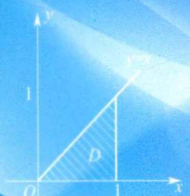
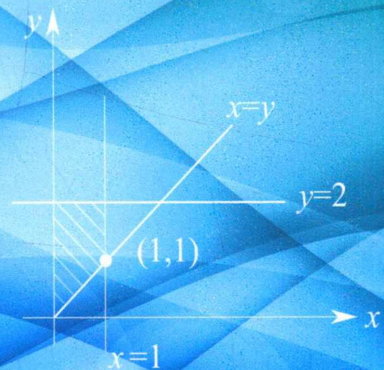
高等院校生物学专业课程同步辅导

新世纪高等学校教材／大学公共课系列教材《生物统计》（第三版）配套教材

# 生物统计
# 辅导与题解

○ 周防震　主编




SHENGWU TONGJI FUDAO YU TIJIE

化学工业出版社

高等院校生物学专业课程同步辅导

新世纪高等学校教材 / 大学公共课系列教材《生物统计》（第三版）配套教材

# 生物统计
## 辅导与题解

○ 周防震　主编

化学工业出版社
·北京·

《生物统计》具有较强的理论性和实践性，内容包含大量的数学公式和抽象概念，教师授课难度大，学生学习积极性不高、遗忘快。针对《生物统计》课程特点，本题解以北京师范大学出版社出版的新世纪高等学校教材/大学公共课系列教材《生物统计》(第三版)为蓝本，突出自学性和指导性，增强学生主动性，激发学生学习热情和兴趣。

本书可供综合大学、师范院校及农林院校的生物类相关专业的本、专科学生学习生物统计课程使用，也可供教师参考。

**图书在版编目(CIP)数据**

生物统计辅导与题解/周防震主编.—北京：化学工业出版社，2018.5

ISBN 978-7-122-31766-7

Ⅰ.①生…　Ⅱ.①周…　Ⅲ.①生物统计-高等学校-教学参考资料　Ⅳ.①Q-332

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 053056 号

责任编辑：张　蕾　陈燕杰

责任校对：边　涛　　　　装帧设计：刘丽华

出版发行：化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街 13 号　邮政编码 100011)

印　　刷：三河市航远印刷有限公司

装　　订：三河市瞰发装订厂

710mm×1000mm　1/16　印张 15　字数 296 千字　2018 年 7 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询：010-64518888(传真：010-64519686)　售后服务：010-64518899

网　　址：http://www.cip.com.cn

凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定　　价：39.80 元

# 前言

《生物统计》多年来一直是生物类各专业的重要基础课和必修课。学生通过该门课程的学习，不仅可以掌握基本的试验（调查）设计和统计分析的方法，还可以为今后撰写毕业论文、从事科学研究、质控检验、统计推断和决策等奠定基础。然而，《生物统计》具有较强的理论性和实践性，教学内容包含大量的数学公式和抽象概念，需要学生具备一定的数学基础。实践中教师普遍反映授课难度大、学生积极性不高、遗忘快、不及格率高等问题。调查发现，部分学生数学基础差和生物统计学时少的客观事实与生物统计教学任务重（包括概率论基础、统计分析原理和 SPSS 软件应用）之间的矛盾，是影响部分学生《生物统计》课程学习效果的主要因素。

因此，必须针对新时期《生物统计》课程特点，改革教学体系和教学方法，激发学生学习兴趣，培养学生熟练掌握并灵活运用常用试验（调查）设计和统计分析的方法，对于保证高校人才培养质量，具有重要意义。

在抽象的意义下，一切科学都是数学；在理性的世界里，所有的判断都是统计学。当前，新一轮以“压缩理论学时，增加实践学时”为特征的人才培养方案的修订工作已经全面展开。在此背景下，部分学生数学基础差和生物统计学时少的客观事实与生物统计教学任务重（包括概率论基础、统计分析原理和SPSS 软件应用）之间的矛盾将长期存在。因此，作为一门数学基础要求较高的课程，生物类专业必修课《生物统计》有必要积极开展更行之有效的教学改革，以适应新常态。本题解正是基于这些考虑而诞生的，它突出以下两个特点。

