理统计课程是重庆市市级精品课程,也是重庆大学重点建设的大学数学公共基础课程之一。随着社会、经济、科技发展的加速和深化,各个专业领域涌现了大量的复杂问题,涉及国计民生的社会、经济问题也急切地需要深入研究,如金融风险、保险精算、环境保护、可持续发展等。概率论与数理统计是一门应用性极强的数学基础课程,它将为上述问题的研究与解决提供重要的手段与技术。同时,这门课程对培养学生的科学思维、理论联系实际的能力、分析问题和解决问题的能力具有十分重要的作用。

本书在取材和写作上,有如下特色:

1. 为加强学生的内驱力,变被动学习为主动学习,注重理论与实际相结合。如在例题和习题中尽可能选择一些反映各个领域的应用背景或与日常生活比较贴切的题目,如系统可靠性问题、产品检验问题、保险品种的保费与索赔计算、投资组合风险问题、社会经济调查等,使学生对运用"概率论与数理统计"知识解决实际问题有更深入的认识,从而对本门课程产生浓厚的兴趣。

2. 为满足学生自主学习和拓展知识面的需要,本书添加了"欣赏与提高"内容。

3. 为课堂内师生互动讨论的需要,使学生对基本概念印象深刻,每章的教学内容中都穿插引入了一些思考题。

4. 为便于学生复习与总结,每章后面对知识点进行了梳理,并根据教学基本要求提出了本章应重点掌握的内容。

5. 针对不同层次学生和分类教学的需要,将习题分为 A,B,C 三组,A 组习题面向绝大多数学生,强调掌握基本概念和基本理论;B 组习题供优异学生和考研学生选择; C 组习题主要加强学生的数学建模和创新实践能力。

对非数学类各个专业的本科生而言,常规的考试题型主要有:基本概念题、简单演算题、计算题。本书将平时练习的题目与常规的考试题目挂钩,即书中的习题兼顾了考试的题型与题目,使之匹配,同时考虑到全国硕士研究生入学统一考试的实际需要,参考了近年来全国硕士研究生入学统一考试大纲。

概率论与数理统计作为高等学校的一门重要数学基础课程,在各门数学基础课程中并不算难,也不算很抽象,但学生在学习这门课程时往往很吃力,原因在于这门课比其他数学课程更加灵活。要改变拘泥于严谨的数学思维习惯有一个过程,尤其是数理统计,需要学生反复地体会统计含义,在数学推导和计算中明白蕴涵其中的随机本质。因此,要学好本门课程,"大量地练习"这一学好数学的法宝仍然需要,特别是勤于思考、举一反三和学会归纳尤为重要。

由于编者水平所限，不当乃至错谬之处在所难免，恳请国内同行及广大读者不吝赐教。

编　者

2013 年 5 月 10 日于重庆大学

本书符号说明

样本空间：Ω

事件：$A,B,C,\cdots, A=\{X<a\}, B=\{X=1,2,3\}$

事件之间的运算：$A\cup B, A\cap B, \overline{A}=\Omega-A, A-B=A\overline{B}$

随机变量：$X,Y,Z,\cdots$

二维随机变量函数：$U=U(X,Y), V=V(X,Y)$

概率：$P(A)$

离散型随机变量 X 的取值：$a_1,a_2,\cdots$ 或 $b_1,b_2,\cdots$

分布律定义：$P\{X=a_i\}=p_i, P\{X=a_i,Y=b_j\}=p_{ij}, i,j=1,2,\cdots$

连续型随机变量 X 的密度函数：$f(x)$

随机变量 X 的分布函数定义：$F(x)=P\{X\leqslant x\}$

常见分布的记号：二项分布 $B(n,p)$，泊松分布 $P(\lambda)$，几何分布 $G(p)$，均匀分布 $U[a,b]$，指数分布 $\Gamma(1,\lambda)$，正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，卡方分布 $\chi^2(n)$，t 分布 $t(n)$，F 分布 $F(n,m)$

