

面向新工科机械专业系列教材

“十三五”江苏省高等学校重点教材

有限元法 基本原理及应用

第2版

主编 尹飞鸿

高等教育出版社



机械专业系列教材

江苏省高等学校重点教材

(2016-1-045)

有限元法基本原理及应用

Youxianyuanfa Jiben yuanli ji Yingyong

第 2 版

主编 尹飞鸿
副主编 陆怡 楼力律 王占军



高等教育出版社·北京

内容简介

本书首先系统地讲述了有限元分析的基本理论，在此基础之上详细地介绍了通用有限元分析软件 ANSYS 及其具体应用。全书分为上、中、下三篇，上篇讲述有限元法的基本原理，包括有限元法的基本思想、特点及其应用领域，弹性力学基本理论，弹性力学有限元法，有限元分析中的若干问题等内容；中篇以 ANSYS 为平台，系统讲述有限元求解问题的基本方法，内容包括 ANSYS 概述、ANSYS 建模与网格划分、ANSYS 加载与求解、Workbench 工作环境；下篇主要讲述有限元分析的静力学和动力学的工程应用实例。

本书可以作为理工类院校本科生、研究生及教师学习有限元法的基本原理及 ANSYS 软件的教材，也可以作为从事机械工程、动力工程、土木工程、交通运输工程、电力电子、航空航天、石油化工、水利工程等专业的科研人员和工程技术人员使用 ANSYS 软件的参考书。

图书在版编目 (C I P) 数据

有限元法基本原理及应用 / 尹飞鸿主编. --2 版

--北京：高等教育出版社，2018.8

ISBN 978-7-04-050001-1

I. ①有… II. ①尹… III. ①有限元法-高等学校-教材 IV. ①O241.82

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 136547 号

策划编辑 杜惠萍 责任编辑 杜惠萍 封面设计 王 鹏 版式设计 马 云
插图绘制 于 博 责任校对 胡美萍 责任印制 韩 刚

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮 政 编 码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	北京印刷一厂		http://www.hepmall.com
开 本	787mm × 960mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	23.5	版 次	2010 年 7 月第 1 版
字 数	420 千字		2018 年 8 月第 2 版
购书热线	010-58581118	印 次	2018 年 8 月第 1 次印刷
咨询电话	400-810-0598	定 价	45.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

版 权 所 有 侵 权 必 究

物 料 号 50001-00

有限元法 基本原理 及应用

第2版

尹飞鸿

- 1 计算机访问 <http://abook.hep.com.cn/12390224>, 或手机扫描二维码、下载并安装 Abook 应用。
- 2 注册并登录, 进入“我的课程”。
- 3 输入封底数字课程账号 (20位密码, 刮开涂层可见), 或通过 Abook 应用扫描封底数字课程账号二维码, 完成课程绑定。
- 4 单击“进入课程”按钮, 开始本数字课程的学习。

The screenshot shows the Abook application's login screen. At the top, there is a logo for 'Abook' and a '通知' (Notification) icon. Below the logo is a barcode. To the right of the barcode is the book cover image for '有限元法基本原理及应用 第2版'. The book cover features a landscape illustration with a bridge and trees. Below the book cover, there is descriptive text about the digital course resources and its integration with the physical textbook. At the bottom of the screen, there is a login form with fields for '用户名' (Username), '密码' (Password), '验证码' (Captcha), and a '验证码' input field with the number '2692'. There are also '忘记密码?' (Forgot Password?), '登录' (Login), and '记住我(30天内免登录)' (Remember Me (Log in for 30 days)) buttons.

有限元法基本原理及应用
第2版

有限元法基本原理及应用数字课程包括例题操作视频等优质资源。本数字课程与纸质教材一体化设计，极大地丰富了知识的呈现形式，拓展了教材内容，满足学生个性化发展的需求。

用户名： 密码： 验证码：
2692 忘记密码？ 登录 记住我(30天内免登录)

如有使用问题, 请发邮件至 abook@hep.com.cn。



<http://abook.hep.com.cn/12390224>

第2版前言

本书是“十三五”江苏省高等学校重点教材（编号为2016-1-045），是根据理工类院校本科生和研究生的教学基本要求，总结近年来教学研究和教学改革成果修订而成的。第1版得到了广大师生的认可，出版以来多次重印，第2版针对第1版的不足做了较多的修订，以满足新工科教育背景下，培养适应“新常态”教育要求的科学基础厚、工程能力强、综合素质高的工程技术人才教学的需要。基于这样的认识，第2版做了如下的改进：

