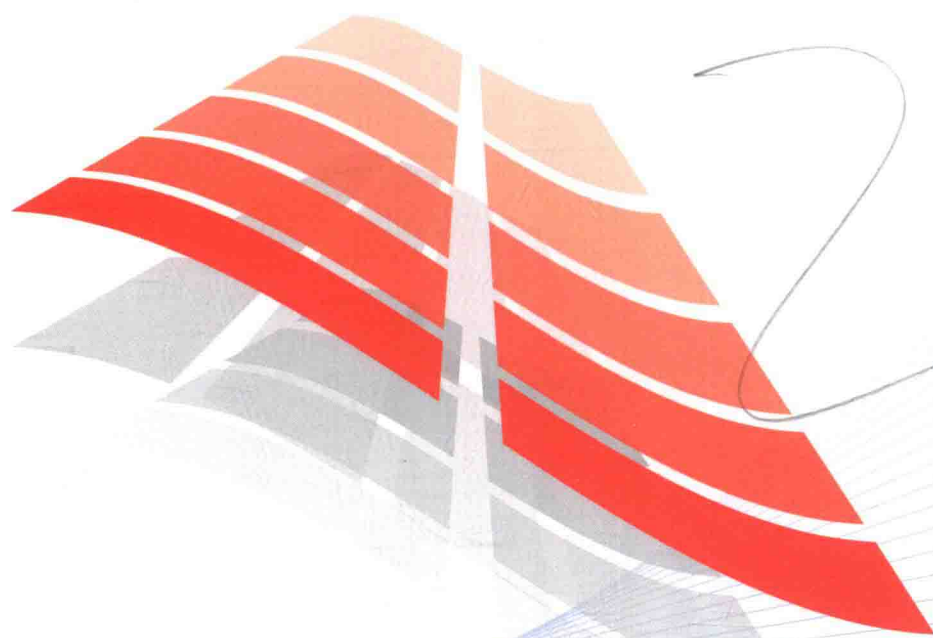


基于抽象化的 复杂系统分层控制及应用

唐于涛 著



科学出版社

基于抽象化的 复杂系统分层控制及应用

唐于涛 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书主要介绍复杂系统抽象化技术及其分层控制的基本理论和最新研究进展。全书分为9章。第1章介绍系统抽象化的研究背景、主要思想和研究现状；随后的章节主要分为两部分，第一部分包括第2~4章，主要讨论单个控制系统的抽象化和分层控制理论及其应用；第二部分包括第5~9章，主要介绍基于抽象化的分层控制方法在多智能体系统协调中的应用。其中，第2章从给定控制任务出发，提出基于任务的系统抽象化方法；第3章讨论抽象系统和原始系统间层次接口的构造问题；第4章研究基于抽象化的分层控制方法，并将其应用到几个典型控制问题中；第5章结合多智能体系统的研究特点，提出分布式接口法和分布式抽象法两种不同的多智能体系统分层控制方法；第6章和第7章分别讨论上述两类方法在多智能体系统协调中的几个典型应用；第8章和第9章则以一类分布式优化任务为例，进一步讨论同时存在复杂任务和复杂动力学时多智能体系统的分层设计方法。

本书可供从事复杂系统分析与控制的科研人员、高校教师和研究生使用，也可供相关工程技术人员研究参考。

图书在版编目(CIP)数据

基于抽象化的复杂系统分层控制及应用/唐于涛著. —北京: 科学出版社, 2018.8
ISBN 978-7-03-058483-0

I. ①基… II. ①唐… III. ①系统复杂性-协调控制-研究 IV. ①N94

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018) 第 181236 号

责任编辑: 阚 瑞 / 责任校对: 王萌萌
责任印制: 张 伟 / 封面设计: 谜底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京中石油彩色印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018年8月第 一 版 开本: 720×1000 B5

2018年8月第一次印刷 印张: 10 1/2

字数: 210 000

定价: 60.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

自麦克斯韦发表著名论文《论调速器》始, 控制理论已有百余年的发展历史, 涌现出大批优秀的理论成果, 深刻影响了现代科学研究的思维和方法, 并在工农业、军事、航空航天、互联网等众多领域发挥着至关重要的指导作用, 对社会经济发展和人们日常生活产生了广泛而深远的影响。

进入 21 世纪, 尤其最近十年, 计算、通信和传感等成本日渐低廉, 各种拥有微处理器、网络通信和检测模块的智能硬件层出不穷, 人与机器之间和机器与机器之间的交互方式更加灵活多样, 由此催生的信息-物理系统、智能电网、云计算、大数据和无人驾驶等新兴领域或产业极大地丰富了控制理论的研究对象和研究内容, 同时带来许多前所未有的变化。其中一个很明显的趋势是控制理论所研究的对象越来越复杂, 有些系统的规模和复杂度甚至已远远超出了当前控制理论所能处理的水平。对于这类复杂系统, 直接使用现有控制理论分析其物理特性并设计控制算法往往非常困难, 甚至根本不可行。实际上, 系统复杂性已成为当前制约控制领域进一步发展的瓶颈。为了更深刻地了解并更好地分析与控制这些有实际应用背景的复杂系统, 必须引入新工具, 发展新方法。

