

开关变换器

动力学建模与分析

Dynamical Modeling and Analysis of Switching Converters

周国华 何圣仲 杨平 张希 / 著

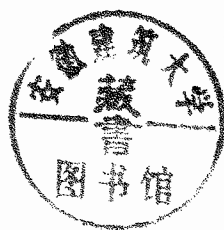


科学出版社

开关变换器动力学建模与分析

Dynamical Modeling and Analysis of Switching Converters

周国华 何圣仲 杨 平 张 希 / 著



科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书涉及开关变换器动力学建模与分析的基础理论和应用研究, 具体内容包括开关变换器的非线性建模理论与动力学分析方法、电压型和电流型控制开关变换器的动力学建模与分析、 V^2 型控制开关变换器的动力学建模与分析、开关变换器的对称动力学行为、电流型负载开关变换器的动力学行为、离散脉冲调制开关变换器的动力学行为, 以及动力学仿真方法、模型及 Matlab 源程序, 涵盖基本型控制与组合型控制等控制技术, 连续脉冲调制 (脉冲宽度、脉冲频率) 与离散脉冲调制 (脉冲序列、脉冲跨周期、双频率、多频率) 等调制方式, 以及电阻性负载、电压型负载与电流型负载等负载类型的相关内容。

本书是西南交通大学电能变换与控制实验室长期研究成果的总结和提炼, 可作为高等院校电力电子、电路与系统、自动化、控制工程等相关专业的高年级本科生、研究生教材或教学参考书, 也可供电气工程领域工程技术人员及从事非线性科学研究的学者阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

开关变换器动力学建模与分析 / 周国华等著. — 北京: 科学出版社, 2018.8

ISBN 978-7-03-058445-8

I. ①开… II. ①周… III. ①开关-变换器-动力学模型 IV. ①TN624

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 179251 号

责任编辑: 华宗琪 / 责任校对: 江 茂 葛茂香

责任印制: 罗 科 / 封面设计: 陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

成都锦瑞印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018年8月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

2018年8月第一次印刷 印张: 15 3/4

字数: 370千字

定价: 110.00元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

Foreword

Power electronics is a discipline whose development has been prompted by real-life applications in industrial, commercial, aerospace, and residential environments. In the early stage of development, research in power electronics was often driven by immediate needs in certain power conversion applications and hence was more focused on practical aspects that would address the specific power conversion requirements. Facilitated by the advent of semiconductor switches, power electronic converters have been in popular use for more than half a century. Basic analytical work has begun since the 1970s, with the development of averaged models that permitted linearization to be applied to analyze power converters, leading to convenient standard linear models for essential control design. However, until the 1990s, although engineers had realized the rich variety of complex behavior of switching power converters in their workbench for a long time, they remained uninterested in probing into the mechanisms behind the observed complexity because they were often committed to address the immediate pressing needs to achieve the required power conversion functions. Such complex behavior cannot be analyzed by linear models or even the original averaged models due to the incompatible time scale or bandwidth limited by the feedback loops. In the 1990s, as power electronics research became more mature, the research community realized the need for deeper understanding of the operation of power conversion equipment in order to improve flexibility, functionality, reliability and safety, and to address new design requirements. Nonlinearity is the root cause of all complex behavior. During 1990s and 2000s, power electronics had gone through a golden era in research and development in the particular aspect of nonlinear analysis and formal identification of bifurcation phenomena that significantly improved our understanding of the operating conditions and possible consequence of certain phenomena that were previously considered "strange".

Now, the research status of studying nonlinear and complex behavior of power electronics has reached a state where many phenomena and their causes have been well understood. In general, since the operation of power converters is very much affected by the choice of switching frequency relative to the values of the components chosen and the intended design functions, it is generally well understood that the bandwidth of the feedback loop dictates the kinds of observable behaviors. For instance, for almost all practical purposes, period-doubling (relative to switching period) type of phenomena is not permissible, whereas Hopf type instability is the commonplace phenomenon. Hopf type instability has in fact been observed for over half a century on engineers' workbenches as unstable oscillations upon the use of high