**自学性：**国内主要教材的 200 余道习题解答，便于学生自学。

**指导性：**题解共计涉及百余道习题的SPSS软件应用，满足生物类各专业本、专科学生对生物统计原理和SPSS软件在生物学领域数据分析中应用的有效对接。

“每一位伟大的科学家都是一位了不起的数学家”。数学也是一门语言，学习数学就像学习英语一样，重复练习不仅能加深理解公式的表达形式，还能掌握公式的适用环境，了解公式的变量含义。学好《生物统计》，光靠教师课堂讲授，学生认真听是远远不够的。增强学生主动性，独立地完成作业，及时巩固课堂教学内容，不断激发学习热情和兴趣，是必由之路。随书所附从第4章至第10章习题的SPSS数据文件，可节省读者数据输入的时间，对照本题解，反复练习，必能收事半功倍之效。

由于水平有限，书中不足之处在所难免，恳请读者批评指正，以便再版时加以修改。

本书可供综合大学、师范院校及农林院校的生物类各专业的本、专科学生学习生物统计课程使用，也可供教师参考使用。

**编　者**

**2018年3月**

# 目录

# 第一章

# 随机事件与概率

## 1.1 教材章节内容

事件及其运算

概率及其基本性质

条件概率与事件的独立性

概率的两个基本法则

全概率公式与逆概率公式

## 1.2 重点与难点

概率的定义、条件概率、事件的独立性；古典概型；条件概率；贝努里概型；贝努里概型与二项概率公式；全概率公式和贝叶斯公式的应用和关系。

## 1.3 基本要求

了解样本空间（基本事件空间）的概念，理解随机事件的概念，掌握事件的关系及运算。理解概率、条件概率的概念，掌握概率的基本性质，会计算古典型概率和几何型概率，掌握概率的加法公式、乘法公式、全概率公式以及逆概率公式（Bayes 公式）。理解事件独立性的概念，掌握用事件独立性进行概率计算；理解独立重复试验的概念，掌握计算有关事件概率的方法。

## 1.4 课后习题全解

**1. 回答以下问题：**

（1）两事件 $A$，$B$ 对立与两事件互不相容有何异同？举例说明。

（2）$A$，$B$，$C$ 三个事件互不相容与 $ABC=\varnothing$ 是否是同一回事？为什么？

**解：**（1）相同之处：两事件 $A$，$B$ 不会同时发生，即 $AB=\varnothing$；

不同之处：两事件 $A$，$B$ 对立，表明随机事件非 $A$ 即 $B$，非 $B$ 即 $A$，即 $A+B=\Omega$；两事件 $A$，$B$ 不相容，表明 $AB=\varnothing$，且 $A+B\subset\Omega$。

举例 1：$A$ 表示考试及格这一事件；$B$ 表示考试不及格这一事件，显然此时 $A$ 与 $B$ 为对立事件。

举例 2：掷骰子出现的点数，$A$ 表示出现偶数点数；$B$ 表示出现 1 点，这里 $A$ 与 $B$ 就属于不相容事件。

（2）不是。$A$，$B$，$C$ 三个事件互不相容说明 $AB=\varnothing$，$AC=\varnothing$，$BC=\varnothing$，而 $ABC=\varnothing$ 只能说明 $A$，$B$，$C$ 三个事件不能同时发生。

**2. 事件 $A$ 和事件 $\overline{A+B+C}$ 是否互不相容？是否对立？为什么？**

**解：**因 $\overline{A+B+C}\not\subset A$，$\overline{A+B+C}\cap A=\varnothing$，故事件 $A$ 和事件 $\overline{A+B+C}$ 互不相容。因事件 $A$ 的对立事件为 $\overline{A}$，除非 $A=B=C$，即 $\overline{A+B+C}=A$ 时，事件 $A$ 和事件 $\overline{A+B+C}$ 才是对立事件，否则事件 $A$ 和事件 $\overline{A+B+C}$ 不对立。