本书的核心思想是控制系统的抽象化。粗略地说, 对于给定的控制系统和所要实现的任务规格, 并非直接对其进行分析和设计, 而是首先构造一个或多个称为抽象系统的辅助系统, 然后通过对抽象系统的分析和控制获得保证原系统满足任务规格的控制器的。原始系统和抽象系统之间的信息交互通过设计好的接口函数实现。这样做的好处之一是能够将原问题中相互耦合的任务复杂性与被控对象复杂性分开, 近似分解成两个相对简单的设计问题, 即简单抽象系统对复杂任务的可实现性和原始复杂系统到抽象系统的接口设计问题。一旦两个子问题得以解决, 再通过合理的协调算法就可获得驱动原始系统 (近似) 满足给定任务规格的控制算法。

现有系统抽象化文献通常从原始系统出发, 主要关注系统动力学复杂性, 这种方法设计出的控制器在面临不同的控制任务时, 常引入一些不必要的误差。为此, 我们从控制任务出发, 首次提出一种基于任务的系统抽象化方法, 并针对不同控制任务, 设计了满足不同精度要求的抽象系统。同时考察了几种典型的原始控制系统, 构造性地给出它与其抽象系统之间的接口函数, 为原始系统的控制器综合问题奠定了理论基础。

在上述研究成果的基础上, 本书主要讨论基于抽象化的系统分层控制框架, 并将其应用到几类已有的典型系统和控制任务的设计问题中。对这些现有问题进行

重新设计后所得的结论表明,在该框架下考虑这几类问题,不仅可以保证控制器的有效性,同时能够将整个设计过程大大化简,尤其是针对同一系统完成不同任务或者不同系统完成同一任务的情况,可以有效地避免设计过程可能发生的重复作业,在一定意义下降低了系统复杂性带来的设计困难.进一步,我们还将该方法应用于几类现有文献中尚未解决的问题,如高阶线性和非线性多智能体系统的分布式输出优化问题,获得了较为满意的结果.这些结论都有力地佐证了基于抽象化的分层控制在降低系统复杂度中的有效性,为复杂(多智能体)系统的分析与控制提供了新的视角和相应的解决方案.

本书的内容安排如下:第1章介绍系统抽象化的研究背景,并结合现有文献,对系统抽象化与层次化领域的主要理论研究结果进行梳理和概括,同时对当前研究中的问题和可能的突破口作一些简单的评述.第2~4章介绍基于任务的系统抽象化理论.其中,第2章从给定的任务出发,提出基于任务的系统抽象化方法,并针对不同的控制要求,分别讨论了精确抽象化、渐近抽象化与近似抽象化的基本概念和相应抽象系统的构造方法.第3章讨论抽象系统和原始系统间层次接口的可构造性与构造理论.第4章研究基于抽象化的分层控制方法,并将其应用到包括最优稳态调节、机器人运动控制和广义输出调节三个典型控制问题中,验证了该方法的有效性.第5~9章主要介绍基于抽象化的分层控制方法在多智能体协调中的应用.其中,第5章在单个控制系统抽象化理论的基础上,结合多智能体系统的研究特点,提出两类不同的多智能体系统分层控制方法,即分布式接口法和分布式抽象法.第6章和第7章分别讨论上述两类方法在多智能体系统中的典型应用,其中既有一些经典问题,也包括许多现有文献中尚未完全解决的新问题.第8章和第9章进一步将基于抽象化的分层控制方法推广,结合输出调节等技术用以解决同时存在复杂任务和复杂动力学的多智能体系统协调控制问题.

本书中的主要思路 and 许多重要结论是作者博士期间研究工作的深入和推广.由衷地感谢中国科学院系统科学研究所的洪奕光研究员,他不仅指导作者完成了书中的许多重要成果,还在百忙之中对本书的撰写提出了许多宝贵的修改意见.本书在编写和出版过程中还得到了许多朋友、同事和学生的帮助与支持,并得到了国家自然科学基金委员会的资助(项目编号:61503033),借此机会一并表示感谢.

书中包含大量的例子和数值仿真,所需数学知识均可在附录或参考文献中找到,便于读者理解和掌握系统抽象化及其分层控制理论的基本思想和技巧.

由于作者能力有限,书中难免存在不足之处,殷切希望广大读者批评指正.

唐于涛

2018年4月9日

目 录

前言	
第 1 章 系统的抽象化与层次化	1
1.1 控制系统的复杂性	1
1.2 抽象化方法概述	2
1.2.1 系统抽象化及分类	3
1.2.2 系统抽象化研究现状	5
1.3 总结与展望	17
第 2 章 抽象系统的构造	19
2.1 基于任务的系统抽象化	19
2.2 精确抽象化的可实现性	21
2.3 渐近抽象化的可实现性	24
2.3.1 线性任务系统	24
2.3.2 非线性任务系统	27
2.3.3 部分信息下的抽象化	30
2.4 近似抽象化的可实现性	32
2.5 本章小结	34
第 3 章 层次接口的设计	35
3.1 模拟函数和近似模拟	35
3.2 线性系统的层次接口设计	37
3.3 非线性系统的层次接口设计	40
3.3.1 一般讨论	40
3.3.2 下三角形系统	43
3.4 层次接口的鲁棒性	48
3.4.1 静态不确定性	48
3.4.2 动态不确定性	51
3.5 本章小结	53
第 4 章 基于抽象化的分层控制及应用	54
4.1 系统稳态调节	54
4.1.1 问题描述	54
4.1.2 抽象化与层次化	55