gain or incompatible bandwidth of a closed control loop, and now we have a clear and precise understanding of the way in which a switching converter becomes unstable. In the past two decades, many bifurcation scenarios have been studied for a large variety of converters as well as some simple connected systems of converters, and the studies were conducted in great depth. Analysis of large-scale or higher order systems remains difficult as there is no simple or one-size-fit-all method that can treat all kinds of nonlinearity, though we are able to focus our effort according to the needs of power electronics. Since the 2000s, "design-oriented" analysis has been promoted by the author of this Foreword for better compatibility with the engineering community. The essence of "design-oriented" analysis is precisely to put nonlinear analysis to practical use, for instance, in developing practically relevant operation boundaries in the practical parameter space, and at the same time, in avoiding study of complex behavior under unrealistic operating conditions or parameter values which generates irrelevant or even misleading results.

This nicely written book by Zhou Guohua, He Shenzhong, Yang Ping and Zhang Xi has made available the key methods and results from application of nonlinear analysis to switching power converters, including many original findings by the authors. The book provides a comprehensive and well connected descriptions of the derivations of models, mathematical analysis, simulation results, experimental measurements, and practical implications of the many findings to power electronics design. The writing of the book permits both students and experienced engineers or researchers to acquire the necessary skills and key research information of this field in an easy-to-understand fashion, and yet the amount of information is comprehensive and highly valuable as a reference for engineers to identify relevant design problems and develop proper design strategies.

Being one of the early researchers who developed this field, I am particularly pleased to see the publication of this lucidly written book at this juncture when we have gathered so many useful methods and results, and gained so much understanding of the essential mechanisms behind the behavior of power electronics systems.

In the years to come, applying nonlinear analysis and identification of complex behavior will continue to be important, as we move to a new era of applications involving a completely new power delivery framework involving integration of new energy sources and smart grid configurations. All these new developments will inevitably involve complex interconnection of systems of converters, and will hence create new opportunities and needs for understanding the complex behavior associated with the interactions of power conversion equipments. Complexity will be the key word, and engineers and researchers alike should be well equipped to tackle problems arising from nonlinearity and complex interactions of systems. This is precisely the reason why I recommend this book to all those power electronics students, researchers and engineers who need to face the challenge of this new era of applications in power conversion and delivery. Because of its detailed analytical exposition and wide application coverage, this

book will prove to be suitable as a valuable text for research students and novices of this field, as well as a useful source of reference for practitioners of power electronics.

In closing, I would like to give my heartfelt congratulations to my dear friends Zhou Guohua, He Shenzhong, Yang Ping and Zhang Xi, on reaching this important milestone and adding this extremely valuable publication to the power electronics literature.

Chi Kong TSE
Hong Kong

前 言

开关变换器作为电力电子装置的核心单元,其本质是一种非线性时变系统,存在低频振荡、次谐波振荡、倍周期分岔、边界碰撞分岔、Hopf 分岔、混沌等非线性动力学现象。这些现象严重影响开关变换器的研究、设计和开发,并限制其性能的提升。1984 年,研究者在 Buck 变换器中监测到混沌现象,这是非线性动力学现象在开关变换器中的首次发现,从此拉开了开关变换器非线性动力学行为研究的序幕。三十多年来,利用非线性动力学理论研究开关变换器的非线性行为一直是人们关注的热点。分析和揭示开关变换器存在的非线性现象及其产生机理,不仅有利于设计出更为可靠、稳定的开关变换器系统,也为针对性地利用开关变换器固有的分岔和混沌等非线性现象来改善其工作性能提供了理论依据,如利用混沌功率谱特性降低开关变换器中的电磁干扰等。因此,系统深入地论述开关变换器的动力学建模与分析,研究开关变换器的动力学建模理论与非线性动力学行为,以及电路参数变化对开关变换器性能的影响,对开关变换器系统的设计具有十分重要的理论意义和应用价值。