**3. 从生命科学学院的学生中任意选出一人，用 $A$ 表示事件“被选出的人是男生”，$B$ 表示事件“该生是三年级学生”，$C$ 表示事件“该生是运动员”，回答以下问题：**

（1）叙述 $A\overline{BC}$ 的意义。

（2）何时关系式 $\overline{A}=B$ 成立？

**解：**（1）$A\overline{BC}$ 表示“被选出的人为男性，且该生非三年级运动员”。

（2）当选出的人是三年级女学生，且生命科学学院只有三年级学生，或者只有三年级有女生时，$\overline{A}=B$。

**4. 证明以下等式成立：**

（1）$\overline{A}B+A\overline{B}+\overline{A}\,\overline{B}=\overline{AB}$

（2）$\overline{(A-B)+B}=\overline{A}\,\overline{B}$

**证明：**（1）$\overline{A}B+A\overline{B}+\overline{A}\,\overline{B}=\overline{A}(B+\overline{B})+A\overline{B}=\overline{A}+A\overline{B}$

$$\text{根据事件的分配律}(A+B)(A+C)=A+BC$$

$$\overline{A}+A\overline{B}=(\overline{A}+A)(\overline{A}+\overline{B})=\overline{A}+\overline{B}=\overline{AB}$$

（2）$\overline{(A-B)+B}=\overline{(A-B)}\,\overline{B}=\overline{A\overline{B}}\,\overline{B}=(\overline{A}+B)\overline{B}=\overline{A}\,\overline{B}+B\overline{B}=\overline{A}\,\overline{B}$

**5. 给出随机试验“从包含两株红花豌豆 $a_1$，$a_2$ 和三株白花豌豆 $b_1$，$b_2$，$b_3$ 这五株豌豆中依次取出两株”的样本空间 Ω，并写出以下事件的集合表示：**

$A_0$：“没有取到红花豌豆”

$Ai_1$：“恰好取到 $i$ 株红花豌豆”（$i=1$，2）

**解：** 样本空间 Ω 为：$\{(a_1,a_2);(a_2,a_1);(a_1,b_1);(a_1,b_2);(a_1,b_3);(b_1,a_1);(b_2,a_1);(b_3,a_1);(a_2,b_1);(a_2,b_2);(a_2,b_3);(b_1,a_2);(b_2,a_2);(b_3,a_2)\ (b_1,b_2);(b_1,b_3);(b_2,b_3);(b_2,b_1);(b_3,b_1);(b_3,b_2)\}$

$A_0=\{(b_1,b_2);(b_1,b_3);(b_2,b_3);(b_2,b_1);(b_3,b_1);(b_3,b_2)\}$

$A_1=\{(a_1,b_1);(a_1,b_2);(a_1,b_3);(b_1,a_1);(b_2,a_1);(b_3,a_1);(a_2,b_1);(a_2,b_2);(a_2,b_3);(b_1,a_2);(b_2,a_2);(b_3,a_2)\}$

$A_2=\{(a_1,a_2);(a_2,a_1)\}$

**6. 设 $A$，$B$，$C$ 是样本空间 Ω 中的事件，规定如下：**

$$\Omega=\{x\mid x=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$$
$$A=\{x\mid x=1,3,5,7,9\}$$
$$B=\{x\mid x=1,2,3,4,5,6\}$$
$$C=\{x\mid x=5,6,7,8,9,10\}$$

求下列事件：

(1) $A(BC)$

(2) $\overline{A+B}$

(3) $A+\overline{A}$

(4) $A+B+C$

(5) $\overline{C}\ \overline{B}$

(6) $\overline{\Omega}$

**解：** (1) $A(BC)=\{x\mid x=5\}$

(2) $\overline{A+B}=\overline{A}\overline{B}=\{x\mid x=8,10\}$

(3) $A+\overline{A}=\Omega=\{x\mid x=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

(4) $A+B+C=\Omega=\{x\mid x=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