4.1.3	整体性能分析	55
4.1.4	实时梯度推广	56
4.2	机器人运动控制	58
4.2.1	问题描述	58
4.2.2	抽象化与层次化	59
4.3	广义输出调节	60
4.3.1	问题描述	60
4.3.2	抽象化与层次化	61
4.3.3	举例	64
4.4	本章小结	65
第 5 章	多智能体系统及其分层控制	66
5.1	多智能体系统概述	66
5.2	基于抽象化的分层控制	68
5.2.1	分布式接口	69
5.2.2	分布式抽象	70
5.3	本章小结	71
第 6 章	基于分布式接口的多智能体系统分层控制	72
6.1	基于模拟函数的多智能体系统协调	72
6.1.1	问题描述	72
6.1.2	系统抽象化	73
6.1.3	分布式接口设计	75
6.1.4	举例	77
6.2	基于抽象化的分布式广义输出调节	80
6.2.1	问题描述	80
6.2.2	系统抽象化	81
6.2.3	分布式接口设计	82
6.2.4	举例	83
6.3	本章小结	85
第 7 章	基于分布式抽象的多智能体系统分层控制	86
7.1	鲁棒一致性跟踪问题	86
7.1.1	问题描述	86
7.1.2	系统抽象化	87
7.1.3	鲁棒层次接口设计	88
7.1.4	举例	89
7.2	给定行为的分布式协调控制	90

7.2.1 问题描述	90
7.2.2 系统抽象化	92
7.2.3 层次接口设计	92
7.2.4 分布式推广	94
7.2.5 举例	95
7.3 输出平均一致性的分层设计	96
7.3.1 问题描述	96
7.3.2 系统抽象化	96
7.3.3 层次接口设计	97
7.3.4 举例	98
7.4 本章小结	99
第 8 章 分布式优化的分层设计方法	100
8.1 分布式优化概述	100
8.2 问题描述	102
8.3 基于抽象化的分层设计	103
8.3.1 系统抽象化	104
8.3.2 层次接口设计	107
8.3.3 实时梯度推广	114
8.4 举例	119
8.5 本章小结	123
第 9 章 非线性多智能体系统的分布式优化	124
9.1 问题描述	124
9.2 基于抽象系统的分层设计	125
9.3 整体性能分析	130
9.4 举例	132
9.5 本章小结	133
参考文献	135
附录 A 系统稳定性	147
附录 B 图论符号及性质	152
附录 C 凸分析基础	154
附录 D 常用不等式	156

第 1 章 系统的抽象化与层次化

随着当代科技特别是信息技术的飞速发展, 控制领域发生了许多前所未有的变化, 控制系统的复杂性逐渐成为制约新技术发展和应用的瓶颈. 为合理有效地化简系统复杂性, 控制系统的抽象化和层次设计成为当前控制领域的研究热点之一. 本章的目的是结合现有文献, 对系统抽象化与层次化领域的主要研究结果进行梳理和概括, 并对当前研究中的问题和可能的突破口作一些简单的评述.

1.1 控制系统的复杂性

所谓控制, 是指为了改善某个或某些受控对象的功能或性质, 在获取使用信息的基础上选择的施加于该对象的作用. 控制理论就是用来分析和综合被控对象控制的数学体系. 控制理论的起源可追溯到麦克斯韦对瓦特飞球调速器稳定性的研究与分析^[1]. 时至今日, 控制理论取得了巨大的进展, 深刻影响了现代科学研究的思维和方法, 并在工农业、军事、航空航天、互联网等众多领域发挥着至关重要的指导作用, 对社会经济发展和人们日常生活产生了广泛而深远的影响.

进入 21 世纪, 尤其最近十年, 计算、通信和传感等成本日渐低廉, 各种拥有微处理器、网络通信和检测模块的智能硬件层出不穷, 人与机器之间和机器与机器之间的交互方式更加灵活多样, 由此催生的信息-物理系统、智能电网、云计算、大数据和无人驾驶等新兴领域或产业极大地丰富了控制理论的研究对象和研究内容, 同时带来许多前所未有的变化. 其中一个很明显的趋势是控制理论所研究的对象越来越复杂, 部分系统的复杂度已达到甚至远远超出了现有方法的处理能力极限^[1-3].

以电力系统为例. 从爱迪生建立第一个商用电力系统至今, 电力系统已经成为人类目前为止建立的最复杂的人工系统之一, 是当代经济社会运行的能源动力. 现代电力系统通常是大规模、跨区域、远距离的统一互联电网, 往往要包含上万个节点、数万条线路和上千台发电机组. 对于如此规模的系统, 研究其运行的动态特性进而构造先进的安全控制系统是极富挑战性的课题. 此外, 各种新技术如高压直流输电系统、可控串补等电力电子元件的应用以及风电、太阳能发电等分布式发电系统的发展, 都增大了现代电力系统的复杂度, 对其安全稳定运行也提出了更高的要求. 为改善与提高现代电力系统的动态品质、安全稳定和经济性, 必须发展和采用更加先进的控制理论和方法^[4].