控制技术、调制方式、负载类型等都是影响开关变换器性能的重要因素。根据电路中 4 个基本的物理量(电压、电流、电荷和磁通),可将开关变换器的控制技术划分为基本型控制和组合型控制,其中电压型控制和电流型控制是应用最为广泛的两种基本型控制。开关变换器的调制技术存在两种基本方式,即脉冲宽度调制(pulse width modulation, PWM)和脉冲频率调制(pulse frequency modulation, PFM);按照调制过程中脉冲的宽度或频率是否可以连续变化,又可将其分为连续脉冲调制和离散脉冲调制,其中离散脉冲调制包括脉冲序列调制、脉冲跨周期调制、双频率调制、多频率调制等。根据电路中 3 个基本的元件(电阻、电容、电感)及具体的应用场合,可将开关变换器的负载类型划分为电阻性、电压型(或电容性)和电流型(或电感性)。

本书围绕基本型控制与组合型控制等控制技术,连续脉冲调制与离散脉冲调制等调制方式,电阻性负载、电压型负载与电流型负载等负载类型,系统地论述开关变换器动力学建模与分析的基础理论和应用,揭示开关变换器的非线性动力学现象及其产生机理。基于本书的讨论,使读者能够理解并掌握基本开关变换器(Buck、Boost、Buck-Boost 等)的动力学建模方法及其分析手段,为设计各种控制技术、调制方式和负载类型组合下的基本或高阶开关变换器电路提供参考。

全书共分为 9 章。第 1 章讨论了开关变换器的非线性建模方法(包括频闪映射、S 开关映射、A 开关映射)及动力学分析方法(包括分岔图、Lyapunov 指数、雅可比矩阵、庞加莱截面等);阐述了开关变换器非线性动力学的研究现状及应用价值。

结合 PWM 和 PFM 两种基本调制方式,第 2~5 章详细论述了基本型控制开关变换器的动力学建模与分析。第 2 章讨论了单缘调制和双缘调制电压型 PWM 控制开关变换器的复杂动力学行为,调查研究了两种不同的 Hopf 分岔现象、奇数倍周期分岔现象;研究了基于归一化 PWM 的电压型控制开关变换器的稳定性问题,并从理论上分析了 PWM 方式对变换器稳定性的影响。第 3 章通过建立异步开关离散时间模型,讨论了输出电容等效串联电阻、负载电阻、电感等参数对电压型 PFM 控制开关变换器的动力学行为、稳定性、工作模式的影响。第 4 章讨论了电流型 PWM 控制(峰值电流控制、谷值电流控制)开关变换器的动力学建模与分析,研究了斜坡补偿对电流型 PWM 控制开关变换器的工作区域、参数空间映射、分岔图等动力学行为的影响。相对于电流型 PWM 控制,电流型 PFM 控制开关变换器的稳定性不受占空比变化范围的限制,不需要斜坡补偿。第 5 章以含有电压外环的电流型恒定导通时间控制 Buck 变换器和电流型恒定关断时间控制 Boost 变换器为例,讨论了电路参数和控制参数对电流型 PFM 控制开关变换器动力学行为的影响。

作为组合型控制技术的 V^2 型控制,因其具有快速的负载瞬态响应而受到广泛关注。第 6 章讨论了 V^2 型控制开关变换器的动力学建模与分析,包括峰值 V^2 控制 Buck 变换器、谷值 V^2 控制 Boost 变换器及斜坡补偿谷值 V^2 控制 Boost 变换器。第 7 章建立了电流型控制开关变换器(电压型负载)的统一离散迭代映射模型、 V^2 型控制开关变换器(电阻性负载)的采样数据模型,研究并揭示了它们存在的对称分岔行为、对称时域波形及对称相轨图等对称动力学行为。第 8 章讨论了电流型负载开关变换器的动力学行为,包括峰值电流控制和谷值电流控制电流型负载开关变换器,电流型负载开关变换器的镇定控制,以及采用复合输出电容的电流型负载开关变换器。

不同于前述章节讨论的连续脉冲调制开关变换器,第 9 章讨论了离散脉冲调制开关变换器的动力学行为,包括脉冲序列调制和脉冲跨周期调制开关变换器的低频振荡、双频率调制开关变换器的多周期行为及多频率调制开关变换器的自相似和混频现象。此外,为了便于读者理解本书所涉及的内容,附录给出了几种动力学仿真方法、模型及 Matlab 源程序。