随机变量 X 的数学期望及方差：EX, DX

随机变量函数 $g(X)$ 的数学期望及方差：$E(g(X)), D(g(X))$

X,Y 的协方差：$\operatorname{cov}(X,Y)$

X,Y 的相关系数：$\rho(X,Y), \rho_{XY}$

样本：$X_1,X_2,\cdots,X_n$，样本观测值：$x_1,x_2,\cdots,x_n$

样本均值：$\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$

样本方差：$S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$

样本标准差：$S=\sqrt{\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}$

样本 k 阶原点矩：$M_k=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i^k, k=1,2,\cdots$

样本 k 阶中心矩：$M_k^*=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^k, k=2,3,\cdots$

求和项的符号：$\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$ 或 $\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$

乘积项的符号：$\prod\limits_{i=1}^{n}X_i$

目　　录

第 1 章　随机事件及其概率

§1.1　引　　言

1.1.1　随机数学

现实生活中,我们随处可见在一定条件下可能出现也可能不出现的现象,即随机现象. 比如,道琼斯股价指数明天上涨 0.04%,上班时乘坐的公共汽车经过市中心时遇到 3 次红灯,在银行的自动取款机前有 2 个人排队……随机数学就是研究随机现象统计规律性的一门数学学科,在自然科学、社会科学、工程技术、经济管理等诸多领域中有着广泛的应用. 随机数学包含概率论、数理统计、随机过程、试验设计、抽样调查、随机运筹学等,但概率论与数理统计是随机数学的两个主要部分.

概率论是随机数学的理论基础,它给出了描述随机现象及其统计规律性的数学方法和模型,从理论上研究了事件发生的概率及性质;数理统计是运用概率论的方法研究如何通过抽样观察,实现对随机对象统计规律的认识,包括样本抽样、数据分析、统计推断,最后做出决策. 可以说,数理统计更偏向于实际应用.

概率论与数理统计,简称概率统计,有着完善的理论体系,严密的推理过程,我们将运用高等数学、组合数学、代数论、几何学等课程中的方法来学习概率统计的基本知识.

1.1.2　概率论的起源

概率论起源于 17 世纪中叶. 当时在误差分析、人口统计等范畴中,有大量的随机数据资料需要整理和研究,从而孕育出一门数学分支专门用于研究随机现象的规律性. 同时,由于欧洲贵族的赌博游戏的兴起,在利益的驱动下,越来越多的精英投入到"可能性"的研究上来. 渐渐地,人们不再满足于诸如"掷硬币赌正反面"这样简单的赌博方式,希望增加赌局复杂度和趣味性,把"可能性"进行加密,让有概率运算能力的人靠技术拥有更多的赌博优势. 比如,他们研究的一个问题是:

微视频:课程发展概况及概率的三要素

(1) 掷骰子一次,掷前下注三个点,出现其中之一就获胜;

(2) 掷骰子三次,掷前下注一个点,只要出现一次就获胜.

这两种赌博方式,可能性是不是一样的呢? 哪一种方式对赌徒有利呢? 在

学完古典概率之后,读者就能对此问题做出回答.

使概率论成为数学的一个分支,并做出重要贡献的是瑞士数学家伯努利(Bernoulli),他在1689年建立了概率论中的第一个极限定理“伯努利大数定律”. 法国数学家拉普拉斯(Laplace)在1812年出版了《概率的分析理论》,首先明确地给出了概率的古典定义. 后经过高斯(Gauss)和泊松(Poisson)等数学家的努力,概率论在数学中的地位基本确立. 到了20世纪30年代,柯尔莫哥洛夫(Kolmogorov)提出概率的三条公理化定义,为概率论的发展做出杰出贡献,使概率论成为一门严谨的数学分支. 近代又出现了理论概率及应用概率的分支,概率论被广泛地应用到了不同的范畴和学科.