又如多机器人系统. 在柔性制造和装配领域, 许多复杂的任务必须由多个工业机器人联合才能完成, 大型的生产线常包括十几台甚至上百台机器人. 在军事领域, 军用机器人已被用来替代士兵完成一些危险任务, 如侦察、排雷等. 对于这些危险的工作, 通过不同功能的价格低廉的军用机器人群体协作将提高完成任务的效率和成功率. 在服务业, 清洁机器人、擦窗机器人、搬运机器人等服务机器人的应用也对多机器人系统协调工作提出了更高的要求. 传统的集中式协调控制方法存在规划算法过于复杂、难以生成或修改等缺点, 很难满足上述工作要求, 特别是在未知、恶劣的工作环境下, 甚至会出现局部故障导致整个多机器人系统瘫痪的局面. 因此, 亟须一种新的能够将环境复杂性、机器人约束和规划任务等纳入统一框架下分析和处理的设计方案, 并期望设计出“去中心”的协调算法, 提高多机器人协调的效率和鲁棒性等^[5, 6].

类似的复杂系统还包括大型流程工业控制系统、城市交通系统、物流装配系统等, 社会网络、人脑系统和细胞代谢系统等也应划入这一范畴. 对于这类系统, 直接使用现有理论分析其物理特性并设计相应控制算法往往十分困难, 甚至根本不可行. 实际上, 正如文献 [7] 所提出的, 控制领域正从以物理特性为瓶颈的时代向以复杂性为瓶颈的新时代转变.

尽管控制系统复杂性尚没有严格统一的定义, 不同系统之间的复杂性来源也不尽相同, 但大致应包含以下几个方面^[1, 2].

(1) 动力学复杂性, 包括物理系统数学模型的建立和评价, 系统模型的参数不确定性和未建模动态, 系统模型的非线性、混杂性甚至是混沌特性等.

(2) 互联复杂性, 主要包括系统间交互的多样性 (如非线性、时变切换、多重通信网等) 以及可能导致的系统特性的演变甚至是涌现等.

(3) 控制任务复杂性, 主要是控制目标和作业环境的复杂性. 事实上许多复杂系统不再局限于实现定点调节和跟踪, 往往涉及人机交互, 对控制精度、鲁棒性、实时性和安全性等提出较高的要求, 因此要完成的控制任务是由复杂在线决策过程所决定的, 涉及多种不同数字式或模拟式决策变量和离散时间或连续时间的目标函数.

(4) 计算复杂性, 主要指因系统规模过大或依赖的参数增长过快导致控制器计算过程中的维数灾难等.

为了更深刻地了解并进一步分析和控制这些有实际应用背景的复杂系统, 必须引入新工具, 采用新方法. 控制系统的抽象化和层次化就是在这种背景下应运而生的, 并很快成为当前控制理论研究的热点之一.

1.2 抽象化方法概述

为降低系统复杂性带来的分析或设计上的困难, 众多不同领域的学者从各种不

同的角度提出过许多重要的方法. 其中一种比较有代表性的思路是层次化设计.

实际上, 层次化设计思想并不陌生, 它在许多不同的学科和场景有广泛的应用或体现^[8-10]. 例如, 互联网是一个典型的复杂系统^[11], 大量用户的资源和信息存储在采用不同操作系统的主机中, 这些主机规模庞大, 且分布在网络的不同地方, 不同主机的性能和主机之间的传输介质也千差万别. 为满足网络用户的不同需求, 要求在不同传输介质下实现装备不同操作系统的主机之间的通信和资源分配, 这无疑是一个极富挑战性的问题. 为此, 国际标准化组织就发布了著名的开放式系统互连参考模型 (OSI 模型). 该体系结构将计算机的网络结构分为 7 层, 要求每一层都能实现一些相对独立的功能, 层次之间通过设计好的接口进行通信. 其目的是要保证每一层工作时只需知道下层能够提供的以及本层需要向上层提供的服务是什么, 而不必知道下一层所提供的服务是如何实现的. 这样带来的好处是允许将一个复杂的任务分解成几个较小的、简单的任务, 分而治之; 同时, 每一层所需提供的服务和其具体实现形式是分离的, 保证了可以针对系统中某些特定部分进行研究和设计, 不至于影响其他层次和整个系统的功能. 互联网的快速发展无疑印证了这种层次化设计理念的有效性.

在控制领域, 层次化设计思想也得到了不同程度的重视. 例如, 经典大系统理论最重要的成果之一就是层次模型和递阶控制^[12]. 另外, 近年来受到广泛关注的信息-物理融合系统^[13] 也是一个典型的层次化混杂控制系统. 它借助嵌入式和网络等方式, 将离散的信息世界与连续的物理世界连接在一起, 实现信息系统对物理进程的监测和控制以及物理进程对信息系统的反馈等.