(1) 在保持第1版总体框架的前提下对教材体系做了一定的变动：将第1版中的下篇有限元技术应用拆分为中篇有限元分析软件和下篇有限元分析工程应用实例两部分。

(2) 增加了多物理场协同CAE仿真Workbench环境和工程分析过程等方面的介绍。

(3) 对部分内容进行了适当的补充和优化，新增加动力工程方面的实例，对每章后的习题做了适当增加和调整。

(4) 根据当前最新版本有限元分析软件的分析要求，对有限元分析软件和工程应用实例两部分的分析过程和附图进行了更新。

(5) 根据新形态教材的要求，新增了部分教学内容的配套辅助动画和视频的二维码。

希望这些工作能在本课程的教学工作中受到广大师生的欢迎。

根据第1版作者的意愿，本书第2版的编写者也作了部分调整。本次修订由尹飞鸿担任主编，陆怡、楼力律、王占军、胡可军任副主编。具体的编写分工如下：第1章由常州工学院尹飞鸿和河海大学楼力律编写；第2、4章由河海大学王占军编写；第3章由楼力律编写；第5、6章由江苏理工学院胡可军编写；第7章由尹飞鸿编写；第8章由常州大学陆怡编写；第9章由尹飞鸿及陆怡共同编写；第10章由常州工学院何亚峰编写；书后附录由尹飞鸿与王占军二人共同编写。全书由尹飞鸿负责统稿。在校稿过程中，河海大学的蔡伟同志做了不少工作，在此表示感谢。另外，仍要感谢第1版作者对本书出版过程付出的辛勤劳动。

本书在编写过程中得到了江苏高校品牌专业建设工程资助项目（项目号 PPZY2015C123、PPZY2015B124）的大力支持，在此表示诚挚的感谢。

本书可以作为理工类院校本科生、研究生及教师学习有限元法的基本原理及 ANSYS 软件的教材，也可以作为从事机械工程、动力工程、土木工程、交通运输工程、电力电子、航空航天、石油化工、水利工程等专业的科研人员和工程技术人员使用 ANSYS 软件的参考书。

书中的错误和不妥之处，望能不吝指正。

编者

2018 年 5 月

目 录

上篇 有限元法基本原理

第 1 章 概述	3
1.1 有限元法的基本思想	3
1.2 有限元法的特点	4
1.3 有限元法的发展及其应用领域	6
1.3.1 有限元法的发展	6
1.3.2 有限元法的应用领域	9
本章小结	10
习题	11
第 2 章 弹性力学基本理论	12
2.1 弹性力学的基本假设	12
2.2 弹性力学的基本概念	13
2.2.1 体力	13
2.2.2 面力	14
2.2.3 应力	15
2.2.4 应变	16
2.2.5 位移	17
2.2.6 主应力	17
2.2.7 相当应力	19
2.2.8 主应变	20
2.3 弹性力学的基本方程	20

2.3.1 平衡微分方程	21
2.3.2 几何方程	21
2.3.3 物理方程	22
2.3.4 边界条件	24
2.4 平面问题的基本理论	25
2.4.1 平面应力问题	25
2.4.2 平面应变问题	26
2.4.3 平面问题的基本方程	26
2.5 弹性力学中的能量原理	29
2.5.1 虚位移原理	29
2.5.2 极小势能原理	30
2.6 平面问题求解举例	31
本章小结	33
习题	33
 第3章 弹性力学有限元法	34
3.1 有限元法求解问题的基本步骤	34
3.2 杆单元	40
3.3 梁单元	45
3.4 平面问题的单元构造	50
3.5 空间问题的单元构造	61
3.6 有限元振动问题初步	63
3.7 有限元后处理	66
本章小结	67
习题	68
 第4章 有限元分析中的若干问题	70
4.1 有限元计算模型的建立	70
4.1.1 有限元建模的准则	71
4.1.2 边界条件的处理	72
4.1.3 连接条件的处理	73

4.2 减小解题规模的常用措施	75
4.2.1 对称性和反对称性	75
4.2.2 周期性条件	76
4.2.3 降维处理和几何简化	77
4.2.4 子结构技术	79
4.2.5 线性近似化	81
4.2.6 多种载荷工况的合并处理	81
4.2.7 节点编号的优化	81
本章小结	83
习题	83