本书重点介绍了开关变换器非线性建模方法及其应用,详细分析了多种控制技术、调制方式、负载类型下的开关变换器动力学模型及其特性。部分内容源自国家自然科学基金面上项目(61771405、61371033、51177140)的创新成果,是作者多年来科研成果的积累与总结。借此机会首先向香港理工大学 Chi Kong Tse 教授表示真挚的感谢,特别感谢他为本书欣然作序,并将本书倾情推荐给电力电子领域的学生、研究者和工程师。其次,向西南交通大学许建平教授、常州大学包伯成教授表示衷心的感谢,感谢他们长期以来给予作者研究工作的指导和帮助。再次,书中的部分研究成果是作者与王金平博士、吴松荣博士、钟曙博士等合作完成的,在此对所有合作者表示由衷的感谢。最后,在本书的撰写过程中,参考和引用了国内外相关书籍和重要文献,使作者受益匪浅,谨向这些书籍和文献的作者表示诚挚的感谢。

本书第1章和第4章由西南交通大学杨平博士撰写；第3章和第5章由常州大学张希博士撰写；第6章和附录由西南交通大学何圣仲博士撰写；其余章节内容由西南交通大学周国华教授撰写，并由其对全书内容进行规划、统稿和审核。博士研究生周述晗、冷敏瑞，硕士研究生毛桂华、曾绍桓、田庆新、甘豪洋、尚泽荣、曹璘等参与了本书大量图形的绘制，公式的推导、校对，以及实验结果的补充，在此一并表示感谢。

由于作者学识及参阅资料有限，书中难免存在不妥之处，恳请广大读者予以批评指正！

周国华
2018年4月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 开关变换器非线性建模方法	1
1.1.1 频闪映射离散模型	2
1.1.2 S 开关映射离散模型	3
1.1.3 A 开关映射离散模型	3
1.2 开关变换器非线性动力学分析方法	4
1.2.1 时域图和相轨图	4
1.2.2 分岔图	4
1.2.3 Lyapunov 指数	5
1.2.4 雅可比矩阵与 Floquet 乘子	6
1.2.5 庞加莱截面	7
1.2.6 功率谱	8
1.3 研究现状及应用价值	8
1.4 本章小结	9
参考文献	9
第 2 章 电压型 PWM 控制开关变换器动力学建模与分析	13
2.1 单缘调制电压型控制开关变换器	13
2.1.1 前缘调制电压型控制	13
2.1.2 后缘调制电压型控制	16
2.2 双缘调制电压型控制开关变换器	17
2.2.1 工作原理	17
2.2.2 离散映射建模	19
2.2.3 动力学行为分析	21
2.2.4 雅可比矩阵的特征值运动分析	26
2.3 归一化 PWM 调制电压型控制开关变换器	29
2.3.1 归一化 PWM 及离散映射建模	29
2.3.2 动力学行为分析	34
2.3.3 z 域建模分析	37
2.4 本章小结	43
参考文献	43
第 3 章 电压型 PFM 控制开关变换器动力学建模与分析	45
3.1 电压型 COT 控制开关变换器	45

3.1.1	工作原理	45
3.1.2	异步开关离散时间建模	47
3.1.3	输出电容 ESR 对变换器稳定性和工作模式的影响	51
3.1.4	仿真结果	54
3.1.5	实验结果	55
3.2	电压型 CFT 控制开关变换器	56
3.2.1	工作原理	56
3.2.2	异步开关离散时间建模	57
3.2.3	电路参数对变换器稳定性和工作模式的影响	61
3.2.4	理论分析与实验验证	67
3.3	本章小结	70
	参考文献	70
第 4 章	电流型 PWM 控制开关变换器动力学建模与分析	72
4.1	峰值电流控制开关变换器	72
4.1.1	二维离散迭代映射模型	72
4.1.2	倍周期、边界碰撞和切分岔行为	74
4.1.3	实验结果	75
4.2	谷值电流控制开关变换器	77
4.2.1	二维离散迭代映射模型	77
4.2.2	倍周期和边界碰撞分岔行为	79
4.2.3	实验结果	80
4.3	斜坡补偿电流型 PWM 控制开关变换器	81
4.3.1	电感电流边界	81
4.3.2	二维离散迭代映射模型	83
4.3.3	最大 Lyapunov 指数	84
4.3.4	混沌镇定控制及工作模式转移机理	85
4.3.5	实验验证	88
4.4	本章小结	90
	参考文献	90
第 5 章	电流型 PFM 控制开关变换器动力学建模与分析	91
5.1	电流型 COT 控制 Buck 变换器	91
5.1.1	工作原理	91
5.1.2	次谐波振荡现象	92
5.1.3	降阶异步开关离散时间建模	93
5.1.4	雅可比矩阵及其特征值	95
5.1.5	动力学行为分析	96
5.1.6	近似异步开关离散时间模型	97
5.1.7	近似稳定条件及参数稳定区域	98