当然, 实现层次化的技术有很多, 适用范围也千差万别. 其中以抽象化为基础的控制系统的层次化设计方法, 因其良好的性能和灵活性以及与计算机科学的密切关系得到广泛的关注, 无论理论研究还是实际应用都取得了许多丰硕的成果, 这也是本书的主题. 下面首先简述系统抽象化及其层次化设计的主要思想, 其次从不同角度对现有研究成果进行梳理和概括, 最后对当前研究中的问题和可能的突破口作一些简单的评述.

1.2.1 系统抽象化及分类

抽象本身是个外来词, 它在不同学科有不同的含义, 尤其在数学和计算机领域中应用最为广泛. 在计算机领域, 抽象化指的是只保留必要信息, 舍弃或隐藏复杂细节的过程, 而名词的抽象指仅保留复杂系统本质信息的模型^[14]. 在数学领域, 《数学辞海》第六卷^[15] 给出如下定义.

抽象 一种重要的思维方法. 抽象是舍弃研究对象的非本质属性, 抽取出其本质属性的方法. 它可使人们透过现象, 认识事物的内部联系和内在规律性, 从而

对现象做出科学解释。抽象过程是综合—分析—综合的过程,即从研究对象的整体出发,通过分析分离出各种属性,然后把本质属性结合起来。人们研究的目的有所不同,同一事物可从不同的角度来考察,从而做出不同的抽象。

本书所讨论的抽象含义与上述概念基本一致,是这种理念的具体化。粗略地说,针对一些复杂的控制系统,为研究它是否具有我们关心的性质或者能否完成给定的任务及怎么实现,尝试构造能保持这种性质或可实现上述控制任务的辅助系统。通过对该辅助系统进行分析和综合,以期获得对原系统性质的认识或保证它可实现给定任务的控制算法。为区别不同词性,以下用“抽象化”指代动词的抽象。由于辅助系统的构造过程中只需保留原始系统中我们关心的性质,对其他与该目标关系不大的系统性质可采用忽略或隐藏的方式处理,因此称此过程为控制系统的抽象化,并称构造的辅助系统为原始系统的抽象系统,相应地称原始系统为具体系统。

系统抽象化过程中对原始系统的部分性质采用了忽略或隐藏的方式,因此抽象系统只是原始系统在某种意义下的近似。这并不是抽象化的缺点,恰恰是因为如此,才可能把握系统的主要性质,并降低系统复杂性所导致的分析与综合上的困难,使得许多直接处理无法解决的问题变得可解。显然,真实系统的建模和仿真过程都属于系统抽象化的范畴,而系统建模和仿真的地位与作用已无须赘言。系统抽象化的优势将在后面章节进一步得到印证。

通常情况下,要求构造的抽象系统要比真正的被控系统简单得多,而且根据对控制精度或者复杂化简程度的不同要求,抽象化方法还可以重复使用。不难发现,采用系统抽象化方法可以很自然地建立起图 1.1 所示的(多)层次结构对原系统进行分析和综合。其中,最底层的物理层是所需调控的复杂控制系统,其模型可以是离散的,也可以是连续的,甚至是混杂的;抽象层是要构造的抽象系统,它不必与原始系统的类型保持一致,但其复杂度要比原始系统更低;任务层是对设计目标的描述,即关心的系统性质或给定的控制目标及规格等,它可以是离线给定的,也可以是在线生成的,并且往往应包含抽象层次更高的人机交互等。此外,这里的物理层和抽象层可以是一个或多个平行的子系统耦合而成,原始系统和抽象系统之间也未必是一对一的关系。

由图 1.1 可知,用基于抽象化的系统层次化设计方法化简控制系统复杂性,有两个关键问题需要解决:一是如何构造可实现给定任务(或保留原系统关键性质)且相对简单的抽象系统,即系统抽象化;二是如何建立构造的抽象系统与原始系统之间的耦合联系,即层次接口的构造。需要指出的是,上述两个问题并不是相互独立的。一个有效的层次化设计方法必须同时解决这两个问题,缺一不可,这也是控制系统层次化设计的关键和难点所在。

无论为了分析原系统的性质还是综合完成给定任务的控制算法,系统抽象化方

法的有效性都与所选择的抽象化层次、抽象系统类型和所关心的性质或所要实现的控制目标有很大关系. 因此, 从不同的角度出发, 可将系统抽象化划分为不同的类型, 很难找到统一的理论框架. 在此, 我们依据抽象系统的类型将现有文献中的方法和结论大致分为以下两大类.