(5) $\overline{C}\,\overline{B}=\varnothing$

(6) $\overline{\Omega}=\varnothing$

**7. 设 $A$，$B$，$C$ 是样本空间 Ω 中的事件，规定如下：**

$$\Omega=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 20\}$$
$$A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 5\},\ B=\{x\mid 3\leqslant x\leqslant 10\}$$

$$C=\{x \mid 7 \leqslant x \leqslant 15\}$$

求下列事件：

(1) $A+B$

(2) $\overline{A}$

(3) $A\overline{B}$

(4) $A+B\overline{C}$

(5) $\overline{A+C}$

(6) $\overline{B}$

(7) $B-C$

(8) $(A+B)(A+\overline{C})$

**解：**(1) $A+B=\{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 10\}$

(2) $\overline{A}=\{x \mid 5<x \leqslant 20\}$

(3) $A\overline{B}=\{x \mid 0 \leqslant x<3\}$

(4) $A+B\overline{C}=x \mid 0 \leqslant x<7\}$

(5) $\overline{A+C}=\{x \mid 5<x<7, 15<x \leqslant 20\}$

(6) $\overline{B}=\{x \mid 0 \leqslant x<3, 10<x \leqslant 20\}$

(7) $B-C=\{x \mid 3 \leqslant x<7\}$

(8) $(A+B)(A+\overline{C})=\{x \mid 0 \leqslant x<7\}$

**8. 设 *A*，*B*，*C* 为三个随机事件，试证**

$$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$$

**证明：**$P(A+B+C)=P(A+B)+P(C)-P[(A+B)C]$

$=P(A)+P(B)-P(AB)+P(C)-P(AC+BC)$

$=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P[(AC)(BC)]$

$=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P[(AC)(BC)]$

$=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$

**9. 证明：$P[(A+B)-AB]=P(A)+P(B)-2P(AB)$。**

**证明：**$\because AB \subseteq (A+B)$

$\therefore P[(A+B)-AB]=P(A+B)-P(AB)$

根据加法公式：$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

故 $P[(A+B)-AB]=P(A+B)-P(AB)=P(A)+P(B)-P(AB)-P(AB)$

即 $P[(A+B)-AB]=P(A)+P(B)-2P(AB)$

**10. 已知 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}, P(AB)=0, P(BC)=0, P(AC)=\frac{1}{8}$，试求 $P(A+B+C)$。**

**解：**根据第 8 题的结论 $P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC) \Rightarrow P(A+B+C)=\frac{3}{4}-0-\frac{1}{8}-0+0=\frac{5}{8}$

**11. 已知 $P(B)=q, P(A+B)=r$，试求 $P(A\overline{B})$ 及 $P(\overline{A}\,\overline{B})$。**

**解：**(1) $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=r$

$\because P(B)=q$

$\therefore P(A)-P(AB)=r-q$

$P(A\overline{B})=P(A-B)=P(A)-P(AB)=r-q$

(2) $P(\overline{A}\,\overline{B})=P(\overline{A+B})=1-r$

**12. 从 95 粒发芽、5 粒不发芽的 100 粒种子中任取 50 粒，试求恰有两粒种子不发芽的概率是多少？至少有两粒种子不发芽的概率是多少？**

**解：**(1) 已知 $P(\text{发芽})=\frac{95}{100}=\frac{19}{20}$；$P(\text{不发芽})=\frac{5}{100}=\frac{1}{20}$

设 $A$-恰有两粒种子不发芽；$B$-至少有两粒种子不发芽

$$P(A)=C_{50}^{2}\left(\frac{1}{20}\right)^{2}\times\left(\frac{19}{20}\right)^{48}\text{；或者 } P(A)=\frac{C_{5}^{2}C_{95}^{48}}{C_{100}^{50}}$$

(2) $P(B)=1-P(0\text{ 粒不发芽})-P(1\text{ 粒不发芽})$

$$=1-\left(\frac{19}{20}\right)^{50}-C_{50}^{1}\frac{1}{20}\times\left(\frac{19}{20}\right)^{49};$$

或者 $P(B)=1-\frac{C_{5}^{0}C_{95}^{50}}{C_{100}^{50}}-\frac{C_{5}^{1}C_{95}^{49}}{C_{100}^{50}}$

**13. 房间里有 500 人，问至少有一人的生日是 10 月 1 日的概率是多少？**

**解：**$A$-至少有 1 人 10 月 1 日过生日；$B$-无人 10 月 1 日过生日；

$$P(A)=1-P(B)=1-\frac{364^{500}}{365^{500}}=1-\left(\frac{364}{365}\right)^{500}=0.746336$$