中篇 有限元分析软件

第 5 章 ANSYS 概述	87
5.1 ANSYS 的功能	87
5.1.1 基本功能	88
5.1.2 高级功能	89
5.2 ANSYS 启动、用户界面及退出	90
5.2.1 启动 ANSYS	90
5.2.2 ANSYS 用户界面	92
5.2.3 退出	94
5.3 ANSYS 基本操作	95
5.3.1 对话框	95
5.3.2 图形拾取操作	98
5.3.3 ANSYS 图形控制	101
5.3.4 ANSYS 文件管理	103
5.3.5 ANSYS 单位制	107
5.4 ANSYS 分析的基本过程	107
5.4.1 前处理	107
5.4.2 加载与求解	108
5.4.3 后处理	109

本章小结	109
习题	109
第 6 章 ANSYS 建模与网格划分	110
6.1 ANSYS 的坐标系统	110
6.1.1 总体坐标系	110
6.1.2 局部坐标系	111
6.1.3 坐标系的激活	112
6.1.4 显示坐标系	113
6.1.5 节点坐标系	113
6.1.6 单元坐标系	114
6.1.7 结果坐标系	115
6.1.8 工作平面	116
6.2 ANSYS 的建模	119
6.2.1 实体建模	119
6.2.2 自底向上建模	120
6.2.3 自顶向下建模	127
6.2.4 布尔运算	134
6.3 网格划分	141
6.3.1 定义单元属性	142
6.3.2 划分网格	147
6.3.3 直接生成节点和单元	158
6.4 耦合与约束	161
6.4.1 耦合	161
6.4.2 约束	162
本章小结	163
习题	163
第 7 章 加载与求解	164
7.1 载荷的概念	164
7.1.1 载荷类型	164

7.1.2 载荷步和子步	165
7.1.3 时间的作用	166
7.1.4 阶跃载荷与斜坡载荷	166
7.2 加载	167
7.2.1 自由度约束	167
7.2.2 集中力载荷	169
7.2.3 面载荷	171
7.2.4 其他载荷	173
7.2.5 载荷删除和其他操作	174
7.3 求解	176
7.3.1 求解器	176
7.3.2 分析类型	177
7.3.3 求解	178
7.4 后处理	181
7.4.1 通用后处理器	181
7.4.2 通用后处理器的选项控制	183
7.4.3 图形显示结果数据	184
7.4.4 结果查询	190
7.4.5 结果浏览器	191
7.4.6 单元表	192
7.4.7 路径操作	194
7.4.8 载荷工况	200
7.4.9 时间-历程后处理器	202
本章小结	207
习题	207
 第 8 章 ANSYS Workbench 环境	209
8.1 ANSYS Workbench 概述	209
8.1.1 ANSYS Workbench 产品设计流程	210
8.1.2 ANSYS Workbench 文件格式	210
8.2 ANSYS Workbench 启动和工作界面	211
8.2.1 ANSYS Workbench 启动	211

8.2.2 ANSYS Workbench 工作界面	212
8.3 ANSYS Workbench 求解问题实例	213
8.3.1 问题描述	214
8.3.2 问题分析	214
8.3.3 求解过程	214
本章小结	220
习题	220

下篇 有限元分析工程应用实例

第 9 章 ANSYS 静力学分析 223

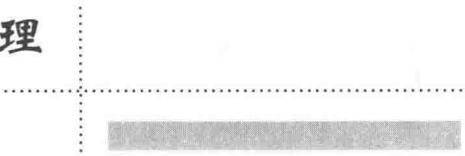
9.1 平面梁架类问题	223
9.1.1 有限元分析平面梁架类问题的要点	223
9.1.2 平面梁架类问题工程实例	224
9.2 一般平面类问题	241
9.2.1 有限元分析一般平面类问题的要点	241
9.2.2 一般平面类问题工程实例	242
9.3 板壳类问题	262
9.3.1 有限元分析板壳类问题的要点	262
9.3.2 板壳类问题工程实例	264
9.4 三维实体类问题	281
9.4.1 有限元分析三维实体类问题的要点	281
9.4.2 三维实体类问题工程实例	283
9.5 载荷工况组合类问题	304
9.5.1 有限元分析载荷工况组合类问题的要点	304
9.5.2 载荷工况组合类问题工程实例	304
本章小结	312
习题	313