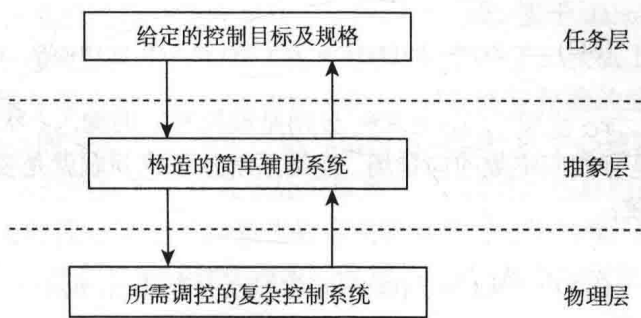


图 1.1 基于抽象化的控制系统层次化设计的框图

(1) 连续抽象化: 针对不同类型的原始系统, 设计连续抽象系统. 这类方法得到重视大概有几个原因: 首先实际物理系统通常是连续运行的, 构造连续抽象系统更加直观和自然; 其次, 现有控制理论的主要研究对象仍旧是连续微分方程描述的系统, 结论相对丰富; 最后, 连续系统有许多好的性质, 现有分析工具更加丰富. 常见的连续抽象化技术包括状态聚集、模型降阶、线性化等. 由于此类抽象化技术研究的较早, 有时被称为系统近似.

(2) 离散抽象化: 针对不同类型的原始系统, 设计离散抽象系统甚至是自动机. 离散抽象化的一个很重要的原因是为了借助计算机强大的运算能力, 使用已经较为成熟的形式化方法和程序验证技术. 由于计算机只能处理离散有限字长的数据, 故第一步就需要将原系统抽象为离散系统. 随着计算机技术的快速发展和普及, 离散抽象化已经成为当前控制和计算机领域的研究热点. 常见的构造离散抽象系统的技术包括定性推理、量化、(互) 模拟和随机自动机等.

1.2.2 节将以上述分类为线, 对控制系统的抽象化和层次化设计的主要结果进行梳理和概述.

1.2.2 系统抽象化研究现状

1. 连续抽象化

连续抽象化的目的是构造可以保留原系统主要性质的连续辅助系统. 之所以研究连续抽象化, 很重要的原因是实际物理系统通常是连续运行的, 其抽象化是许多学科共同关注的热门问题. 同时连续系统有许多较好的性质, 可用的高级工具和理论更加丰富. 此外, 控制领域长期以来的主要研究对象是微分方程描述的控制

系统, 因此构造连续抽象系统比较直观和自然. 由于涉及不同角度和技术, 很难有一种统一的提法, 我们姑且将类似的工作统称为抽象化. 下面将以连续控制系统为主梳理连续抽象化的研究脉络和主要结果.

考虑如下形式的原始控制系统:

$$(SC): \quad \dot{x}_C = f_C(x_C, u_C), \quad y_C = h_C(x_C, u_C) \quad (1.1)$$

其中, $u_C \in \mathbb{R}^{m_C}$, $x_C \in \mathbb{R}^{n_C}$, $y_C \in \mathbb{R}^{q_C}$ 分别是被控系统的输入、状态和输出变量; $f_C(\cdot)$ 和 $h_C(\cdot)$ 是有相应维数的向量场. 连续系统抽象化问题就是要构造一个形如式 (1.2) 的新系统:

$$(SA): \quad \dot{x}_A = f_A(x_A, u_A), \quad y_A = h_A(x_A, u_A) \quad (1.2)$$

其中, $u_A \in \mathbb{R}^{m_A}$, $x_A \in \mathbb{R}^{n_A}$, $y_A \in \mathbb{R}^{q_A}$ 分别是抽象系统的输入、状态和输出变量; $f_A(\cdot)$ 和 $h_A(\cdot)$ 是有相应维数的向量函数. 要求构造的新系统能够在一定精度下保留原始系统中我们感兴趣的性质 (如稳定性、无源性或可达性等) 或实现给定任务 (如轨线跟踪、输出调节等).

该问题的研究可以追溯到控制理论的萌芽时期. 1868 年麦克斯韦在伦敦皇家学会的会刊上发表其著名论文《论调速器》, 研究调速器稳定性的数学理论. 实际上, 他并不是第一个从数学角度考虑该问题的人, 1840 年就有人建立起调速器的数学模型, 并对其可能的不稳定性加以分析^[16]. 麦克斯韦的成功之处在于对调速器的数学模型使用了局部线性化技术, 将非线性模型简化为可以直接求解的线性系统, 通过分析线性化后系统的特征值分布判断原系统的稳定性. 这种通过分析一个线性辅助系统判断非线性系统稳定性的方法, 在当时是非常超前的. 这大概是抽象化思想在控制理论上的最早体现.

受上述文献的启发, Routh 最早给出一般线性系统的稳定判据, 并开始注意到局部线性化方法的局限性^[17]. 因为从本质上讲, 该方法实际是在用一个完全不同的系统, 来研究原系统的稳定性, 其有效性必然有一定的前提条件或适用范围. 其实, 这就是使用基于抽象化的层次化设计需要解决的第二个关键问题, 即确定抽象系统与原始系统的耦合关系. 具体到线性化方法, 就是如何度量线性化后的系统与原系统的逼近程度, 寻找条件保证两个系统在稳定性上的一致性. Poincare 首先对平面系统给出严格的数学论证, 证明只要线性化后系统矩阵是双曲的, 则线性化系统与原系统的稳定性在局部是相同的; 若系统矩阵是非双曲的, 直接使用线性化方法是失效的. 针对后者, 他还给出指标定理, 彻底解决了平面系统轨线运动特性的问题^[18]. 对于高阶、非线性系统, Lyapunov^[19] 在其著名的博士论文中作了较完整的研究和表述, 即著名的 Lyapunov 间接法. 该定理告诉我们, 除一些临界情况外,

非线性系统在平衡点处 Jacobian 线性化后的新系统, 基本能够保持原系统的稳定性性质^[18].