**14. 两事件互不相容、两事件互为对立事件及两事件相互独立，三个概念有何不同？试证明：若两事件 $A$，$B$ 相互独立且 $P(A)>0$，$P(B)>0$，则 $A$，$B$ 肯定不会是互不相容事件。**

**解：**(1) 两事件 $A$ 和 $B$ 互不相容：$AB=\varnothing$，集合 $A$ 与集合 $B$ 没有公共元素，即事件 $A$ 与事件 $B$ 互不相容。

两事件 $A$ 和 $B$ 互为对立事件：$P(A)+P(B)=1$，其中必有一个事件发生，两个事件互斥，非此即彼，叫做对立事件。

两事件 $A$ 和 $B$ 相互独立：事件 $A$ 对事件 $B$ 的发生没有影响。

(2) $\because$两事件 $A$ 和 $B$ 相互独立

$\therefore P(AB)=P(A)P(B)$；$P(B|A)=P(B)$；$P(A|B)=P(A)$

又$\because P(A)>0$，$P(B)>0$

$\therefore P(AB)>0$

故 $P(AB)\neq\varnothing$，即 $A$，$B$ 不是互不相容事件。

**15. 如果 $A$，$B$ 独立，试证 $\overline{A}$，$\overline{B}$ 独立。**

**证明：**欲证 $\overline{A}$，$\overline{B}$ 独立，须证 $P(\overline{A},\overline{B})=P(\overline{A})P(\overline{B})$

$\because A$，$B$ 独立

$\therefore P(AB)=P(A)P(B)$

又$\because$ $P(\overline{A}B)=P(B)-P(AB)=P(B)-P(B)P(A)=P(B)[1-P(A)]=P(B)P(\overline{A})$

$\therefore \overline{A}$，$B$ 独立。

$P(\overline{A}\ \overline{B})=P(\overline{A})-P(\overline{A}B)=P(\overline{A})-P(\overline{A})P(B)=P(\overline{A})[1-P(B)]=P(\overline{A})P(\overline{B})$

故 $\overline{A}$，$\overline{B}$ 独立。

**16. 证明：若 $P(A|B)=P(A|\overline{B})$，则 $A$，$B$ 独立。**

**证明：**$P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$

$$P(A|\overline{B})=\frac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{P(A)-P(AB)}{1-P(B)}$$

因 $P(A|B)=P(A|\overline{B})$

$$\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(A)-P(AB)}{1-P(B)}$$

$P(AB)[1-P(B)]=[P(A)-P(AB)]P(B)$

$\Rightarrow P(AB)-P(AB)P(B)=P(A)P(B)-P(AB)P(B)$

$\Rightarrow P(AB)=P(A)P(B)$

故 $A$，$B$ 独立。

**17. 已知 $A$，$B$ 独立，$P(A+B)=0.6$，$P(A)=0.4$，求 $P(B)$。**

**解：**$P(AB)=P(A)P(B)$

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.6$

$\Rightarrow P(B)-P(AB)=0.2 \quad \Rightarrow P(B)-0.4P(B)=0.2 \quad \Rightarrow P(B)=1/3$

**18. 已知 $A_1$ 和 $A_2$ 同时发生则 $A$ 发生，试证明：**

$$P(A)\geqslant P(A_1)+P(A_2)-1$$

**证明：**$A_1$ 和 $A_2$ 同时发生则 $A$ 发生$\Rightarrow A=A_1+A_2$

$P(A_1+A_2)=P(A_1)+P(A_2)-P(A_1A_2)=P(A_1)+P(A_2)-P(A)\leqslant 1$

故 $P(A) \geqslant P(A_1)+P(A_2)-1$

**19. 已知 $A_1A_2A_3 \subseteq A$，试证：**

$$P(A) \geqslant P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-2$$

**证明：** $\because A_1A_2A_3 \subseteq A$

$\therefore P(A) \geqslant P(A_1+A_2+A_3)$

利用加法公式（第 8 题的结论）得：

$P(A_1+A_2+A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-P(A_1A_2)-P(A_1A_3)-P(A_2A_3)+P(A_1A_2A_3)=$