1.1.3 数理统计的发展

数理统计的主要发展是从20世纪初开始的. 在早期的发展中,起领导作用的是以费希尔(Fisher)和皮尔逊(Pearson)为首的英国学派. 特别是费希尔,他在数理统计的发展中做出了杰出的贡献,目前许多常用的统计方法以及教科书中的内容都与他的名字有关. 瑞典统计学家克拉默(Cramer)在1946年发表的著作《统计学数学方法》标志着数理统计学科已达到成熟的地步. 第二次世界大战后,许多统计分支得到飞速的发展,数学上的深度比以前大大加深了. 20世纪后半期,伴随着电子计算机这一强有力的数值计算工具的迅速普及,数理统计理论和方法迎来全新的发展,已成为自然科学与社会科学中信息处理必不可少的分析工具.

§1.2 随机事件

在这节,我们将学习如何用集合这个数学工具描述随机现象,以便我们可以借助集合来研究实际问题中的随机现象.

1.2.1 随机现象

自然界中人们可能观察到两类现象,一类是确定性现象,一类是随机现象. 例如,高空坠物、何时出现月圆、何时春夏更替等,这类现象称为确定性现象. 又如,未来几天是否会出现雾霾、下个月股票走势是涨还是跌、电视机何时出现故障等,这类现象称为随机现象,与确定性现象不同的是,无法确切地知道这类现象是否一定出现或者一定不出现,因而才有可能性的问题. “概率”就是预测这类随机现象出现的可能性. 在我们日常生活中,随机现象比比皆是:下班的路上可能会遇到堵车,到医院看病可能排队等候2小时以上,新买的手机可能出现故障,等等. 虽然“堵车”“看病排队”“故障”就具体结果而言无法预先知道,但在相同或类似条件下重复观测,其结果有一定的统计规律性,称之为统计

规律.

对随机现象的一次观测称为随机试验,满足如下三个特点:

(1) 可重复性:观测可以在相同的条件下重复进行;

(2) 多样性与明确性:观测的可能结果不止一个,但观测前可确定所有可能出现的结果;

(3) 不确定性:每次观测前,都不能确定哪一个结果会出现.

记随机试验为 E 或 $E_i, i=1,2,\cdots$.

请注意,随机试验可在相同条件下重复进行,是一个宏观的概念. 正如世界上没有两片完全相同的树叶一样,不可能存在两次完全相同的抛掷硬币,其抛掷角度、力度、落点等都不会完全相同. 因此概率是基于宏观意义的指标.

随机性使得事物的未来变化变得不可预知,给生产生活带来许多不便. 那么随机性是否总是带来不利呢? 事物都具有两面性,随机性也会带来许多好处. 有了随机现象,才有了抽签的公平、机遇与缘分、彩票和棋牌等. 可以说没有随机现象,就没有我们这个丰富多彩的世界,让我们一起来认识它吧!

1.2.2 样本空间与随机事件

将随机试验 E 中可能出现的基本结果称为样本点,记为 ω,由所有样本点组成的集合称为样本空间,记为 Ω.

对于一个随机试验 E,我们通常不是关心所有可能的结果,而是需要某些有特定意义的结果,这些特定的结果是样本空间的子集,称为随机事件,通常记为 $A,B,C,\cdots$.

例 1.2.1 写出下列随机试验的样本空间和随机事件:

(1) 掷一枚均匀硬币,观察出现正、反面的图案,“出现正面图案”记为随机事件 A;

(2) 掷两颗均匀的骰子,观察它们出现的点数,“点数之和大于 10”记为随机事件 B;

(3) 观察一天内进入超市的顾客数,“一天内顾客数至少 1000” 记为随机事件 C;

(4) 记录一台电视机的使用寿命,“电视机的使用寿命 5 年以上” 记为随机事件 D;

(5) 实弹射击,观察射击的弹着点,“弹着点落在圆心为靶心、半径为 1cm 的圆域内” 记为事件 F.