由于高阶非线性系统没有类似于平面系统的指标定理, 其系统轨线的特性要比平面系统或其线性化后的系统复杂得多 (如分岔、混沌等). 换句话说, 非线性系统在 Jacobian 线性化后可能会丧失部分非线性固有性质. 鉴于 Jacobian 线性化构造的抽象系统是右端向量场泰勒展开式的线性部分, 舍弃了二次以上高次项. 一个自然的想法是取展开式的更高次项做抽象系统, 尝试获得更精确的结果. 这方面的工作有很多, 如说判断非线性系统处于临界情况时稳定性的中心流形定理等^[18]. 当然, 也可以采用其他类型的展开式来处理原系统, 但这类方法总归要计算无穷级数, 因此在实际应用时往往只使用原系统的有限级数得到近似结果. 为解决这一问题, 利用微分几何等工具的精确线性化技术迅速建立起来, 极大地促进了非线性系统控制的发展.

Krener^[20] 最早研究了非线性系统在局部同胚意义下的等价问题, 并给出非线性系统与线性系统等价的充要条件, 即是否存在局部同胚变换 $x_A = T(x_C)$, 使得在新坐标 x_A 下, 系统 (SA) 是线性的. 该文献从几何角度揭示了一类本质线性的非线性系统应满足的条件, 得到了广泛的关注. 受线性系统反馈不变量的启发, Brockett^[21] 首次将状态反馈引入上述同胚变换, 即寻找正则状态反馈控制 $u_C = \alpha(x_C) + \beta(x_C)u_A$ 及微分同胚变换 $x_A = T(x_C)$, 使系统 (SA) 是线性的. 这极大地拓宽了可精确线性化的非线性系统的范围. 经过进一步完善^[22, 23], 反馈线性化技术正式诞生. 在此基础上提出的相对阶、零动态等已经成为研究非线性系统的基本概念. 为扩大反馈线性化的应用范围, 动态反馈线性化、输入-输出反馈线性化、非正则反馈线性化和近似线性化问题也得到许多学者的关注^[24, 25].

从抽象化的角度来看, 反馈线性化后的系统就是原系统的抽象系统, 反馈控制律则是抽象系统与原系统之间的接口函数. 通过反馈线性化, 许多非线性系统就可抽象为线性系统, 按照线性系统理论设计满足要求的控制算法, 并通过代入接口函数获得原非线性系统的控制算法. 例如, 对单输入单输出的原始系统, 在满足一定条件的前提下, 可找到 $x_A = T(x_C)$, $u_C = \alpha(x_C) + \beta(x_C)u_A$ 构造出如下形式的抽象系统:

$$\dot{z} = h(z, \xi), \quad \dot{\xi} = A\xi + B[\varphi(x_A) + \gamma(x_A)u_A], \quad y_A = Cx_A$$

其中, $x_A = \text{col}(z, \xi)$, (C, A, B) 表示积分串, 且 $\gamma(x_A) \neq 0$. 上述系统可以进一步写为

$$\dot{z} = h(z, \xi), \quad \dot{\xi} = A\xi + Bu'_A, \quad y_A = Cx_A$$

其中, $u'_A = \gamma(x_A)u_A + \varphi(x_A)$. 当 z -子系统满足一定条件时, 原始系统完成某给定

任务(如镇定、跟踪等)的控制器 u_C 可由驱动高阶积分器完成同样任务的控制器 u'_A 综合而来, 为 $u_C = \alpha(x_C) + \beta(x_C)\gamma^{-1}(x_A)[- \varphi(T(x_A) + u'_A)]$. 显然, 一旦能找到合适的同胚变换和状态反馈控制律使得系统可反馈线性化, 原始系统控制器设计的复杂性将被大大化简.

但这样构造抽象系统也有几点不足: ① 计算的复杂性, 特别是需要解一组复杂的偏微分方程, 对一般系统几乎是不可能的; ② 空间测度被破坏, 变换过程中仅保留了拓扑性质而丧失了度量性质, 对某些问题(如最优控制)来说是不可接受的; ③ 采用准线性控制, 要求原系统满足最小相位等类似条件, 这实际上是将系统的非线性特性忽略了, 导致控制器的鲁棒性较差; ④ 化简方式比较保守, 构建的系统与原始系统状态空间维数必须相同. 此外, 实际应用还存在大量不可线性化的物理系统, 这些都导致反馈线性化方法具有一定的局限性.

以上是从化简非线性特性的角度对经典文献的梳理. 对控制系统来说, 动力学的复杂性还来自于系统状态变量的个数. 下面, 我们从系统阶次化简的角度来对部分相关文献进行概述.