5.1.8 理论分析与实验验证	100
5.2 电流型 CFT 控制 Boost 变换器	102
5.2.1 工作原理	102
5.2.2 次谐波振荡现象	102
5.2.3 降阶异步开关离散时间模型	104
5.2.4 分岔行为分析	106
5.2.5 近似异步开关离散时间模型	106
5.2.6 稳定性分析及参数稳定区域	107
5.2.7 实验验证	109
5.3 本章小结	110
参考文献	110
第 6 章 V^2 型控制开关变换器动力学建模与分析	112
6.1 峰值 V^2 控制 Buck 变换器	112
6.1.1 含输出电容 ESR 的 Buck 变换器状态方程	112
6.1.2 二维离散映射模型	113
6.1.3 分岔分析	115
6.1.4 雅可比矩阵与特征值	119
6.1.5 最大 Lyapunov 指数	121
6.1.6 仿真分析	122
6.2 谷值 V^2 控制 Boost 变换器	125
6.2.1 含输出电容 ESR 的 Boost 变换器状态方程	125
6.2.2 输出电压边界	126
6.2.3 二维离散映射模型	127
6.2.4 分岔分析	128
6.2.5 稳定性分析	130
6.2.6 最大 Lyapunov 指数	131
6.2.7 仿真分析	132
6.3 斜坡补偿 V^2 型控制开关变换器	133
6.3.1 工作原理	133
6.3.2 斜坡补偿机理	134
6.3.3 二维离散映射模型	135
6.3.4 分岔分析	136
6.3.5 仿真分析	137
6.4 实验验证	138
6.4.1 峰值 V^2 控制 Buck 变换器	138
6.4.2 谷值 V^2 控制 Boost 变换器	139
6.5 本章小结	140
参考文献	140

第 7 章 开关变换器的对称动力学行为	142
7.1 开关变换器控制技术的对称性	142
7.2 电流型控制开关变换器的对称动力学行为	143
7.2.1 一维离散迭代映射与边界方程	143
7.2.2 对称分岔行为	145
7.2.3 对称 Lyapunov 指数	150
7.2.4 对称时域波形及相轨图	151
7.2.5 实验验证	154
7.3 斜坡补偿电流型控制开关变换器的对称动力学行为	155
7.3.1 斜坡补偿一维离散迭代映射	155
7.3.2 斜坡补偿工作区	156
7.3.3 对称动力学行为	159
7.3.4 实验结果	161
7.4 V^2 型控制开关变换器的对称动力学行为	162
7.4.1 二维采样数据模型	162
7.4.2 对称分岔行为	164
7.4.3 对称时域波形及相轨图	165
7.5 本章小结	167
参考文献	167
第 8 章 电流型负载开关变换器的动力学行为	169
8.1 峰值电流控制电流型负载开关变换器	169
8.1.1 复杂次谐波振荡现象	170
8.1.2 离散迭代映射	171
8.1.3 分岔图分析	173
8.1.4 快标和慢标分岔理论分析	174
8.2 谷值电流控制电流型负载开关变换器	177
8.2.1 离散迭代映射	178
8.2.2 分岔图分析	178
8.2.3 复杂次谐波振荡现象	180
8.3 电流型负载开关变换器的镇定控制	181
8.3.1 离散迭代映射	181
8.3.2 分岔图分析	182
8.3.3 动力学行为分布	185
8.3.4 时域分析与实验验证	187
8.4 采用复合输出电容的电流型负载开关变换器	189
8.4.1 离散迭代映射	189
8.4.2 动力学行为分析	192
8.4.3 时域分析与实验验证	196