第 10 章 动力学分析 314

10.1 动力学分析简介	314
--------------	-----

10.1.1 动力学分析概述	314
10.1.2 动力学分析类型	314
10.2 结构动力学分析的基本过程	315
10.2.1 模态分析	315
10.2.2 谐响应分析	319
10.2.3 瞬态动力学分析	320
10.2.4 谱分析	322
10.3 涡轮壳体模态分析实例	325
10.4 推进器叶片动力学综合分析实例	333
10.4.1 叶片模态分析	334
10.4.2 叶片谐响应分析	340
10.4.3 叶片瞬态动力学分析（采用模态叠加法）	343
10.4.4 叶片谱分析	346
本章小结	351
习题	351
 附录	353
附录 1 常用物理量名称及其常用符号	353
附录 2 ANSYS 软件中的常用单位关系	354
附录 3 ANSYS 常见英文注解	356
 参考文献	358

上篇 有限元法基本原理



第1章 概述



1.1 有限元法的基本思想

有限元法（Finite Element Method，FEM）是一种结构分析的方法。分析的基本思想是将连续的求解区域离散为一组由有限个单元组成的、并按一定方式相互联结在一起的单元组合体来加以分析。假想将物体划分为小的单元，然后对各个单元进行分析，最后再把单元分析结果组合得到整个对象的分析结果。有限元法的一个重要特点是利用每一个单元内的近似函数来分片地表示整个求解域上的待求未知场函数。单元内的近似函数通常由未知场函数或其导数在单元的各个节点的数值及其插值来表示。这样一来，在一个问题的有限元分析中，未知场函数或其导数在各个节点上的数值就成为新的未知量，使一个连续的无限自由度问题变成离散的有限自由度问题。一旦求解出这些未知量，就可以通过插值函数计算出各个单元内场函数的近似值，从而得到整个求解域的近似值。

在用单元把求解区域离散化方面，存在一个自由度数量的选取问题。如果自由度选得太少，近似解的误差很大，导致结果没有应用价值；如果自由度取得过多，解的近似程度相应增大，方程的求解规模也随之增大。

有限元法适合解决区域比较复杂的微分方程的定解问题。有限单元能按不同的联结方式进行组合，且单元本身又可以有不同的形状，因而模型可以适应几何形状复杂的求解区域，有限元法在网格划分方面也比较灵活。有限元法首先体现的是一种思想，其基本思想可以归纳为如下几点：

1. 有限元法是一种有限与无限统一的思想

有限与无限是一个对立的统一体。它们的对立主要表现在量上，统一表现在质上。数学模型中的极限、级数等是这方面的典型代表，而有限元法就是这一思想的具体体现。有限元法将研究对象划分为有限个相互联系的个体（单

元), 如果这些单元的形函数及其他方面是精确的, 采用有限个划分和无限个划分是统一的; 如果它的形函数及其他方面是近似的, 采用单元数越多, 越接近无限多的情况, 即越接近精确解。如果插值函数选得合适, 单元分得越多、越细, 得到的计算结果就越精确, 当单元数趋于无穷时, 计算结果就收敛于精确解。但是, 随着单元数、节点数的增加, 计算工作量、存储信息量就会迅速地增加, 因此一般都是根据具体问题对精度的要求, 选取一定数量(有限个)的单元和节点进行分析。由于这种方法需要求解大型联立方程组, 因此只有在解决了计算机的运算速度和存储容量等问题后, 这种方法才有实用意义并得到迅速发展。

2. 有限元法是一种应用已知求解未知的思想

在弹性力学领域, 已经能用数学偏微分方程将问题加以表达, 但是运用解析方法求解这些方程有时会很难甚至无法求解。而有限元法是应用人们对事物规律的已有认识并结合研究对象的各种约束条件, 组织一个运用已知的参量和规律来求解未知问题的有机过程。

3. 将两种思想结合转化为具体的解决方法

将研究对象划分为有限个单元: 一方面这些单元在力学行为等方面具有一定共性, 而在形状、尺寸等方面具有一定个性; 另一方面这些单元与外界有“消息”的交流。明确了已知参量和未知要求解的参量, 有限元法在单元共性表达的基础上, 运用已有的对物质运动的规律认识, 将未知量表达为一种能够方便求解的形式加以求解。



1.2 有限元法的特点

有限元法具有以下特点:

(1) 物理概念清晰, 容易掌握。有限元法一开始就从力学角度进行简化, 可以通过非常直观的物理途径来学习并掌握这一方法。

(2) 普通有限元法最后得到的大型联立方程组的系数是一个稀疏矩阵, 其中所有元素都分布在矩阵的主对角线附近, 且是对称的正定矩阵, 方程间的联系较弱。求解这种方程计算量小, 稳定性好, 便于求解, 占用的计算机内存也少。

(3) 建立于严格理论基础上的可靠性。由于用于建立有限元方程的变分原理或加权余量法在数学上证明是微分方程和边界条件的等效积分形式, 只要