这方面研究最早、最成熟的对象是线性定常系统. 20 世纪 60 年代 Aoki^[26] 将数理经济学中熟知的加总 (aggregation) 思想^[27] 引入控制领域, 提出状态集聚的方法, 将高阶线性系统的状态变量融合成低维向量, 获得一个低阶控制系统, 也就是上述所指的抽象系统, 并将原始系统上的最优控制问题转化成低维抽象系统上的最优控制问题, 通过分析抽象系统的最优控制获得原问题的次最优解. 文献 [28] 更进一步提出所谓线性系统包含原理 (inclusion principle), 要求原始系统的轨线包含在抽象系统轨线内, 通过压缩 - 扩张 (contraction-expansion) 的方式, 为大系统的分析和分散控制提供了一种框架. 这类方法本质上是投影思想在控制系统上的推广和应用.

另一类与投影法直接相关的研究成果是模型降阶 (model reduction). 模型降阶就是通过系统结构分解等寻找合适的投影矩阵, 保留系统感兴趣性质(如稳定性、无源性等)的同时, 尽可能降低系统的阶次^[29]. 常用的方法有奇异值分解和 Krylov 子空间法两大类. 总的来说, 模型降阶是通过选择合适的子空间, 将原系统投影到该子空间上, 使得到的降阶系统与原系统在 H_2 或 H_∞ 范数意义下近似相等. 虽然这样做会丢失原系统的部分信息, 但感兴趣的性质被保留下来. 丢失的部分一般当作降阶系统的噪声或系统未建模的不确定性来处理. 该方法的有效性在许多实际应用中得到验证, 如天气预报、超大规模集成电路分析、CD 播放器控制等^[29]. 但上述结果主要依赖于系统的有理多项式表示, 因此只适用于线性系统, 针对非线性系统的结果并不多.

最近, Astolfi 通过将线性系统中矩的概念推广到非线性系统中, 提出所谓的矩匹配法来实现模型降阶^[30]. 该方法的基础是非线性系统的稳态响应, 借助于一个外

系统, 寻找具有近似稳态响应但阶次更低的非线性系统. 类似的结果还包括针对非线性系统的奇异值分析和平衡截断方法^[31]. 但这些方法尚得不到系统降阶带来的误差上界. 文献 [32] 考虑一类具有压缩性质的特殊非线性系统, 当该系统可以分解成一个线性子系统和一个非线性子系统时, 通过对线性子系统部分使用前述的模型降阶技巧, 保证得出的系统与原始系统输出之间有一定的误差界. 另一个与此相关的研究方向是奇异摄动理论^[18, 33]. 通过对系统进行不同时间尺度的分离, 将系统限制在慢流形上获得原系统的降阶模型, 舍弃的部分当作不确定性来处理. 由于这些方法和结论对原始系统的要求很高, 因此其适用范围和实际应用非常有限.

从基于抽象化的层次化设计角度来看, 上述以模型降阶为代表的方法实际上是假定抽象系统与原始系统的接口函数为 $u_A = u_C$, 根据控制任务或关心的系统性质, 寻找特殊的投影算子 $x_A = P(x_C)$, 使得关于 x_A 的新系统具有更低的阶数. 其优势是不必关心接口函数的构造, 只需寻找投影算子和类度量函数来衡量系统的逼近程度.

通过比较可以发现, 反馈线性化和投影法化简系统动力学复杂性的侧重点稍有不同: 前者关注系统函数的非线性程度, 后者主要关心系统状态空间的维数. 相对于模型降阶等方法, 线性化的一个很重要的特征就是原始系统和抽象系统的控制器并不一定相同. 这主要是由于变换过程中用到控制系统所特有的反馈功能. 非线性模型降阶方法之所以发展缓慢、取得的成果不多, 很大程度上在于要求原始系统和抽象系统的必须有相同的控制输入, 进而限制了反馈的应用.

与此同时, 现代科学技术造就了一大批复杂的人造动态系统, 如计算机集成制造系统、柔性制造系统、各种流水线、计算机网和通信网随机服务系统等. 这类系统的动态行为不仅是由微分方程决定的, 更是由离散事件和物理系统错综复杂的相互作用决定的, 并且还有异步和并发特性. 如何把以往对于微分方程描述的动态系统行之有效的分析、控制与优化技术进行修改, 再应用到离散事件动态系统中无疑是重要且具有挑战性的研究课题^[34]. 20 世纪八九十年代, 部分国际顶尖高校的专家学者试图研究借助计算机强大的算力来分析这类复杂控制系统并设计相应的控制器. 其主要思想是先将系统、环境和任务抽象成统一的描述形式 (主要是离散系统), 然后借助于计算机科学中强有力的形式化方法和模型验证技术, 自动综合出合理的原始系统控制器, 相关成果将在后文介绍. 这些工作激发人们重新考虑为连续控制系统的构造连续抽象系统的问题^[35]. 类似的想法国内部分学者也提出过. 例如在文献 [36] 中, 作者设想能够利用微分几何或代数几何等高级数学工具, 将非线性系统用有限“基底”表示, 进一步将控制器的设计问题化为计算的搜索问题, 实现层次化和机械化. 遗憾的是该文献的后续工作不多.

对比 Jacobian 线性化和反馈线性化的结论可知, 反馈在一定程度上模糊了线性和非线性系统之间的界限, 能够极大地降低由非线性带来的系统复杂性. 因此,