8.5 本章小结	199
参考文献	200
第 9 章 离散脉冲调制开关变换器的动力学行为	202
9.1 脉冲序列调制开关变换器	202
9.1.1 工作原理	202
9.1.2 低频振荡现象产生机理及其抑制	203
9.1.3 实验验证	206
9.2 脉冲跨周期调制开关变换器	207
9.2.1 工作原理	207
9.2.2 低频振荡机理分析	208
9.2.3 输出电容 ESR 对低频振荡的影响	209
9.3 双频率调制开关变换器	212
9.3.1 工作原理	212
9.3.2 动力学模型	212
9.3.3 多周期行为分析	214
9.4 多频率调制开关变换器	218
9.4.1 工作原理	218
9.4.2 一维离散迭代映射模型	219
9.4.3 分岔分析	220
9.4.4 最大 Lyapunov 指数	223
9.4.5 自相似和混频现象分析	224
9.5 本章小结	227
参考文献	227
附录 动力学仿真方法、模型及 Matlab 源程序	229
附录 A 时域波形和相轨图	229
附录 B 庞加莱截面	230
附录 C 分岔图	230
附录 D 最大 Lyapunov 指数谱	231

第1章 绪 论

以开关变换器为核心的开关电源技术已较为成熟^[1-3], 广泛应用于各行各业。开关变换器属于非线性时变动力学系统, 会产生各种类型的分岔和混沌等非线性物理现象^[4-8]。这些现象严重影响了开关变换器的研究、设计和开发, 并使得开关变换器性能的提高受到了极大的限制。例如, 开关变换器在实际运行过程中会突然发生振荡现象, 有时甚至会发出尖锐的噪声^[9]。这些现象表明, 当电路参数或者控制参数达到某种条件时, 开关变换器将工作于临界模式, 或者从一种工作模式转移到另一种工作模式^[10]。这些模式会造成系统的突然崩溃或跳变, 从而偏离开始设计时所提出的目标。由于缺乏对系统产生的非线性物理现象的理解和研究, 人们很长一段时间都认为上述现象是系统故障和外界随机干扰造成的^[11]。因此, 通过揭示开关变换器的非线性动力学行为来研究开关变换器的分岔和混沌等非线性物理现象, 有利于开关电源的合理利用和快速发展。

20 世纪 80 年代, 研究者首次选择 Buck 变换器作为研究对象, 分析了该系统的分岔和混沌现象^[12], 从此拉开了开关变换器非线性动力学行为研究的序幕。通过对开关变换器建立非线性动力学模型并分析其动力学特性, 有助于设计出性能更好的开关电源, 从而拓展非线性动力学的应用领域。近几年来, 利用非线性动力学理论研究开关变换器的非线性行为一直是人们关注的热点^[13, 14]。分析和揭示开关变换器中的非线性现象及其产生的机理, 不仅有利于设计出更为可靠、合理的开关变换器, 也为在一定条件下利用开关变换器固有的非线性现象来改善其工作特性提供了理论基础^[15-18]。因此, 对开关变换器的动力学建模与分析进行系统、深入的论述, 研究开关变换器的动力学建模理论与非线性动力学行为, 具有重要的理论意义和工程应用价值^[19-21]。

1.1 开关变换器非线性建模方法

揭示开关变换器的动力学行为和研究开关变换器的非线性现象, 关键在于如何建立合适的动力学模型。在电力电子电路的复杂行为研究中, 离散映射模型可以很好地反映系统的真实特性, 通过数据采样获得系统离散映射模型是分析电力电子电路的有效方法之一。通过在特定时刻对系统中的各个状态变量进行采样, 可以使电力电子电路由原来的连续系统转变为离散系统, 并由系统的功率级状态方程和控制方程可以得到系统的离散映射模型。这种离散映射模型的优点是易于全面分析电路系统的动力学性质, 如不动点及各种周期轨道的稳定性、边界碰撞分岔及倍周期分岔等。根据采样时刻的不同, 可以将开关变换器的离散映射建模方法分为频闪映射、S 开关映射和 A 开关映射^[22-25], 如图 1.1 所示。