$P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-P[A_1(A_2+A_3)]-P[A_2A_3(1+A_1)]$

又 $\because P[A_1(A_2+A_3)] \leqslant 1$，$P[A_2A_3(1+A_1)] \leqslant 1$，

$\therefore P(A) \geqslant P(A_1+A_2+A_3)=$

$P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-P[A_1(A_2+A_3)]-P[A_2A_3(1+A_1)] \geqslant$

$P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-2$

**20. 设人群中有 37.5%的人的血型为 A 型，20.9%的血型为 B 型，33.7%的血型为 O 型，7.9%的血型为 AB 型，允许输血的血型配对如下表（“√”表示允许输血，“×”表示不允许输血）。现在人群中任选一人为输血者，再任选一人为需要输血者，问输血能成功的概率是多少？**

| 受血者/输血者 | A 型 | B 型 | AB 型 | O 型 |
|---|---|---|---|---|
| A 型 | √ | × | × | √ |
| B 型 | × | √ | × | √ |
| AB 型 | √ | √ | √ | √ |
| O 型 | × | × | × | √ |

**解：** 据题意 $P(\mathrm{A})=0.375$；$P(\mathrm{B})=0.209$；$P(\mathrm{O})=0.337$；$P(\mathrm{AB})=0.079$。

$X$ 表示事件配对成功

$$P(X|\mathrm{A})=0.5; P(X|\mathrm{B})=0.5; P(X|\mathrm{AB})=0.25; P(X|\mathrm{O})=1.0;$$

故 $P(X)=P(X|\mathrm{A})\times P(\mathrm{A})+P(X|\mathrm{B})\times P(\mathrm{B})+P(X|\mathrm{AB})\times P(\mathrm{AB})+P(X|\mathrm{O})\times P(\mathrm{O})$

$$=0.5\times 0.375+0.5\times 0.209+0.25\times 0.079+1\times 0.337=0.64875$$

**21. 一项化验有 95%的把握把患某种病的人鉴别出来，但对健康人也有 1%的可能出现假阳性（检验的结果是阳性但实际是阴性）。若此病发病率为 0.5%，则当某人化验为阳性时，他确实患病的概率有多大？**

**解：** 设 $A_1$ 表示此人患这种病；$A_2$ 表示此人未患有这种病；$B$ 表示呈阳性反应。

据题意 $P(A_1)=0.005$；$P(A_2)=0.995$；

$$P(B|A_1)=0.95; \quad P(B|A_2)=0.01;$$

根据全概率公式

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)$$

$$=0.005\times0.95+0.995\times0.01$$
$$=0.0147$$

根据逆概率公式

$$P(A_1\mid B)=\frac{P(A_1)P(B\mid A_1)}{\sum_{i=1}^{2}P(A_i)P(B\mid A_i)}=\frac{0.005\times0.95}{0.0147}=0.323$$

即当某人化验为阳性时，他确实患病的概率为 32.3%。

**22. 用甲胎蛋白法普查癌症，假设从历史资料知道，确患癌症者，甲胎蛋白检验结果是阳性的概率为 0.95，未患癌症者，甲胎蛋白检验结果是阴性的概率为 0.90，现用此法对某地区的居民进行癌症普查，由积累资料知道，居民癌症的发病率为 0.0004. 若有一人检验结果为阳性，求此人患癌症的概率。**

**解**：设 $A_1$ 表示患癌症；$A_2$ 表示未患癌症；$B$ 表示检测阳性；

据题意 $P(A_1)=0.0004$；$P(A_2)=0.9996$；

$P(B|A_1)=0.95$；$P(B|A_2)=0.1$；

根据全概率公式

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)$$
$$=0.0004\times0.95+0.9996\times0.1$$
$$=0.10034$$

根据逆概率公式

$$P(A_1\mid B)=\frac{P(A_1)P(B\mid A_1)}{\sum_{i=1}^{2}P(A_i)P(B\mid A_i)}=\frac{0.0004\times0.95}{0.10034}=0.00378712$$