解 上述随机试验的样本空间和随机事件分别表示如下:

(1) $\Omega_1=\{\omega_1,\omega_2\}$,其中 ω_1,ω_2 分别代表出现正、反面,$A=\{\omega_1\}$;

(2) $\Omega_2=\{(i,j)\mid i,j=1,2,3,4,5,6\}$,$B=\{(i,j)\mid i+j>10\}$;

(3) $\Omega_3=\{0,1,2,3,\cdots\}$,$C=\{i\mid i\geqslant 1000, i\text{ 取非负整数}\}$;

(4) $\Omega_4=\{t\mid t\geqslant 0\}$,$D=\{t\mid t\geqslant 5\}$;

(5) $\Omega_5=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant r^2\}$,$F=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 1\}$.

注意:样本空间 Ω 中的样本点可以用符号表达,也可以用数字表达,可以理解为"状态点".例如,对于 Ω_1,可以用 0,1 数字描述正、反两面的状态,可表示为 $\Omega_1=\{0,1\}$.

任一个样本空间 Ω 都存在一个最大子集(Ω)和最小子集($\varnothing$),称最大子集为必然事件,称最小子集为不可能事件,分别表示为 Ω 和 $\varnothing$. 必然事件表示了每次试验都要出现的现象,不可能事件表示了每次试验都不会出现的现象. 例如,掷一颗骰子,"出现点数不超过 6"是一个必然事件,"出现 7 点"是不可能事件.

1.2.3 事件之间的关系和运算

我们知道,事件有简单的,也有复杂的. 对于复杂事件,常常希望能用简单事件表示,从而将复杂问题转化为简单问题来处理. 那么,如何用简单事件表示复杂事件呢? 这个问题我们可以通过事件之间的关系和运算来解决.

下面借助集合之间的关系与运算定义事件之间的关系与运算.

(1) **子事件** 如果事件 A 的样本点也属于事件 B,则称 A 为 B 的子事件,记为 $A\subset B$. 其含义为"事件 A 发生必然导致事件 B 也发生". 例如,掷一颗骰子,$A=$"出现 4 点",$B=$"出现偶数点",显然,事件 A 发生必然导致事件 B 发生,即有关系 $A\subset B$. 如图 1.2.1 所示.

特别地,如果事件 A 与 B 互为子事件,则称事件 A 与 B **相等**,记为 $A=B$. 这是因为同一个事件可能会有两种以上的表达形式. 例如,掷两颗骰子,事件 A 表示"两颗骰子的点数之和为奇数",事件 B 表示"两颗骰子的点数一奇一偶",这是同一事件的两种表示,显然有关系 $A=B$.

(2) **和事件** 称事件 A 与事件 B 的全部样本点组成的集合为事件 A 与 B 的和事件,记为 $A\cup B$. 于是,有 $\omega\in A$ 或 $\omega\in B$,即 $\omega\in A\cup B$. $A\cup B$ 表示"事件 A 和 B 至少有一个发生",如图 1.2.2 所示. 例如,假定某产品仅由两个零件组装而成,该产品不合格意味着两个零件至少有一件不合格,令 $A_i=$"第 i 个零件不合格",$i=1,2$,$A=$"产品不合格",则 $A=A_1\cup A_2$.

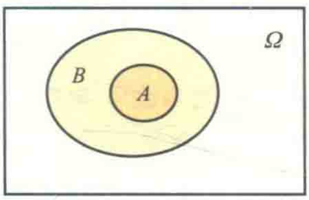

图 1.2.1 子事件

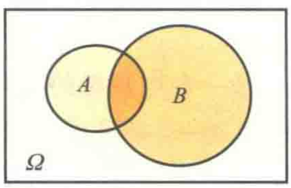

图 1.2.2 和事件 $A\cup B$

两个事件的和事件可以推广到多个事件的和事件,即事件 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$ 发生表示事件 $A_1,\cdots,A_n$ 至少有一个发生,简记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$.