上述 3 种离散映射方法的相同思路是, 列出一个开关周期内开关变换器在不同工作阶段的状态方程; 分段求解状态方程, 将第一阶段方程的解作为下一阶段方程的初值, 并以

此类推得到状态变量的迭代方程。不同之处在于：

(1) 频闪映射是在每个开关周期(图 1.1 所示为锯齿波周期)开始时刻对开关变换器的状态变量进行采样。

(2) S 开关映射是在开关管断开时刻对变换器电路的各个状态进行采样。

(3) A 开关映射是在开关管闭合时刻对变换器电路的各个状态进行采样。

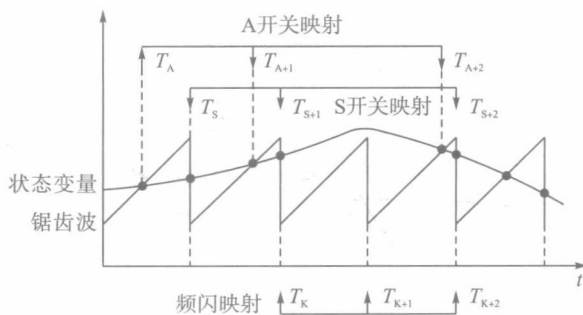


图 1.1 3 种离散映射方法的示意图

下面以开关变换器工作于连续导电模式为例，简要阐述离散映射的建模方法。为了简化分析，对电路做如下假设：电路中的电感、电容、开关管和二极管等都是理想元件，不考虑其他任何寄生参数，开关管与二极管导通时压降为零，截止时电流为零，且导通与截止之间的转换是瞬时完成的；输出电压纹波远小于其平均值，即在一个周期内可以忽略输出电压的波动。

通过控制开关变换器开关管的导通和关断，实现变换器在两个状态之间切换，其功率级主电路的状态方程如下：

$$S_1: \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{B}_1 \mathbf{u} \quad (1.1)$$

$$S_2: \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{B}_2 \mathbf{u} \quad (1.2)$$

其中， $\mathbf{A}_1$ 、 $\mathbf{A}_2$ 为状态矩阵； $\mathbf{B}_1$ 、 $\mathbf{B}_2$ 为输入矩阵； $\mathbf{x} = [i_L \ v_C]^T$ ，为状态向量， T 为矩阵转置， i_L 为电感电流， v_C 为电容电压； $\mathbf{u}$ 为输入向量； S_1 表示开关管处于导通状态； S_2 表示开关管处于关断状态。

设变换器的控制方程如下：

$$f(\mathbf{x}, p) = 0 \quad (1.3)$$

其中， p 为控制参数，用来确定变换器的开关状态。

通过数据采样获得离散映射模型的方法，不以电路中随时间变化的连续状态为研究对象，而是以间隔一定时间对电路各个状态量进行采样，得到电路状态向量的离散形式为研究对象。利用数据采样法，由系统的功率级状态方程和控制方程即可得到系统的离散映射模型：

$$\mathbf{x}_{n+1} = G(\mathbf{x}_n, p) \quad (1.4)$$

1.1.1 频闪映射离散模型

频闪映射是指在 $t = nT$ 时刻对电路的各个状态变量进行采样(其中 T 是开关周期)，得

到电路的状态变量 $\mathbf{x}_n$ 。设变换器的输入电压为 V_g ，以 $(\mathbf{x}_n, V_g)$ 作为初始条件，利用状态方程和控制方程求取电路下一个周期的占空比，由下式表示：

$$d_n = f_k(\mathbf{x}_n, p) \quad (1.5)$$

对于由状态方程 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$ 描述的系统，其解为

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}(0^-) + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B}V_g d\tau \quad (1.6)$$

在频闪映射情况下的离散模型为

$$\mathbf{x}_{n+1} = e^{\mathbf{A}T} \mathbf{x}_n + \int_0^T e^{\mathbf{A}(T-\tau)} \mathbf{B}V_g d\tau \quad (1.7)$$