即若有一人检验结果为阳性，求此人患癌症的概率为 0.0038。

**23. 有一道选择填空题，要求学生从 8 个答案中挑选 1 个正确的答案填入。某考生可能知道哪个是正确的答案往里填的可能性是 0.2，瞎猜 1 个答案往里填的可能性是 0.8，瞎猜而填对的可能性是 0.125。已知该考生填入的答案是对的，问该考生是瞎猜而填对的可能性是多大？**

**解**：设 $A$ 表示“知道正确答案往里填”；$B$ 表示“瞎猜 1 个答案往里填”；$C$ 表示填对。

据题意 $P(A)=0.2$；$P(B)=0.8$；

$P(C|A)=1$；$P(C|B)=0.125$；

根据全概率公式

$$P(C)=P(A)P(C|A)+P(B)P(C|B)$$
$$=0.2\times1+0.8\times0.125=0.3$$

根据逆概率公式

$$P(B|C)=\frac{P(B)P(C|B)}{P(C)}=\frac{0.8\times 0.125}{0.3}=\frac{1}{3}=0.33$$

**24. 根据孟德尔遗传学的基本原理，动植物的某种机体特征由某一对基因控制。例如豌豆的颜色，我们用 Y 表示黄色（基因），y 表示绿色（基因）。若植物有一对（yy）基因，则豌豆呈绿色，若有一对（YY）或（Yy）基因时则豌豆呈黄色（对于最后一对基因的这个性质，我们称黄色对于绿色为显性）。双亲交配得到的后代将从亲代的每一方的一对基因中获得一个基因，至于获得该对基因中的哪一个是等可能的。倘若（YY）型豌豆与（yy）型豌豆杂交，所有的子代都将是（Yy）型并且都是黄色，因为黄色是显性。如果（Yy）型豌豆与（yy）型豌豆杂交，那么子代为黄色的概率是 0.5，为绿色的概率也是 0.5。对一次大规模这种杂交的结果，我们可以期望大约一半是黄的而其余的是绿色。如果（Yy）型与（Yy）型交配，那么黄色的将占多大比例呢？在黄色的豌豆（YY）型又占多大比例呢？**

**解：** 由题意，得（Yy）型与（Yy）型交配，其子代基因型为 YY、Yy、yy，且概率分别为

$$P(\mathrm{YY})=0.25;P(\mathrm{Yy})=0.5;P(\mathrm{yy})=0.25$$

故黄色所占的比例 $P(\text{黄色})=P(\mathrm{YY})+P(\mathrm{Yy})=0.25+0.5=0.75$；

$$P(\mathrm{YY}|\text{黄色})=\frac{P(\mathrm{YY})P(\text{黄色}|\mathrm{YY})}{P(\text{黄色})}=\frac{0.25\times 1}{0.75}=\frac{1}{3}$$

**25. 豌豆的皱皮性（光滑和皱皮）分别由基因 R 和 r 来控制，而且知道 R 对 r 为显性。若（YyRr）型豌豆与（yyrr）型豌豆杂交（YyRr）×（yyrr），可能的结果及相应的概率是什么？若（YyRr）×（yyRr），结果如何？若（YyRr）×（YyRr），结果又如何？**

**解：**（1）（YyRr）×（yyrr）杂交

| | $\frac{1}{4}$YR | $\frac{1}{4}$Yr | $\frac{1}{4}$yR | $\frac{1}{4}$yr |
|---|---|---|---|---|
| yr | $\frac{1}{4}$YyRr | $\frac{1}{4}$Yyrr | $\frac{1}{4}$yyRr | $\frac{1}{4}$yyrr |

可见杂交后代中光滑和皱皮各占$\frac{1}{2}$；黄色和绿色也各占$\frac{1}{2}$。

（2）（YyRr）×（yyRr）杂交

| | $\frac{1}{4}$YR | $\frac{1}{4}$Yr | $\frac{1}{4}$yR | $\frac{1}{4}$yr |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$yr | $\frac{1}{8}$YyRr | $\frac{1}{8}$Yyrr | $\frac{1}{8}$yyRr | $\frac{1}{8}$yyrr |
| $\frac{1}{2}$yR | $\frac{1}{8}$YrRR | $\frac{1}{8}$YyRr | $\frac{1}{8}$yyRR | $\frac{1}{8}$yyRr |