(3) **积事件** 既属于事件 A 同时又属于事件 B 的样本点组成的集合称为 A 与 B 的积事件,记为 $A\cap B$,简记为 AB. 因此,有 $\omega\in A$ 与 $\omega\in B$,即 $\omega\in AB$.

AB 表示"事件 A 与 B 同时发生",如图 1.2.3 所示. 例如,假定某产品仅由两个零件组装而成,产品合格意味着两个零件都合格,令 A_i = "第 i 个零件合格",$i = 1,2$, A = "产品合格",即 $A = A_1A_2$.

同理,两个事件的积事件可以推广到多个事件的积事件,事件 $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$ 发生表示 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 同时发生,简记为 $\bigcap_{i=1}^{n} A_i$ 或 $A_1A_2\cdots A_n$.

(4) **互斥事件与对立事件** 如果事件 A 与 B 没有公共的样本点,即满足 $AB = \varnothing$, 则称 A 与 B 为互斥事件(也称为互不相容事件),如图 1.2.4 所示. 其含义为:事件 A 与 B 不可能同时出现. 如果事件 A 与 B 满足 $AB = \varnothing$ 和 $A \cup B = \Omega$, 则称 A,B 为互为对立的事件,也可将 A 的对立事件 B 记为 $\overline{A}$, B 的对立事件 A 记为 $\overline{B}$, 如图 1.2.5 所示. 例如,在电视机寿命试验中,"电视机寿命小于 1 万小时"与"电视机寿命大于 5 万小时"是两个互斥事件. 而"电视机寿命小于 1 万小时"的对立事件是"电视机寿命大于或等于 1 万小时".

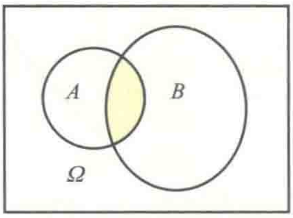

图 1.2.3 积事件 AB

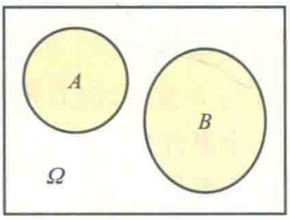

图 1.2.4 互斥事件 $AB = \varnothing$

显然,两个对立的事件一定是互斥的,反之,则未必成立. 如果有 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$, 满足条件 $A_iA_j = \varnothing$, $\forall i \neq j$, 则称这 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是两两互斥的.

如果 $AB = \varnothing$, 则简记 $A \cup B$ 为 $A + B$. 如果事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 两两互斥,则记 $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$ 为 $\sum_{i=1}^{n} A_i$.

(5) **差事件** 由属于事件 A 而不属于事件 B 的样本点组成的集合称为 A 与 B 的差事件,记为 $A - B$. 即 $\omega \in A$ 而 $\omega \notin B$, 或 $\omega \in A - B$, 其含义为:事件 A 发生而事件 B 不发生,如图 1.2.6 所示. 事件 $A - B$ 还可以表示为 $A\overline{B}$ 或 $A - AB$. 特别地,当 $B \subset A$ 时,称 $A - B$ 为正常差,如图 1.2.7 所示.

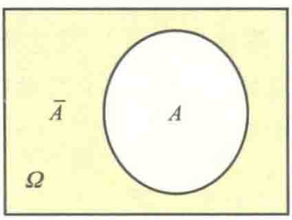

图 1.2.5 对立事件 $\overline{A}$

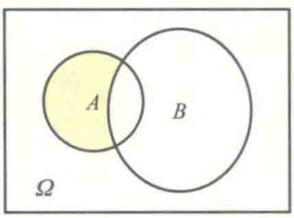

图 1.2.6 差事件 $A - B$