根据系统的状态方程 (1.1) 和 (1.2)，可得到其频闪映射模型为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{n+1} &= G(\mathbf{x}_n, d(\mathbf{x}_n, p)) \\ &= \begin{cases} e^{\mathbf{A}_2(T-d_n)} \left[e^{\mathbf{A}_1 d_n} \left(\mathbf{x}_n + \int_0^{d_n} e^{\mathbf{A}_1(d_n-\tau)} \mathbf{B}_1 V_g d\tau + \int_0^T e^{\mathbf{A}_2(T-\tau)} \mathbf{B}_2 V_g d\tau \right) \right] & d_n < T \\ e^{\mathbf{A}_1 T} \mathbf{x}_n + \int_0^{d_n} e^{\mathbf{A}_1(d_n-\tau)} \mathbf{B}_1 V_g d\tau & d_n \geq T \end{cases} \end{aligned} \quad (1.8)$$

其中，状态转移矩阵 $e^{\mathbf{A}t}$ ($i=1, 2$) 为矩阵指数，离散映射模型的精度取决于 $e^{\mathbf{A}t}$ 的计算。

1.1.2 S 开关映射离散模型

在开关管断开时刻对电路各个状态进行采样，得到电路的状态变量 $\mathbf{x}_n$ 。同理，以 $(\mathbf{x}_n, V_g)$ 作为初始条件，利用状态方程和控制方程求取变换器下一个周期的占空比为

$$d_n = f_s(\mathbf{x}_n, p) \quad (1.9)$$

则变换器的 S 开关映射离散模型为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{n+1} &= G(\mathbf{x}_n, d(\mathbf{x}_n, p)) \\ &= \begin{cases} e^{\mathbf{A}_1 d_n} \left(e^{\mathbf{A}_2(T-d_n)} \mathbf{x}_n + \int_{d_n}^T e^{\mathbf{A}_2(T-\tau)} \mathbf{B}_2 V_g d\tau \right) + \int_0^{d_n} e^{\mathbf{A}_1(d_n-\tau)} \mathbf{B}_1 V_g d\tau & d_n < T \\ e^{\mathbf{A}_1 d_n} \left(e^{\mathbf{A}_2(lT-d_n)} \mathbf{x}_n + \int_{d_n}^{lT} e^{\mathbf{A}_2(lT-\tau)} \mathbf{B}_2 V_g d\tau \right) + \int_0^{d_n} e^{\mathbf{A}_1(d_n-\tau)} \mathbf{B}_1 V_g d\tau & d_n \geq T \end{cases} \end{aligned} \quad (1.10)$$

其中， l 由下式确定：

$$l = \left\lceil \frac{d_n}{T} \right\rceil \quad (1.11)$$

如果 $\mathbf{A}_1$ 和 $\mathbf{A}_2$ 满秩，则式 (1.10) 可简化为

$$\mathbf{x}_{n+1} = \begin{cases} e^{\mathbf{A}_1 d_n} \left[e^{\mathbf{A}_2(T-d_n)} \mathbf{x}_n + \left(e^{\mathbf{A}_2(T-d_n)} - \mathbf{I} \right) \mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{B}_2 V_g \right] + \left(e^{\mathbf{A}_1 d_n} - \mathbf{I} \right) \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{B}_1 V_g & d_n < T \\ e^{\mathbf{A}_1 d_n} \left[e^{\mathbf{A}_2(lT-d_n)} \mathbf{x}_n + \left(e^{\mathbf{A}_2(lT-d_n)} - \mathbf{I} \right) \mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{B}_2 V_g \right] + \left(e^{\mathbf{A}_1 d_n} - \mathbf{I} \right) \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{B}_1 V_g & d_n \geq T \end{cases} \quad (1.12)$$

其中， $\mathbf{I}$ 是单位矩阵。如果 $\mathbf{A}_1$ 和 $\mathbf{A}_2$ 中有不满秩的矩阵，则需要做特殊处理。

1.1.3 A 开关映射离散模型

在变换器开关闭合时刻对电路的各个状态进行采样，得到电路的状态变量 $\mathbf{x}_n$ 。同理，